и задачи Коши $Bu^{(N)}(t) - \int_0^t g(t-s)Au(s)\,ds = f(t)$, $u(0) = u_0$, $u'(0) = u_1$, ..., $u^{(N-1)}(0) = u_{N-1}$. Здесь $u(t)$ и $f(t)$ — неизвестная и заданная функции аргумента $t \geqslant 0$ со значениями в банаховых пространствах E_1 и E_2 соответственно, B и A — замкнутые линейные операторы с плотными в E_1 областями определения и $D(B) \subseteq D(A)$. Оператор B предполагается фредгольмовым, т.е. $\overline{R(B)} = R(B)$ и $\dim N(B) = \dim N(B^*) = n < +\infty$, а $g(t)$ — числовой функцией, имеющей нуль порядка r в точке $t = 0$.

Для исследования поставленных абстрактных задач используется теория распределений со значениями в банаховых пространствах [1], центральное место в которой занимает конструкция фундаментальной оператор-функции интегро-дифференциального оператора [2]. В предположении полноты A-жорданова набора фредгольмова оператора B восстановлен явный вид фундаментальной оператор-функции рассматриваемых интегрального и интегро-дифференциального операторов. На этой основе доказана однозначная разрешимость соответствующих задач в классе распределений с ограниченным слева носителем, а также получены условия, при которых построенные обобщенные решения совпадут с классическими. Абстрактные результаты проиллюстрированы на примерах содержательных начально-краевых задач, возникающих в математической теории упругости и физике плазмы.

Наличие нуля у ядра $g(t)$ в точке $t = 0$ приводит к возникновению нового эффекта. Показано, что порядок сингулярности обобщенных решений помимо известной зависимости от жордановой структуры растет с увеличением r. Естественным образом увеличивается и количество ограничений на входные данные задач в теоремах существования и единственности их классических решений. Этим свойством рассматриваемые классы уравнений принципиально отличаются от изученных автором ранее в [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 14-01-31175 мол_а.

Литература

1. *Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications* / N. Sidorov [et al.]. Boston; London; Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002.

2. Фалалеев М. В. *Фундаментальные оператор-функции сингулярных дифференциальных операторов* // Сиб. матем. журн. 2000. Т. 41, № 5. С. 1167–1182.

3. Фалалеев М. В., Орлов С. С. *Обобщенные решения вырожденных интегро-дифференциальных уравнений в банаховых пространствах и их приложения* // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18, № 4. С. 286–297.

4. Орлов С. С. *Обобщенные решения интегро-дифференциальных уравнений высоких порядков в банаховых пространствах.* Дисс... канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. ИГУ. Иркутск, 2013.

ОПЕРАТОР ВЛАДИМИРОВА И ПРОСТРАНСТВА СОБОЛЕВА НА ПОЛЕ p-АДИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

Е.М. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

yauhen.radyna@gmail.com

Рассмотрим стандартное определение пространств Соболева на действительной прямой:

$$W^{k,2}(\mathbb{R}) = \{f \in L^2(\mathbb{R}) : f^{(k)} \in L^2(\mathbb{R})\}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Непосредственным обобщением данных пространств будут пространства

$$W^{\alpha,2}(\mathbb{R}) = \{f \in L^2(\mathbb{R}) : \mathcal{F}^{-1}|\xi|^{\alpha}\mathcal{F}f \in L^2(\mathbb{R})\}, \quad \alpha \in [0, +\infty),$$

где $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{x\to\xi}$ — преобразование Фурье. Это определение дословно переносится на случай локально компактных полей, на которых всегда имеется нормирование. Так, в случае поля p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ полагаем

$$W^{\alpha,2}(\mathbb{Q}_p) = \{f \in L^2(\mathbb{Q}_p) : F^{-1}|\xi|_p^{\alpha}Ff \in L^2(\mathbb{Q}_p)\}, \quad \alpha \in [0, +\infty).$$

Оператор $\mathcal{F}^{-1}|\xi|_p^{\alpha}\mathcal{F}$ известен как псевдодифференциальный оператор Владимирова.

В докладе будут рассмотрены следующие вопросы:

1) определение в случае степени $q \neq 2$;

2) совпадение с пространствами функций, введенными Хайлашем и Коскелой на метрических пространствах с мерой в случае показателя $\alpha \in (0, 1]$;

3) совпадение с пространствами, введенными с помощью максимальных функций в [1];

4) теоремы вложения Соболева.

Литература

1. Иванишко И. А. *Обобщенные классы Соболева на метрических пространствах с мерой* // Матем. заметки. 2005. Т. 77, № 6. С. 937–940.

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ КОШИ

Я.В. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

radyno@bsu.by

Пусть $(\mathbb{K}, |\cdot|)$ — полное нормированное поле и $f : \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ — отображение. Рассматривается функциональное уравнение

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \quad \forall\, x, y \in \mathbb{K},$$

называемое уравнением Коши.

В докладе делается обзор исследований в случае, когда $\mathbb{K}$ — поле $\mathbb{R}$ действительных чисел с модулем $|\cdot|$ в качестве нормирования. Также приведены некоторые новые результаты для других, неархимедово нормированных, полей.

ОБ ОДНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННО-РАЦИОНАЛЬНОГО ТИПА

Е.А. Ровба, Е.В. Дирвук

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

{rovba.ea,dirvuk}@gmail.com

Пусть числа a_k, $k = 0, \ldots, n-1$, являются действительными и $a_k \in (-1; 1)$ либо попарно комплексно сопряженными, $a_0 = 0$. Обозначим через $U_n(x)$ рациональную функцию Чебышева — Маркова второго рода $U_n(x) = (1 - x^2)^{-1/2} \sin \mu_n(x)$, $\mu_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \arccos[(x+a_k)/(1+a_k x)$. Функция $U_n(x)$ является рациональной порядка $n-1$ (см., например, [1]) и имеет $n-1$ нулей на интервале $(-1; 1) : -1 < x_{n-1} < \ldots < x_1 < 1$, $\mu_n(x_k) = k\pi$, $k = 1, \ldots, n-1$.