Непосредственным обобщением данных пространств будут пространства

$$W^{\alpha,2}(\mathbb{R}) = \{f \in L^2(\mathbb{R}) : \mathcal{F}^{-1}|\xi|^\alpha \mathcal{F} f \in L^2(\mathbb{R})\}, \quad \alpha \in [0, +\infty),$$

где $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{x\to\xi}$ — преобразование Фурье. Это определение дословно переносится на случай локально компактных полей, на которых всегда имеется нормирование. Так, в случае поля p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ полагаем

$$W^{\alpha,2}(\mathbb{Q}_p) = \{f \in L^2(\mathbb{Q}_p) : F^{-1}|\xi|_p^\alpha F f \in L^2(\mathbb{Q}_p)\}, \quad \alpha \in [0, +\infty).$$

Оператор $\mathcal{F}^{-1}|\xi|_p^\alpha \mathcal{F}$ известен как псевдодифференциальный оператор Владимирова.

В докладе будут рассмотрены следующие вопросы:

1) определение в случае степени $q \neq 2$;

2) совпадение с пространствами функций, введенными Хайлашем и Коскелой на метрических пространствах с мерой в случае показателя $\alpha \in (0, 1]$;

3) совпадение с пространствами, введенными с помощью максимальных функций в [1];

4) теоремы вложения Соболева.

Литература

1. Иванишко И. А. *Обобщенные классы Соболева на метрических пространствах с мерой* // Матем. заметки. 2005. Т. 77, № 6. С. 937–940.

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ КОШИ

Я.В. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

radyno@bsu.by

Пусть $(\mathbb{K}, |\cdot|)$ — полное нормированное поле и $f : \mathbb{K} \to \mathbb{K}$ — отображение. Рассматривается функциональное уравнение

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \quad \forall\, x, y \in \mathbb{K},$$

называемое уравнением Коши.

В докладе делается обзор исследований в случае, когда $\mathbb{K}$ — поле $\mathbb{R}$ действительных чисел с модулем $|\cdot|$ в качестве нормирования. Также приведены некоторые новые результаты для других, неархимедово нормированных, полей.

ОБ ОДНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННО-РАЦИОНАЛЬНОГО ТИПА

Е.А. Ровба, Е.В. Дирвук

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

{rovba.ea,dirvuk}@gmail.com

Пусть числа a_k, $k = 0, \ldots, n-1$, являются действительными и $a_k \in (-1; 1)$ либо попарно комплексно сопряженными, $a_0 = 0$. Обозначим через $U_n(x)$ рациональную функцию Чебышева — Маркова второго рода $U_n(x) = (1 - x^2)^{-1/2} \sin \mu_n(x)$, $\mu_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \arccos[(x+a_k)/(1+a_k x)$. Функция $U_n(x)$ является рациональной порядка $n-1$ (см., например, [1]) и имеет $n-1$ нулей на интервале $(-1; 1) : -1 < x_{n-1} < \ldots < x_1 < 1$, $\mu_n(x_k) = k\pi$, $k = 1, \ldots, n-1$.

Пусть $x_0 = 1$, $x_n = -1$. Тогда для всякой функции f, непрерывной на отрезке $[-1, 1]$, можно построить следующую квадратуную формулу типа Лобатто:

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \approx A_0 f(1) + \sum_{k=1}^{n-1} A_k f(x_k) + A_n f(-1), \tag{1}$$

где

$$A_k = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1-x^2}{1-{x_k}^2} {l_k}^2(x)\,dx, \quad k = 1, \ldots, n-1,$$

$$A_0 = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1+x}{2} \frac{{U_n}^2(x)}{{U_n}^2(1)}\,dx, \quad A_n = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1-x}{2} \frac{{U_n}^2(x)}{{U_n}^2(-1)}\,dx.$$

Такие квадратурные формулы типа Лобатто в полиноминальном случае рассматриваются, например, в [2]. Г. Мин [3] построил квадратурные формулы вида (1) на основании квази-интерполирования рациональными функциями типа Эрмита — Фейера. Им же исследована точность квадратурных формул и сходимость этой формулы для соответствуещего квадратурного процесса для непрерывных функций. Следует заметить, что Г. Мин построил квадратурную формулу (1) несколько иначе, не используя в явном виде рациональные функции Чебышева — Маркова.

В настоящей работе найдены явные выражения для коэффициентов квадратурной формулы (1) $A_0, A_1, \ldots, A_n$ и получена оценка скорости приближения рассматриваемого квадратурного процесса.

Теорема. *Для квадратурной формулы* (1) *коэффициенты задаются выражениями*

$$A_0 = \frac{\pi}{2\lambda_n(1)}; \quad A_k = \frac{\pi}{\lambda_n(x_k)}, \quad k = 1, \ldots, n-1; \quad A_n = \frac{\pi}{2\lambda_n(-1)}, \quad \lambda_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sqrt{1-a_k^2}}{1+a_k x}.$$

Также в работе сравниваются скорости приближения различных видов квадратурных процессов с узлами Чебышева — Маркова, результаты проиллюстрированы конкретными примерами.

Литература

1. Ровба Е. А. *Квадратурные формулы интерполяционно-рационального типа* // Докл. АН Беларуси. 1996. Т. 40. №3. С. 42—46.

2. Ермолаева Л. Б. *Об одной квадратурной формуле* // Изв. вузов. Матем. 2000. №3. С. 25-–28.

3. Min G. *Lobbatto-type quadrature formula in rational space* // J. of Computation and Applied Mathematics. 1998. No. 94. P. 1–12.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.Ю. Русецкий, Н.В. Лазакович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

artyom.ruseckiy@gmail.com.com

Пусть $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ – полное вероятностное пространство. Рассмотрим задачу Коши для системы двух линейных стохастических дифференциальных уравнений:

$$X'(t,\omega) = L'(t,\omega)X(t,\omega), \quad X(t,\omega) = X_0, \tag{1}$$