Пусть $x_0 = 1$, $x_n = -1$. Тогда для всякой функции f, непрерывной на отрезке $[-1, 1]$, можно построить следующую квадратуную формулу типа Лобатто:

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}}\, dx \approx A_0 f(1) + \sum_{k=1}^{n-1} A_k f(x_k) + A_n f(-1), \qquad (1)$$

где

$$A_k = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1-x^2}{1-{x_k}^2} {l_k}^2(x)\, dx, \quad k = 1, \ldots, n-1,$$

$$A_0 = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1+x}{2} \frac{{U_n}^2(x)}{{U_n}^2(1)}\, dx, \quad A_n = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1-x}{2} \frac{{U_n}^2(x)}{{U_n}^2(-1)}\, dx.$$

Такие квадратурные формулы типа Лобатто в полиноминальном случае рассматриваются, например, в [2]. Г. Мин [3] построил квадратурные формулы вида (1) на основании квази-интерполирования рациональными функциями типа Эрмита — Фейера. Им же исследована точность квадратурных формул и сходимость этой формулы для соответствуещего квадратурного процесса для непрерывных функций. Следует заметить, что Г. Мин построил квадратурную формулу (1) несколько иначе, не используя в явном виде рациональные функции Чебышева — Маркова.

В настоящей работе найдены явные выражения для коэффициентов квадратурной формулы (1) $A_0, A_1, \ldots, A_n$ и получена оценка скорости приближения рассматриваемого квадратурного процесса.

Теорема. *Для квадратурной формулы* (1) *коэффициенты задаются выражениями*

$$A_0 = \frac{\pi}{2\lambda_n(1)}; \quad A_k = \frac{\pi}{\lambda_n(x_k)}, \quad k = 1, \ldots, n-1; \quad A_n = \frac{\pi}{2\lambda_n(-1)}, \quad \lambda_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sqrt{1-a_k^2}}{1+a_k x}.$$

Также в работе сравниваются скорости приближения различных видов квадратурных процессов с узлами Чебышева — Маркова, результаты проиллюстрированы конкретными примерами.

Литература

1. Ровба Е. А. *Квадратурные формулы интерполяционно-рационального типа* // Докл. АН Беларуси. 1996. Т. 40. № 3. С. 42—46.
2. Ермолаева Л. Б. *Об одной квадратурной формуле* // Изв. вузов. Матем. 2000. № 3. С. 25-–28.
3. Min G. *Lobbatto-type quadrature formula in rational space* // J. of Computation and Applied Mathematics. 1998. No. 94. P. 1–12.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.Ю. Русецкий, Н.В. Лазакович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

artyom.ruseckiy@gmail.com.com

Пусть $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ – полное вероятностное пространство. Рассмотрим задачу Коши для системы двух линейных стохастических дифференциальных уравнений:

$$X'(t,\omega) = L'(t,\omega) X(t,\omega), \quad X(t,\omega) = X_0, \qquad (1)$$

где $X(t,\omega)=(X_1(t,\omega),X_2(t,\omega))^T$, $X_0=(X_1(0,\omega),X_2(0,\omega))^T$, $X_1(0,\omega)=c_1$, $X_2(0,\omega)=c_2$, $c_1,c_2\in\mathbb{R}$, $t\in T=[0,b]$,

$$L'(t,\omega)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\Pi_1'(t,\omega) & -\Pi_2'(t,\omega)\end{pmatrix},\quad L(t,\omega)=\begin{pmatrix}0 & t\\ -\Pi_1(t,\omega) & -\Pi_2(t,\omega)\end{pmatrix}.$$

Здесь $\Pi_1,\Pi_2 : T\times\Omega\to\mathbb{R}$ — случайные процессы Пуассона, Π_1',Π_2' — их обобщенные производные.

Полученной задаче Коши ставится в соответствие задача Коши в прямом произведении алгебр обобщенных случайных процессов. Исследуется предельное поведение ассоциированных решений. При определенной связи между параметрами конечно-разностной задачи с осреднением, решение этой задачи сходится в $L_2(T\times\Omega)$ к решению систем (см. [1]):

$$X(t,\omega)=X_0+\int_0^t dL(s,\omega)X(s,\omega), \tag{2}$$

где интеграл может пониматься как стохастический интеграл Ито, так и Стратоновича, в зависимости от этой связи.

В работе дается определение понятию ассоциированного решения задачи Коши (1), а также рассматриваются некоторые свойства этих решений [2, 3].

Литература

1. Лазакович Н. В., Сташуленок С. П., Стемковская Т. В. *Ассоциированные решения уравнений в дифференциалах в прямом произведении алгебр обобщенных случайных процессов* // Теория вероятностей и ее применения. 1998. Т. 43. № 2. С. 272–293.

2. Автушко Т. С., Лазакович Н. В., Русецкий А. Ю. *Задача Коши для линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций* // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2013. № 3. С. 83–92.

3. Лазакович Н. В., Русецкий А. Ю. *Задача Коши для линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемофункций* // XV междунар. науч. конф. «Еругинские чтения–2013». Тез. докл. Гродно, 2013. Ч. 2. С. 38.

РЕШЕНИЕ МНОГОМЕРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ФУНКЦИЕЙ БЕССЕЛЯ — КЛИФФОРДА ПО ПИРАМИДАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

О.В. Скоромник

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь

skoromnik@gmail.com

Рассматривается интегральное уравнение

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_{A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{x})}(A\cdot(\mathbf{x}^\sigma-\mathbf{t}^\sigma))^{\alpha-1}\bar{J}_{(\alpha-1)/2}(A\cdot\lambda(\mathbf{x}^\sigma-\mathbf{t}^\sigma))f(\mathbf{t})d\mathbf{t}=g(\mathbf{x}),\quad \mathbf{x}\in A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{b}). \tag{1}$$

Здесь $A=\|a_{jk}\|$ $(a_{jk}\in\mathbf{R}^1)$ — матрица порядка $n\times n$ $(n\in\mathbf{N})$ с определителем $|A|\neq 0$, вектор-строки которой обозначим $\mathbf{a}_j=(a_{j1},\ldots,a_{jn})$ $(j=1,\ldots,n)$; $\mathbf{x}=$ $=(x_1,\ldots,x_n)\in\mathbf{R}^n$, $\mathbf{t}=(t_1,\ldots,t_n)\in\mathbf{R}^n$; $\mathbf{x}\cdot\mathbf{t}=\sum_{k=1}^n x_k t_k$; $(\mathbf{x})^\alpha=x_1^{\alpha_1}\cdots x_n^{\alpha_n}$,