

$$F_2^2 = \frac{\gamma A v^2}{2c^2 r^3} [(3 - 4 \sin^2 \alpha)y + 1.5x \sin 2\alpha] + \frac{\gamma M_1}{c^2} \left\{ \left[\frac{4\gamma M_1}{r} - v^2 \right] \frac{y}{r^3} + \frac{4}{r^2} \frac{dr}{dt} \frac{dy}{dt} \right\}, \quad (5)$$

$$F_\rho^1 = -\frac{4}{3} \pi \gamma \rho x + \frac{4\pi \rho \gamma}{3c^2} \left[4 \frac{dx}{dt} \left(x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right) - xv^2 - \frac{11\gamma M_1 x}{2r} + \frac{3\gamma M_1 x}{R} + \frac{3\gamma M_1 R^2 x}{r^3} \right], \quad (6)$$

$$F_\rho^2 = -\frac{4}{3} \pi \gamma \rho y + \frac{4\pi \rho \gamma}{3c^2} \left[4 \frac{dy}{dt} \left(x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right) - yv^2 - \frac{11\gamma M_1 y}{2r} + \frac{3\gamma M_1 y}{R} + \frac{3\gamma M_1 R^2 y}{r^3} \right], \quad (7)$$

где x, y — координаты центра масс пробного тела; t — время; γ — ньютоновская постоянная тяготения; $M_1 = M - A$, A — редуцирующая масса звезды; c, v — скорости света и пробного тела; ρ — плотность среды; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Интегрирование нелинейной системы ДУ (1) методами Пуанкаре — Эйнштейна — Изенфельда с использованием (2)–(7) приводит к следующему уравнению орбиты пробного тела, которое в полярных координатах ρ, φ можно записать в виде:

$$1/\tilde{r} = (1 + \tilde{e} \cos \Phi)/\tilde{p}, \quad (8)$$

где

$$1/\tilde{p} = [1 + 2A\gamma\varphi/c\sqrt{\gamma Mp} + 3A^2\gamma\varphi^2/(c^2Mp)]/p_1, \quad (9)$$

$$\tilde{e} = e_1[1 - A\gamma\varphi/(2c\sqrt{\gamma Mp}) - A^2\gamma\varphi^2/(8c^2Mp) + e(1 + 3\pi\gamma\rho p^2/c^2\varphi^2)/e_1] \cdot (\tilde{p}/p_1), \quad (10)$$

$$\Phi = [1 + 2\pi\rho p^3/M_1 - 3\gamma M_1/(c^2p) + 21\pi\gamma\rho p^2/c^2 - 6\pi\gamma\rho p^3/(c^2R)]\varphi. \quad (11)$$

Рассмотрение решения (8)–(11) показывает, что орбитой пробного тела является деформирующийся уменьшающийся в размерах эллипс, для которого выполняются предельные равенства:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \tilde{p} = p_1/6, \quad \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \tilde{e} = e_1/16, \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi_0 = c\sqrt{\gamma Mp}/(\gamma A). \quad (12)$$

При достижении предельных значений (12) эллиптическая орбита перестает существовать и пробное тело начинает падать с нарастающей скоростью по радиусу на звезду. В промежутке (12) одновременно с уменьшением размера эллипса происходит смещение периастра, определяемая формулой (11). При разных реальных значениях параметров, входящих в (11), смещение может быть прямым, обратным и нулевым.

КАЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ ДВИЖЕНИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЯХ

В.Н. Старков, Н.А. Степенко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
vlad.stark@yandex.ru, nick_st@mail.ru

На основе уравнений Ньютона исследуются плоские движения в неоднородных гравитационных полях, образованных группой притягивающих тел. Рассчитаны различные варианты как стационарного расположения притягивающих тел, так и их передвижения. Построены соответствующие траектории пробного тела.

Дифференциальные уравнения, описывающие задачу нескольких тел, имеют вид [1, 2]:

$$\ddot{\vec{r}} = - \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i (\vec{a}_i - \vec{r})}{|\vec{a}_i - \vec{r}|^3},$$

где μ_i — гравитационные параметры притягивающих тел, \vec{a}_i — радиус-вектор i -го притягивающего тела. При $n = 1$ имеем задачу двух тел. Любое добавленное тело вызывает возмущение ньютоновского потенциала и искажает эллиптические траектории. Требуется задать начальные условия для координат и скоростей.

Приведем пример расчета плоского случая, когда три притягивающих тела, различных масс находятся в заданных точках плоскости (x, y) и притягивают пробное тело:

$$\ddot{x} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x - x_1) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - x_2) - \frac{\mu_3}{r_3^3}(x - x_3), \quad \ddot{y} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(y - y_1) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(y - y_2) - \frac{\mu_3}{r_3^3}(y - y_3),$$

$$r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2},$$

где r_i — расстояния между пробным и притягивающими телами соответственно, а x_i, y_i — координаты притягивающих тел, $i = 1, 2, 3$. В частном случае эти координаты изменяются во времени по заданному закону (см. рис. 1, 2).

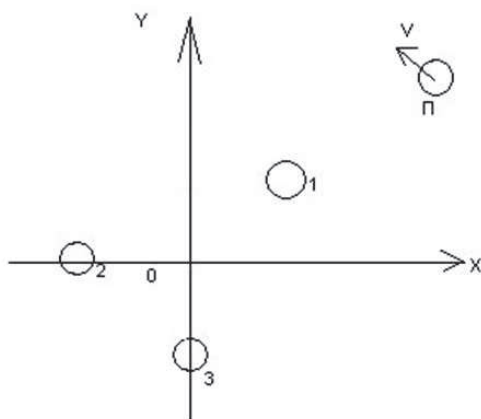


Рис. 1. Расположение притягивающих тел

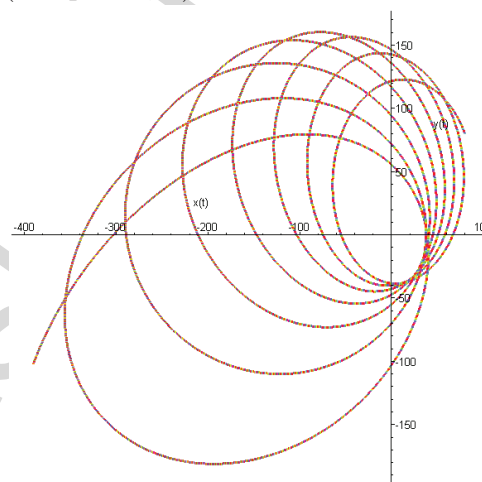


Рис. 2. Траектория тела вокруг трех подвижных центров, обращающихся вокруг начала координат с одинаковой частотой и имеющие разные массы

Литература

1. Антонов В. А. *Представление гравитационного поля планеты потенциалом системы точечных масс* // Тр. Астрон. обсерватории ЛГУ. 1978. Т. 34. С. 145–155.
2. Аразов Г. Т. *Решение плоской задачи n неподвижных центров* // Celest. Mech. 1977. Vol. 16, no. 1. P. 42.

О РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ РАЗНОСТНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОЖИДАЕМЫХ ДОХОДОВ НМ-СЕТИ С РАЗЛИЧНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ

С.Э. Статкевич

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Беларусь
sstat@grsu.by

Сеть массового обслуживания (МО) представляет собой совокупность систем массового обслуживания (СМО), между которыми циркулируют заявки, переходя из одной СМО в другую. НМ-сети с доходами являются в определенном смысле расширением понятия сетей МО и позволяют находить ожидаемые доходы СМО сети. Такие