производных второго порядка, являющееся уравнением Фоккера — Планка — Колмогорова для плотности распределения вероятностей исследуемого процесса:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_{ic}}(A_{ic}(x,t)p(x,t)) + \frac{\varepsilon}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\sum_{c,s=1}^{2}\frac{\partial^2}{\partial x_{ic}\partial x_{js}}(B_{icjs}(x,t)p(x,t)),$$

где $A_{ic}(x,t)$, и $B_{icjs}(x,t)$ — коэффициенты сноса и диффузии, вид которых в исследуемом случае установлен. Используя коэффициенты сноса, получена система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка для средних значений компонент вектора $k(t)/K$. Решение данной системы позволяет прогнозировать среднее относительное число заявок в каждой из систем массового обслуживания в интересующий момент времени.

Полученные результаты могут быть применены при математическом моделировании различных экономических, технических и других систем с помощью замкнутых сетей массового обслуживания определенной структуры. В частности, описанная сеть может быть использована в качестве математической модели процесса обработки заявок клиентов в страховых или логистических компаниях.

Литература

1. Маталыцкий М.А., Русилко Т.В. *Математический анализ стохастических моделей обработки исков в страховых компаниях.* Гродно: ГрГУ, 2007.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ В КОСМОСЕ

А.П. Рябушко [1], И.Т. Неманова [2], Т.А. Жур [2], И.П. Бояринова [2], О.Л. Зубко [1]

[1] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
olgazubko@tut.by
[2] Белорусский аграрный технический университет, Минск, Беларусь

Белорусской школой по проблеме движения тел *впервые* выведены и проинтегрированы уравнения движения (УД) в постньютоновском приближении(ПНП) специальной теории относительности (СТО) и общей теории относительности (ОТО) в задаче двух тел, одно из которых является звездой массой M, а второе — пробное тело массой покоя m_0 (планета, астероид и т. д.). При этом учитывались: гравитационные поля звезды и разреженной среды плотностью ρ; световое давление, приводящее к появлению продольного и поперечного эффектов Доплера, аберрации света, редукции массы звезды; лоренцево сокращение миделевого сечения пробного тела и увеличение массы тела (эффекты СТО); кривизна пространства — времени (эффекты ОТО). Уравнения движения следующие:

$$d^2x/dt^2 + \gamma Mx/r^3 = F_0^1 + F_1^1 + F_2^1 + F_\rho^1, \quad d^2y/dt^2 + \gamma My/r^3 = F_0^2 + F_1^2 + F_2^2 + F_\rho^2, \quad (1)$$

где

$$F_0^1 = \gamma Ax/r^3, \quad F_0^2 = \gamma Ay/r^3, \quad (2)$$

$$F_1^1 = \gamma Av(-2x\cos\alpha + y\sin\alpha)/cr^3, \quad F_1^2 = \gamma Av(-2y\cos\alpha - x\sin\alpha)/cr^3, \quad (3)$$

$$F_2^1 = \frac{\gamma A}{2r^3}\frac{v^2}{c^2}[(3-4\sin^2\alpha)x - 1.5y\sin 2\alpha] + \frac{\gamma M_1}{c^2}\left\{\left[\frac{4\gamma M_1}{r} - v^2\right]\frac{x}{r^3} + \frac{4}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{dx}{dt}\right\}, \quad (4)$$

$$F_2^2 = \frac{\gamma A}{2c^2}\frac{v^2}{r^3}[(3-4\sin^2\alpha)y + 1.5x\sin 2\alpha] + \frac{\gamma M_1}{c^2}\left\{\left[\frac{4\gamma M_1}{r} - v^2\right]\frac{y}{r^3} + \frac{4}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{dy}{dt}\right\}, \quad (5)$$

$$F_\rho^1 = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho x + \frac{4\pi\rho\gamma}{3c^2}\left[4\frac{dx}{dt}\left(x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt}\right) - xv^2 - \frac{11\gamma M_1 x}{2r} + \frac{3\gamma M_1 x}{R} + \frac{3\gamma M_1 R^2 x}{r^3}\right], \quad (6)$$

$$F_\rho^2 = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho y + \frac{4\pi\rho\gamma}{3c^2}\left[4\frac{dy}{dt}\left(x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt}\right) - yv^2 - \frac{11\gamma M_1 y}{2r} + \frac{3\gamma M_1 y}{R} + \frac{3\gamma M_1 R^2 y}{r^3}\right], \quad (7)$$

где $x,\ y$ — координаты центра масс пробного тела; t — время; γ — ньютоновская постоянная тяготения; $M_1 = M - A,\ A$ — редуцирующая масса звезды; c, v — скорости света и пробного тела; ρ — плотность среды; $r = \sqrt{x^2+y^2}$.

Интегрирование нелинейной системы ДУ (1) методами Пуанкаре — Эйнштейна — Изенфельда с использованием (2)–(7) приводит к следующему уравнению орбиты пробного тела, которое в полярных координатах $\rho,\ \varphi$ можно записать в виде:

$$1/\tilde{r} = (1 + \tilde{e}\cos\Phi)/\tilde{p}, \quad (8)$$

где

$$1/\tilde{p} = [1 + 2A\gamma\varphi/c\sqrt{\gamma Mp} + 3A^2\gamma\varphi^2/(c^2Mp)]/p_1, \quad (9)$$

$$\tilde{e} = e_1[1 - A\gamma\varphi/(2c\sqrt{\gamma Mp}) - A^2\gamma\varphi^2/(8c^2Mp) + e(1 + 3\pi\gamma\rho p^2/c^2\varphi^2)/e_1]\cdot(\tilde{p}/p_1), \quad (10)$$

$$\Phi = [1 + 2\pi\rho p^3/M_1 - 3\gamma M_1/(c^2p) + 21\pi\gamma\rho p^2/c^2 - 6\pi\gamma\rho p^3/(c^2R)]\varphi. \quad (11)$$

Рассмотрение решения (8)–(11) показывает, что орбитой пробного тела является деформирующийся уменьшающийся в размерах элипс, для которого выполняются предельные равенства:

$$\lim_{\varphi\to\varphi_0}\tilde{p} = p_1/6, \quad \lim_{\varphi\to\varphi_0}\tilde{e} = e_1/16, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_0 = c\sqrt{\gamma Mp}/(\gamma A). \quad (12)$$

При достижении предельных значений (12) эллиптическая орбита перестает существовать и пробное тело начинает падать с нарастающей скоростью по радиусу на звезду. В промежутке (12) одновременно с уменьшением размера эллипса происходит смещение периастра, определяемая формулой (11). При разных реальных значениях параметров, входящих в (11), смещение может быть прямым, обратным и нулевым.

КАЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ ДВИЖЕНИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЯХ

В.Н. Старков, Н.А. Степенко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
vlad.stark@yandex.ru, nick_st@mail.ru

На основе уравнений Ньютона исследуются плоские движения в неоднородных гравитационных полях, образованных группой притягивающих тел. Рассчитаны различные варианты как стационарного расположения притягивающих тел, так и их передвижения. Построены соответствующие траектории пробного тела.

Дифференциальные уравнения, описывающие задачу нескольких тел, имеют вид [1, 2]:

$$\ddot{\vec{r}} = -\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_i(\vec{a}_i - \vec{r})}{|\vec{a}_i - \vec{r}|^3},$$