определяющая начальные условия $N(0) = \lambda S.$ Создание новых моделей предпринято после изучения данных об искусственном и естественном воспроизводстве осетровых Каспия для задачи выяснения диапазона устойчивости популяции к интенсивному промыслу. Разработана модель для учета резкого снижения воспроизводства при деградации и низкой плотности на нерестилищах (эффект Олли) и влияние роста особей на темп убыли численности поколения:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha w(t)N(t) + \theta(S)\beta)\,N(t), \quad \frac{dw}{dt} = \frac{g}{N^k + \zeta}, \quad \theta(S) = \frac{1}{1 - \exp(-cS)},$$

где S — величина нерестового запаса; $w(t)$ — уровень размерного развития поколения; g — параметр, учитывающий ограниченность количества доступных кормовых объектов; убывающая функция $\theta(S) \to 1$ при $S \to \infty,$ и введена для учета эффекта резкого снижения эффективности воспроизводства при деградации нерестового стада; ζ — параметр, учитывающий ограничение темпов развития, не зависящие от численности; $k \in [1/2, 1);$ $c < 1$ — степень выраженности эффекта Олли; α — мгновенный коэффициент компенсационной смертности; β — мгновенный коэффициент декомпенсационной смертности; $t \in [0, T]$ — специфичный интервал уязвимости.

Совершенствование модели с точки зрения теории этапности развития организмов требует создания непрерывно-событийных моделей в виде систем с динамически переопределяемой правой частью.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-07-00066.

Литература

1. Ricker W. *Stock and recruitment* // J. of the Fisheries research board of Canada. 1954. Vol. 11, no. 5. P. 559–623.

ОБ ОПИСАНИИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ТЕРМИНАХ БИКВАТЕРНИОНОВ

Н.Я. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
mir@bsu.by

Предлагается подход, в терминах которого задачи классической механики могут быть описаны в терминах функций со значениями в гиперкомплексных числах [1, 2]. Оказывается, в рамках предлагаемого подхода можно построить бикватернионную модель движения тела вблизи поверхности земли и сформулировать задачу Кеплера на языке дифференциальных уравнений для функций со значениями в кватернионах.

Кроме того, задача о движении твердого тела может быть описана в терминах функций со значениями в бикватернионах.

Теорема. *Движение твердого тела можно представить как решение дифференциального уравнения следующего вида:*

$$\frac{dw}{d\Phi} = \boldsymbol{n}w,$$

где n *— бикватернион,* Φ *— дуальная переменная,* w *— функция дуальной переменной со значениями в бикватернионах.*

Укажем, что дуальные числа представляют собой множество

$$\{a + \varepsilon b : a, b \in \mathbb{R}, \quad \varepsilon^2 = 0\},$$

где $a,\ b$ — вещественные числа, а ε — мнимая единица, свойство которой определяет умножение дуальных чисел. Бикватернионами (обобщением кватернионов) называют элементы множества

$$\{\alpha + \beta \boldsymbol{i} + \gamma \boldsymbol{j} + \delta \boldsymbol{k}, \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta \text{ — дуальные числа}\}.$$

Правило умножения бикватернионов задается правилом умножения мнимых единиц: $\boldsymbol{i}^2 = \boldsymbol{j}^2 = \boldsymbol{k}^2 = -1,\ \boldsymbol{ij} = \boldsymbol{k},\ \boldsymbol{ji} = -\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{ik} = -\boldsymbol{j},\ \boldsymbol{ki} = \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{kj} = -\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{jk} = \boldsymbol{i}$.

Литература

1. Радыно Н. Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к описанию движения* // Тр. XII Междунар. науч. конф. по дифференциальным уравнениям «Еругинские чтения–2007», Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2007. С. 133–140.

2. Радыно Н. Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к интегрированию систем дифференциальных уравнений в замкнутом виде* // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2008. №1. С. 83–88.

О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Т.В. Русилко

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
rusilko@grsu.by

Объектом исследования является сеть массового обслуживания с однотипными заявками двух классов — приоритетными и неприоритетными. Предполагается, что параметры обслуживания в каждой из систем сети, а также вероятности перехода заявок между системами зависят от времени. Маршрут передвижения заявок каждого класса задается произвольной стохастической матрицей вероятностей переходов. Время обслуживания заявок каждой из линий систем распределено по показательному закону. Заявки выбираются на обслуживания в соответствии с дисциплиной FIFO. Введен в рассмотрение случайный вектор, определяющий состояние рассматриваемой сети в произвольный момент времени и образующий марковский случайный процесс:

$$k(t) = (k_{11}(t), k_{12}(t), k_{21}(t), k_{22}(t), \ldots, k_{n1}(t), k_{n2}(t)),$$

где $k_{ic}(t)$ — число заявок класса c в системе S_i в момент времени t, $t \in [0, T]$, $i = \overline{1, n}$, $c = 1, 2$. Целью исследования является асимптотический анализ марковского процесса $k(t)$, описывающего состояние сети массового обслуживания, при большом числе заявок и нахождение среднего относительного числа заявок в системах сети в произвольный момент времени [1].

Прежде всего была получена система разностно-дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний исследуемого марковского процесса с непрерывным временем и конечным числом состояний. Далее рассмотрен случай большого числа обслуживаемых заявок K и осуществлен переход к вектору $k(t)/K$, имеющему непрерывное распределение. Выведено дифференциальное уравнение в частных