на обтекаемой поверхности, $f'(\eta)$ (вместе с $f''(0)$) — при расчете толщины динамического пограничного слоя, $f(\eta)$ (вместе с $f'(\eta)$) — при вычислении безразмерной температуры в тепловом пограничном слое, а также при вычислении локального коэффициента теплоотдачи (см., например, [4, с. 178]).

Литература

1. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя.* М.: Наука, 1974.
2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный метод анализа задачи о ламинарном пограничном слое и его применение к расчету охлаждающей способности кристаллизаторов при непрерывном литье. Часть II* (Препринт / Нац. акад. наук Беларуси. Ин-т технол. металлов; № 18). Могилев: БРУ, 2010.
3. Лаптинский В. Н. *Об одном аналитическом методе решения задачи о динамическом ламинарном пограничном слое в автомодельном случае* // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV, № 5. С. 72–93.
4. *Теория тепломассообмена. Учебник для вузов* / Под ред. А. И. Леонтьева. М.: Высшая школа, 1979.

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО ПО СКОРОСТИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ — СТОКСА В СЛУЧАЕ ОБТЕКАНИЯ РАВНОМЕРНО НАГРЕТОЙ СФЕРЫ

Н.В. Малай [1], А.В. Лиманская [2], Е.Р. Щукин [3]

[1] Белгородский государственный университет, Белгород, Россия
malay@bsu.edu.ru
[2] БГТУ им. В. Г. Шухова, Белгород, Россия
limanskayaanna@mail.ru
[3] ОИВТ РАН, Москва, Россия
www.oivtran.ru

Теория течений деформируемой вязкой газообразной среды — обширная и быстро развивающая часть гидро- и газовой динамики. Первый длительный этап был связан с изучением так называемых потенциальных течений идеальной несжимаемой среды. Набор таких течений оказался достаточно обширным, а математические возможности их исследования (теория функций комплексного переменного) — почти совершенным, например, [1, гл. I–X]. Однако знаменитый парадокс Эйлера — Даламбера, а также ряд других парадоксов, в рамках теории идеальной среды указывали на необходимость создание новой математической модели более реально отражающей действительность. В результате была создана математическая модель вязкой среды с ее основными уравнениями Навье — Стокса, например, [2, гл. 4].

Уравнения Навье — Стокса — основные уравнения движения вязкой среды, представляющие математическое выражение законов сохранения импульса и массы. В векторном виде их можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \big(\mathbf{V}\cdot\nabla\big)\mathbf{V} = \nu\triangle\mathbf{V} - \frac{1}{\rho}\nabla P - \mathbf{f}, \quad \nabla\cdot\mathbf{V} = 0.$$

Здесь $\mathbf{V} = (V^1, V^2, \dots, V^n)$ — векторное поле скоростей, t — время, ∇ — оператор набла, $\triangle$ — оператор Лапласа, ρ — плотность, P — давление, ν — коэффициент кинематической вязкости, $\mathbf{f}$ — векторное поле массовых сил. Неизвестные P и $\mathbf{V}$ являются функциями времени t и координаты $x \in \Omega$, где $\Omega \in R^n$, $n = 2, 3$, — двух или трехмерная область, в которой движется газ.

В работе, на примере задачи обтекания равномерно нагретой неподвижной частицы сферической формы плоскопараллельным потоком газа со скоростью $\mathbf{U}_\infty$, получено решение линеаризованного по скорости уравнения Навье — Стокса в сферической системе координат с учетом степенного вида зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. Доказана теорема единственности полученного решения.

Работа первого и второго авторов выполнена в рамках Федеральной целевой программы научно-образовательного центра «Управляемые электромагнитные процессы в конденсированных средах» НИУ «БелГУ»

Литература

1. Г. Ламб *Гидродинамика.* М.: ИТТЛ, 1947.
2. Хаппель Дж. *Гидродинамика при малых числах Рейнольдса.* М.: Мир, 1960.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СОВМЕСТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ И КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Н.А. Микулик

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
mathematics1@bntu.by

Часто встречаются многомассовые динамические системы, в которых отдельные массы совершают одновременно угловые и линейные перемещения, т. е. имеют место крутильные и линейные колебания.

Рассмотрим четырехмассовую динамическую систему с реактивным звеном, в которой массы m_1, m_1, m_3 связаны последовательно соединениями с жесткостями c_{12}, c_{23} а m_4 имеет ответвление от соединения c_{23} и опирается на пружину с жесткостью c_4. Массы m_1, m_2 и m_3 совершают угловые перемещения φ_i вокруг оси соединений c_{12}, c_{23}, а m_4 — угловые перемещения φ_4 вокруг оси соединения c_4 и линейные вдоль оси x.

На первую массу воздействует внешнее возмущение $Q(t)$. Вынужденные колебания рассматриваемой системы описываются системой дифференциальных уравнений [1]:

$$I_1\ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - k_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = Q(t),$$

$$I_2\ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) + k_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3),$$

$$I_3\ddot{\varphi}_3 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) = -k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3),$$

$$I_4\ddot{\varphi}_4 - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) + c_4(\varphi_4 - x/2) = k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3),$$

$$m_4\ddot{x} - c_4(\varphi_4 r - x) + c_4 x = 0. \tag{1}$$

Три последних уравнения (1) показывают связь между линейными и угловыми перемещениями масс m_3 и m_4. В (1) I_i — моменты инерций m_i $(i = 1, 2, 3)$, r — радиус перехода от линейного перемещения к угловому и наоборот, k_1 и k_2 — коэффициенты трения.

Собственные колебания описываются системой ДУ, полученной из (1) при $k_1 = = k_2 = 0$ и $Q(t) = 0$.