Литература

1. Matalytski M., Kiturko O. *Finding of the expected income of the closed queueing structure and its application in transport logistic* // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. 2013. Vol. 12, no. 1. P. 85–92.

ДИФРАКЦИЯ ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ НА ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ И ШАРЕ

А.И. Куц, Г.Ч. Шушкевич

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

g – shu@rambler.ru

Пусть пространство R^3 разделено сферой $S(r_1 = a_1)$ с центром в точке O_1 на две области $D_0(r_1 > a_1)$, $D_1(0 \leqslant r_1 < a_1)$. В области D_0 находится идеально проводящая и бесконечно тонкая незамкнутая сферическая оболочка Γ_1, расположенная на сфере Γ радиуса a с центром в точке O. Область пространства, ограниченную сферой Γ, обозначим через $D_0^{(0)}(0 \leqslant r < a)$ и $D_0^{(1)} = D_0 \backslash (D_0^{(0)} \cup \Gamma)$. Расстояние между точками O и O_1 обозначим через h. В точке O расположен электрический диполь Герца, колеблющийся с круговой частотой ω. Области D_j, $j = 0, 1$, заполнены средой с диэлектрической проницаемостью ε_j и магнитной проницаемостью μ_j.

Для решения задачи свяжем с точками O и O_1 сферические координаты. Будем полагать, что на поверхности S отсутствуют поверхностные токи и заряды, а электрический диполь ориентирован вдоль оси Oz.

Обозначим через $\vec{E}_e, \vec{H}_e$ вектора напряженности электрического и магнитного поля диполя соответственно. В результате взаимодействия электромагнитного поля $\vec{E}_e, \vec{H}_e$ диполя с проницаемым шаром и незамкнутой сферической оболочкой Γ_1 образуются вторичные поля.

Пусть $\vec{E}_0^0, \vec{H}_0^0$ — вторичное поле, отраженное от границы Γ_1 в области $D_0^{(0)}$, $\vec{E}_1^0$, $\vec{H}_1^0$ — вторичное поле в области D_1, $\vec{E}_0 = \vec{E}_0^1 + \vec{E}_1^1$, $\vec{H}_0 = \vec{H}_0^1 + \vec{H}_1^1$ — суммарное вторичное поле в области $D_0^{(1)}$, $\vec{E}_0^1, \vec{H}_0^1$ — вторичное поле, отраженное от границы Γ_1 в области $D_0^{(1)}$, $\vec{E}_1^1, \vec{H}_1^1$ — вторичное поле, отраженное от границы S в области $D_0^{(1)}$.

Постановка задачи. Требуется найти вторичные электромагнитные поля $\vec{E}_j^k, \vec{H}_j^k$, $j=0,1$, $k=0,1$, которые удовлетворяют уравнениям Максвелла [1], граничному условию на поверхности идеально проводящей незамкнутой сферической оболочки Γ_1 :

$$[\vec{n}, \vec{E}_0]|_{\Gamma_1} = [\vec{n}, \vec{E}_e + \vec{E}_0^0]|_{\Gamma_1} = 0,$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к поверхности Γ_1, граничным условиям на поверхности S :

$$[\vec{n}, \vec{E}_0]|_S = [\vec{n}, \vec{E}_1^0]|_S, \quad [\vec{n}, \vec{H}_0]|_S = [\vec{n}, \vec{H}_1^0]|_S,$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к поверхности S, и условию излучения на бесконечности [1].

Первичное поле электрического диполя Герца, ориентированного вдоль оси Oz, представим через векторные сферические волновые функции [1]:

$$\vec{E}_e = E_0 \tilde{\vec{n}}_{01}(r, \theta, k_0), \quad \vec{H}_e = H_0 \tilde{\vec{m}}_{01}(r, \theta, k_0),$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ — волновое число.

Вторичные поля представим в виде суперпозиции векторных сферических волновых функций, учитывая условие излучения на бесконечности.

Используя соответствующие теоремы сложения, решение поставленной краевой задачи сведено к решению бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода с вполне непрерывным оператором. Для некоторых параметров задачи построена диаграмма направленности.

Литература

1. Ерофеенко В. Т., Козловская И. С. *Аналитическое моделирование в электродинамике.* Мн.: БГУ, 2010.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ В АВТОМОДЕЛЬНОМ СЛУЧАЕ

В.Н. Лаптинский, А.А. Романенко

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь

lavani@tut.by, romanenko@gmail.com

Рассматривается краевая задача (см., например, [1, с. 160])

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m(1 - f'^2) = 0, \tag{1}$$

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \tag{2}$$

представляющая собой задачу о динамическом пограничном слое для течения жидкости вдоль плоской пластины. Аналитическое решение этой задачи получено только в случае пластины, обтекаемой в продольном направлении $(m = 0)$ — безградиентное обтекание. В данной работе предлагается модификация методики [2, 3], позволяющей получать приемлемые по точности приближенные аналитические решения этой задачи в случае обтекания с градиентом давления. Решение задачи (1), (2) получено в виде

$$f(\eta) = \lambda \int_0^{\eta} (\eta - \xi) \exp\left(-h\left(\frac{m}{\lambda}\xi + \frac{m+1}{12}\lambda\xi^3\right)\right) d\xi, \tag{3}$$

где $0 \leqslant m \leqslant 1$, h — вспомогательный параметр, подходящие значения которого вычисляются по предлагаемой методике, $\lambda > 0$ — корень уравнения

$$\lambda \int_0^{\infty} \exp\left(-h\left(\frac{m}{\lambda}\tau + \frac{m+1}{12}\lambda\tau^3\right)\right) d\tau - 1 = 0.$$

В частности установлено, что при $h = 1$ данное приближение для функции $f(\eta)$ и ее первой производной обеспечивает погрешность не более 3% в промежутке $0 \leqslant \leqslant \eta \leqslant 10$, а для второй производной — в основном не более 6% в том же промежутке, причем эта производная достаточно быстро убывает.

Решение (3) может быть использовано для получения инженерных формул, связанных с соответствующими прикладными задачами теплофизики и аэродинамики. При этом величина $f''(0) = \lambda$ используется при вычислении касательного напряжения