Разрешая систему нелинейных уравнений, определим материальные параметры слоев Ω_j, которые образуют двухпараметрическое многообразие M :

$$\varepsilon_1 = \tau_1, \quad \varepsilon_2 = \tau_2, \quad a(\tau_1\tau_2)k_1^4 - 2b(\tau_1\tau_2)k_1^2 + c(\tau_1,\tau_2) = 0, \quad k_1 = k_1(\tau_1,\tau_2), \quad k_2 = k_1(\tau_2,\tau_1),$$

$$\mu_1 = \mu_1(\tau_1,\tau_2) = (\tau_1(\tau_1+\tau_2+4) + 2(1-k_1k_2))/(\tau_2-\tau_1), \quad \mu_2 = \mu_1(\tau_2,\tau_1), \quad a = \tau_1+\tau_2,$$

$$b = \tau_2 + \tau_1(\tau_1^2 + \tau_1\tau_2 + 2\tau_1 - 1), \quad c = \tau_2 - \tau_1(3 + 2\tau_1\tau_2 + 4\tau_1 - \tau_1^2(4\tau_1 + \tau_1\tau_2 + \tau_1^2 + 2)),$$

где τ_1, τ_2 — произвольные комплексные числа.

При приближении материальных параметров слоев Ω_j к многообразию M поле $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$ за экраном преобразуется в поле диполей, сосредоточенных в точке $O_f(0,0,2\Delta - h)$, $0 < h < \Delta$. В работе [2] используется лучевая теория для анализа фокусирующих свойств двухслойной линзы.

Литература

1. Ерофеенко В. Т., Бондаренко В. Ф. *Численное исследование взаимодействия электромагнитных полей электрического и магнитного диполей с композитным экраном* // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. 2013. №4. С. 113–120.
2. Шевченко В. В. *Геометрическая теория плоской линзы из кирального метаматериала* // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. №6. С. 696–700.

МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ПЛОСКИМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ, ЗАПОЛНЕННЫМ СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

В.Т. Ерофеенко, С.В. Малый, В.Ф. Бондаренко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

erofeenko@bsu.by

В пространстве R^3 рассмотрим слой $D(0 < z < \Delta)$, заполненный средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_m, μ_m, которая называется матрицей. В матрице распределены частицы Ω_s из материала, характеризуемого параметрами ε_r, μ_r.

Объемный коэффициент заполнения частиц в матрице — $\tau(0 < \tau < 0,5)$. Полупространства $D_1(\tau < 0), D_2(\tau > \Delta)$ — вакуум с электрической и магнитной постоянными ε_0, μ_0.

Из области D_1 на слой падает первичная плоская электромагнитная волна $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ с круговой частотой ω.

Обозначим: $D_m = D \backslash \bigcup_S \bar{\Omega}_s$ — область между частицами; γ_s — поверхность частицы Ω_s; $\Gamma_1(z=0)$, $\Gamma_2(z=\Delta)$ — границы слоя D; $\vec{E}_1'$, $\vec{H}_1'$ — отраженное поле в D_1; $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$ — поле в области D_2; $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_1'$, $\vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}_1'$ — суммарное поле в D_1; $\vec{E}_m$, $\vec{H}_m$ — поле в матрице D_m; $\vec{E}_s^r$, $\vec{H}_s^r$ — поля в частицах Ω_s.

Краевая задача. Для заданного поля $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ требуется определить поля $\vec{E}_1'$, $\vec{H}_1'$, $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$, для которых выполнены условия:

$$\mathrm{rot}\,\vec{E}_j = i\omega\mu_0\vec{H}_j, \quad \mathrm{rot}\,\vec{H}_j = -i\omega\varepsilon_0\vec{E}_j, \quad D_j, \tag{1}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E}_m = i\omega\mu_m\vec{H}_m, \quad \mathrm{rot}\,\vec{H}_m = -i\omega\varepsilon_m\vec{E}_m, \quad D_m, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot}\vec{E}_s^r = i\omega\mu_r\vec{H}_s^r, \quad \operatorname{rot}\vec{H}_s^r = -i\omega\varepsilon_r\vec{E}_s^r, \quad \Omega_s, \tag{3}$$

$$(\vec{E}_{m\tau} - \vec{E}_{s\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \quad (\vec{H}_{m\tau} - \vec{H}_{s\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \tag{4}$$

$$(\vec{E}_{j\tau} - \vec{E}_{m\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \quad (\vec{H}_{j\tau} - \vec{H}_{m\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0. \tag{5}$$

Также выполнены условия излучения на бесконечности.

Для численного решения задачи (1)–(5) применены две методики.

1. Методом усреднения вычисляются эффективные материальные параметры ε_{eff}, μ_{eff} композиционного слоя D. Неоднородный слой D заменяется на однородный с параметрами ε_{eff}, μ_{eff} и для него решается методом [1] задача, эквивалентная задаче (1)–(5).

2. Численно решается прямая задача (1)–(5) методом минимальных автономных блоков, предусматривающим декомпозицию слоя с частицами на систему блоков, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов [2].

Проведен сравнительный анализ результатов, полученных с использованием указанных выше методик.

Литература

1. Ерофеенко В. Т., Малый С. В. *Дифракция плоской электромагнитной волны на плоском слое из биизотропного материала* // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. №2. С. 11–16.

2. Никольский В. В., Никольская Т. И. *Декомпозиционный подход к задачам электродинамики.* М., 1983. 304 с.

О РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОЖИДАЕМОГО ДОХОДА ЗАМКНУТОЙ СЕТИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЧИСЛОМ ЗАЯВОК

О.М. Китурко, М.А. Маталыцкий

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

sytaya_om@mail.ru

В работе [1] описано, как замкнутые структуры массового обслуживания (МО) могут быть использованы в качестве стохастических моделей прогнозирования ожидаемых доходов в логистических транспортных системах (ЛТС). В докладе рассматривается замкнутая экспоненциальная сеть МО с доходами, состоящая из $n+1$ систем обслуживания (СМО) $S_0, S_1, \ldots, S_n$, однотипными заявками и зависимыми от времени параметрами, такими как, интенсивности обслуживания заявок в СМО, вероятности переходов заявок между СМО, число линий обслуживания в СМО. Число заявок в сети является кусочно-постоянной функцией времени. Состояние сети описывается вектором $k(t) = (k,t) = (k_0, k_1, \ldots, k_n, t)$, где $k_i(t)$ — число заявок в системе S_i в момент времени t, $i = \overline{0,n}$.

Используя метод диффузионной аппроксимации, доказано, что плотность распределения дохода $p_v(k,t)$ удовлетворяет уравнению в частных производных второго порядка, коэффициенты которого выражаются через параметры сети. С помощью него получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка, для ожидаемого дохода сети с коэффициентами, зависящими от времени. Решив его, найдены выражения для ожидаемого дохода на различных интервалах времени.

Результаты применены при прогнозировании доходов ЛТС в случае, когда изменение ее параметров носит сезонный характер.