$$\operatorname{rot}\vec{E}_s^r = i\omega\mu_r\vec{H}_s^r, \quad \operatorname{rot}\vec{H}_s^r = -i\omega\varepsilon_r\vec{E}_s^r, \quad \Omega_s, \tag{3}$$

$$(\vec{E}_{m\tau} - \vec{E}_{s\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \quad (\vec{H}_{m\tau} - \vec{H}_{s\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \tag{4}$$

$$(\vec{E}_{j\tau} - \vec{E}_{m\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0, \quad (\vec{H}_{j\tau} - \vec{H}_{m\tau}^r)|_{\gamma_s} = 0. \tag{5}$$

Также выполнены условия излучения на бесконечности.

Для численного решения задачи (1)–(5) применены две методики.

1. Методом усреднения вычисляются эффективные материальные параметры ε_{eff}, μ_{eff} композиционного слоя D. Неоднородный слой D заменяется на однородный с параметрами ε_{eff}, μ_{eff} и для него решается методом [1] задача, эквивалентная задаче (1)–(5).

2. Численно решается прямая задача (1)–(5) методом минимальных автономных блоков, предусматривающим декомпозицию слоя с частицами на систему блоков, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов [2].

Проведен сравнительный анализ результатов, полученных с использованием указанных выше методик.

Литература

1. Ерофеенко В. Т., Малый С. В. *Дифракция плоской электромагнитной волны на плоском слое из биизотропного материала* // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. №2. С. 11–16.

2. Никольский В. В., Никольская Т. И. *Декомпозиционный подход к задачам электродинамики.* М., 1983. 304 с.

О РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОЖИДАЕМОГО ДОХОДА ЗАМКНУТОЙ СЕТИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЧИСЛОМ ЗАЯВОК

О.М. Китурко, М.А. Маталыцкий

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

sytaya_om@mail.ru

В работе [1] описано, как замкнутые структуры массового обслуживания (МО) могут быть использованы в качестве стохастических моделей прогнозирования ожидаемых доходов в логистических транспортных системах (ЛТС). В докладе рассматривается замкнутая экспоненциальная сеть МО с доходами, состоящая из $n+1$ систем обслуживания (СМО) $S_0, S_1, \ldots, S_n$, однотипными заявками и зависимыми от времени параметрами, такими как, интенсивности обслуживания заявок в СМО, вероятности переходов заявок между СМО, число линий обслуживания в СМО. Число заявок в сети является кусочно-постоянной функцией времени. Состояние сети описывается вектором $k(t) = (k,t) = (k_0, k_1, \ldots, k_n, t)$, где $k_i(t)$ — число заявок в системе S_i в момент времени t, $i = \overline{0,n}$.

Используя метод диффузионной аппроксимации, доказано, что плотность распределения дохода $p_v(k,t)$ удовлетворяет уравнению в частных производных второго порядка, коэффициенты которого выражаются через параметры сети. С помощью него получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка, для ожидаемого дохода сети с коэффициентами, зависящими от времени. Решив его, найдены выражения для ожидаемого дохода на различных интервалах времени.

Результаты применены при прогнозировании доходов ЛТС в случае, когда изменение ее параметров носит сезонный характер.

Литература

1. Matalytski M., Kiturko O. *Finding of the expected income of the closed queueing structure and its application in transport logistic* // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. 2013. Vol. 12, no. 1. P. 85–92.

ДИФРАКЦИЯ ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ НА ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ И ШАРЕ

А.И. Куц, Г.Ч. Шушкевич

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

g – shu@rambler.ru

Пусть пространство R^3 разделено сферой $S(r_1 = a_1)$ с центром в точке O_1 на две области $D_0(r_1 > a_1)$, $D_1(0 \leqslant r_1 < a_1)$. В области D_0 находится идеально проводящая и бесконечно тонкая незамкнутая сферическая оболочка Γ_1, расположенная на сфере Γ радиуса a с центром в точке O. Область пространства, ограниченную сферой Γ, обозначим через $D_0^{(0)}(0 \leqslant r < a)$ и $D_0^{(1)} = D_0 \backslash (D_0^{(0)} \cup \Gamma)$. Расстояние между точками O и O_1 обозначим через h. В точке O расположен электрический диполь Герца, колеблющийся с круговой частотой ω. Области D_j, $j = 0, 1$, заполнены средой с диэлектрической проницаемостью ε_j и магнитной проницаемостью μ_j.

Для решения задачи свяжем с точками O и O_1 сферические координаты. Будем полагать, что на поверхности S отсутствуют поверхностные токи и заряды, а электрический диполь ориентирован вдоль оси Oz.

Обозначим через $\vec{E}_e, \vec{H}_e$ вектора напряженности электрического и магнитного поля диполя соответственно. В результате взаимодействия электромагнитного поля $\vec{E}_e, \vec{H}_e$ диполя с проницаемым шаром и незамкнутой сферической оболочкой Γ_1 образуются вторичные поля.

Пусть $\vec{E}_0^0, \vec{H}_0^0$ — вторичное поле, отраженное от границы Γ_1 в области $D_0^{(0)}$, $\vec{E}_1^0$, $\vec{H}_1^0$ — вторичное поле в области D_1, $\vec{E}_0 = \vec{E}_0^1 + \vec{E}_1^1$, $\vec{H}_0 = \vec{H}_0^1 + \vec{H}_1^1$ — суммарное вторичное поле в области $D_0^{(1)}$, $\vec{E}_0^1, \vec{H}_0^1$ — вторичное поле, отраженное от границы Γ_1 в области $D_0^{(1)}$, $\vec{E}_1^1, \vec{H}_1^1$ — вторичное поле, отраженное от границы S в области $D_0^{(1)}$.

Постановка задачи. Требуется найти вторичные электромагнитные поля $\vec{E}_j^k, \vec{H}_j^k$, $j = 0, 1$, $k = 0, 1$, которые удовлетворяют уравнениям Максвелла [1], граничному условию на поверхности идеально проводящей незамкнутой сферической оболочки Γ_1 :

$$[\vec{n}, \vec{E}_0]|_{\Gamma_1} = [\vec{n}, \vec{E}_e + \vec{E}_0^0]|_{\Gamma_1} = 0,$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к поверхности Γ_1, граничным условиям на поверхности S :

$$[\vec{n}, \vec{E}_0]|_S = [\vec{n}, \vec{E}_1^0]|_S, \quad [\vec{n}, \vec{H}_0]|_S = [\vec{n}, \vec{H}_1^0]|_S,$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к поверхности S, и условию излучения на бесконечности [1].

Первичное поле электрического диполя Герца, ориентированного вдоль оси Oz, представим через векторные сферические волновые функции [1]:

$$\vec{E}_e = E_0 \tilde{\vec{n}}_{01}(r, \theta, k_0), \quad \vec{H}_e = H_0 \tilde{\vec{m}}_{01}(r, \theta, k_0),$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ — волновое число.