Это означает, что рассматривается наступление 4-й стадии вымокания леса. При $W = W_{\text{гр}}$ имеются три равновесия с $x < 5$, $x = 5$ и $x > 5$, два из них устойчивые: с $x < 5$ и $x > 5$. Следовательно, есть шанс к улучшению ситуации. Но при росте влажности до $W = W_{\text{гр}} + 60\%$ (лес стоит в воде) фитоценоз с данным потенциалом имеет только одно деградированное равновесие $x = 1,5$ т/га за год, к которому независимо от начального значения продуктивности x_0 лес постепенно, но неизбежно приходит. Это гибель леса.

Равновесия в данной модели с потенциалом (1) описываются катастрофой бабочка. В случае 5-ярусного леса используется модель катастрофы вигвам. Но и она для вымокающего березового леса не оставляет оптимистического будущего [2].

Литература

1. Гуц А. К., Володченкова Л. А. *Кибернетика катастроф лесных экосистем.* Омск: Изд-во КАН, 2012.

2. Гуц А. К., Володченкова Л. А. *Динамика вымокающего лесного фитоценоза* // Вестн. Омского ун-та. 2013. №4. С. 19–22.

ОБ ОДНОМ БЕЗУСЛОВНО-УСТОЙЧИВОМ МЕТОДЕ ПРИБЛИЖЕННОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ МАТРИЧНОЙ ЭКСПОНЕНТЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Д.Ю. Дедков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

daniel.dedkov@gmail.com

Для начально-краевой задачи для нестационарного уравнения Шредингера

$$i\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in (-L, L), \quad u(x,0) = u_0(x), \quad u(-L,t) = u(L,t) = 0 \qquad (1)$$

рассматривается метод, основанный на комбинации нескольких вычислительных техник, таких как конечно-разностная аппроксимация дифференциального оператора и Сузуки расщепление матричной экспоненты.

При переходе от (1) к задаче Коши (см. [1])

$$\frac{dU}{dt} = iAU, \quad U = (u_1, u_2, \ldots, u_{N-1})^T, \quad u_k = u(x_k, t), \quad A \in C^{(N-1)\times(N-1)} \qquad (2)$$

с трехдиагональной матрицей $A = A_e + A_o$, соответствующей стандартной аппроксимации второй производной по пространственной переменной, решение (2) выражается через матричную экспоненту, допускающую приближенную факторизацию согласно формулы:

$$U(T) = \exp(in\tau A)U(0) = \exp(i\tau A_e)\exp(i\tau A_o)U(0) + O(\tau) = X^n(A_e, A_o)U(0) + O(\tau). \quad (3)$$

Для исследования вопроса спектральной согласованности дискретной модели (3) с соответствующими характеристиками дифференциальной задачи (1) рассматривается функция передачи [2]: $H(\omega) = F[X(A_e, A_o)\cdot\delta_m(x)]/F[\delta_m(x)]$, где F — преобразование Фурье, $X(A_e, A_o)$ — оператор, аппроксимирующий матричную экспоненту, а δ_m — пробная δ-функция, для которой $F[\delta_m(x)] = 1$.

Так, для рассматриваемого метода функция передачи имеет вид при $\nu = \tau/h^2$:

$$H_h(\omega) = \frac{1}{2}\exp(-ih\omega + 2i\nu)\times$$
$$\times(2\exp(ih\omega)\cos^2(\nu) - 2\exp(3ih\omega)\sin^2(\nu) - i(1+\exp(2ih\omega))\sin(2\nu)).$$

Предложены модификации алгоритмов приближенной факторизации на основе аддитивного усреднения схемы расщепления $\overline{X}(A_o, A_e) = (X(A_e, A_o) + X(A_o, A_e))/2$, использования дробно-рациональной Паде-аппроксимации функции экспоненты $e^x \approx \approx (1+0.5x)/(1-0.5x)$, а также их комбинации. Соответствующие функции передачи выглядят следующим образом:

$$\overline{H}_h(\omega) = \exp(2i\nu)(\cos(2\nu)\cos_2(h\omega) + \sin_2(h\omega) - i\sin(2\nu)\cos(h\omega)),$$

$$\widetilde{H}_h(\omega) = \frac{-1 + i\nu\exp(-hi\omega) + i\nu\exp(ih\omega) + \nu^2\exp(2ih\omega)}{(i+\nu)^2},$$

$$\widetilde{\overline{H}}_h(\omega) = \frac{-1 + 2i\nu\cos(h\omega) + \nu^2\exp(2h\omega)}{(i+\nu)^2}.$$

Литература

1. De Raedt H. *Product formula algorithms for solving the time dependent Schrodinger equation* // Computer Physics reports. 1987. Vol. 7. P. 1–72.
2. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. *Теория волн.* М., 1990.

ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ДИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДВУХСЛОЙНЫМ ЭКРАНОМ ИЗ КИРАЛЬНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

В.Т. Ерофеенко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

bsu-erofeenko@tut.by

Рассмотрим двухслойный экран $D(0 < z < \Delta) = \Omega_1(0 < z < \Delta_1) \cup \Omega_2(\Delta_1 < < z < \Delta)$, слои которого заполнены биизотропным материалом с материальными параметрами $\varepsilon_j^c = \varepsilon_j\varepsilon_0$, $\mu_j^c = \mu_j\mu_0$, $G_j = Z_j = ik_j/c$, $j = 1,2$. Полупространства $D_1(z < 0)$, $D_2(z > \Delta)$ характеризуются постоянными ε_0, μ_0. В области D_1 в точке $O_1(0,0,-h)$, $h > 0$, расположен точечный источник из электрических и магнитных диполей с полем $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ [1], воздействующим на экран D. В область D_2 проникает поле $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$, в областях Ω_j поля $\vec{E}_j^c$, $\vec{H}_j^c$ удовлетворяют уравнениям Максвелла для биизотропной среды

$$\operatorname{rot}\vec{E}_j^c = i\omega(\mu_j^c\vec{H}_j^c + Z_j\vec{E}_j^c), \quad \operatorname{rot}\vec{H}_j^c = -i\omega(\varepsilon_j^c\vec{E}_j^c + G_j\vec{H}_j^c) \text{ в } \Omega_j. \tag{1}$$

В работе аналитически решена краевая задача дифракции поля $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ на экране D для уравнений (1).

Показано, что для фокусировки поля диполей за экраном [1] необходимо выполнение условий $\varepsilon_1\mu_2 + \varepsilon_2\mu_1 = 2(1-k_1k_2)$, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \mu_1 + \mu_2 = -4$, $k_1^2 + \varepsilon_1\mu_1 = 1$, $k_2^2 + \varepsilon_2\mu_2 = 1$, $k_2(\varepsilon_1 - \mu_1) = k_1(\varepsilon_2 - \mu_2)$.