Литература

1. Магницкий Н. А. *Новые методы хаотической динамики.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

2. Гурина Т. А. *Качественные методы дифференциальных уравнений в теории управления летательными аппаратами.* М.: Изд-во МАИ, 2014.

3. Гурина Т. А., Дорофеев И. А. *Гомоклинический каскад бифуркаций в системе типа Лоренца* // Журнал СВМО. 2010. Т. 12. № 2. С. 46–55.

4. Гурина Т. А. *Гомоклинический каскад бифуркаций в экологической системе* // Сб. тезисов междунар. конф. «Динамика, бифуркации и странные аттракторы». Нижний Новгород, 2013. С. 130–131.

ДИНАМИКА ЧЕТЫРЕХЪЯРУСНОГО ВЫМОКАЮЩЕГО ЛЕСА

А.К. Гуц, Л.А. Володченкова

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

aguts@mail.ru, Volodchenkova2007@yandex.ru

Равновесные состояния леса — это состояния, к которым стремится лесная экосистема в своем развитии, будучи подвергнутой начальным возмущениям.

Предположим, что в момент $t = 0$ лес имеет продуктивность $x = x_0$. Как будет меняться продуктивность x со временем, и будет ли состояние леса стремиться к стационарному равновесию? Есть ли шанс у леса, находящемуся в состоянии вымокания вернуться к какому-нибудь доброкачественному равновесию или его ожидает неизбежная полная деградация?

Динамика 4-ярусного леса описывается дифференциальным уравнением с четырьмя внешними управляющими факторами [1]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x},$$

где

$$V(x) \equiv \frac{\alpha}{6}(x - x_{\text{гр}})^6 - c_k(CI - CI_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}})^4 + c_m\left(\frac{s^2}{\mu} - 1\right)(x - x_{\text{гр}})^3 -$$
$$-c_a(\text{УАН} - \text{УАН}_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}})^2 + c_w(W - W_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}}) \qquad (1)$$

— потенциал леса, x — продуктивность фитоценоза, $\alpha = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ — коэффициент ярусности, а CI (индекс внутривидовой конкуреции), УАН (уровень антропогенной нагрузки на район), s^2/μ (коэффициент дисперсии, степень мозаичности леса), W (влажность почвы) — внешние управляющие факторы.

Здесь $CI_{\text{гр}}$, $(s^2/\mu)_{\text{гр}}$, $\text{УАН}_{\text{гр}}$, $W_{\text{гр}}$ — критические значения факторов, обозначающие границы экологической устойчивости фитоценоза; $x_{\text{гр}}$ – характерная наблюдаемая (измеряемая) для изучаемого типа леса продукция фитомассы.

Для вымокающих называевских березовых лесов Омской области Западной Сибири следует принять: $x_{\text{гр}} = 5$ т/га за год (лес вымокает), $CI_{\text{гр}} = 0,5$ (слабое давление), $\alpha = 90 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2 = 1260$, $CI = 6,5$ (береза), $s^2/\mu = 1$ (случайное распределение), $\text{УАН} = \text{УАН}_{\text{гр}} - 0,02$, $\text{УАН}_{\text{гр}} = 21$, $W_{\text{гр}} = 35\%$ и $c_k = 472,5$, $c_a = 1$, $c_w = 2 \cdot 10^3$.

Потенциал примет вид

$$V(x) = 210(x-5)^6 - 2835(x-5)^4 + 0.02(x-5)^2 + 2 \cdot 10^3(W - W_{\text{гр}})(x-5).$$

Это означает, что рассматривается наступление 4-й стадии вымокания леса. При $W = W_{\text{гр}}$ имеются три равновесия с $x < 5$, $x = 5$ и $x > 5$, два из них устойчивые: с $x < 5$ и $x > 5$. Следовательно, есть шанс к улучшению ситуации. Но при росте влажности до $W = W_{\text{гр}} + 60\%$ (лес стоит в воде) фитоценоз с данным потенциалом имеет только одно деградированное равновесие $x = 1,5$ т/га за год, к которому независимо от начального значения продуктивности x_0 лес постепенно, но неизбежно приходит. Это гибель леса.

Равновесия в данной модели с потенциалом (1) описываются катастрофой бабочка. В случае 5-ярусного леса используется модель катастрофы вигвам. Но и она для вымокающего березового леса не оставляет оптимистического будущего [2].

Литература

1. Гуц А. К., Володченкова Л. А. *Кибернетика катастроф лесных экосистем.* Омск: Изд-во КАН, 2012.

2. Гуц А. К., Володченкова Л. А. *Динамика вымокающего лесного фитоценоза* // Вестн. Омского ун-та. 2013. №4. С. 19–22.

ОБ ОДНОМ БЕЗУСЛОВНО-УСТОЙЧИВОМ МЕТОДЕ ПРИБЛИЖЕННОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ МАТРИЧНОЙ ЭКСПОНЕНТЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Д.Ю. Дедков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
daniel.dedkov@gmail.com

Для начально-краевой задачи для нестационарного уравнения Шредингера

$$i\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in (-L, L), \quad u(x,0) = u_0(x), \quad u(-L,t) = u(L,t) = 0 \qquad (1)$$

рассматривается метод, основанный на комбинации нескольких вычислительных техник, таких как конечно-разностная аппроксимация дифференциального оператора и Сузуки расщепление матричной экспоненты.

При переходе от (1) к задаче Коши (см. [1])

$$\frac{dU}{dt} = iAU, \quad U = (u_1, u_2, \ldots, u_{N-1})^T, \quad u_k = u(x_k, t), \quad A \in C^{(N-1)\times(N-1)} \qquad (2)$$

с трехдиагональной матрицей $A = A_e + A_o$, соответствующей стандартной аппроксимации второй производной по пространственной переменной, решение (2) выражается через матричную экспоненту, допускающую приближенную факторизацию согласно формулы:

$$U(T) = \exp(in\tau A)U(0) = \exp(i\tau A_e)\exp(i\tau A_o)U(0) + O(\tau) = X^n(A_e, A_o)U(0) + O(\tau). \quad (3)$$

Для исследования вопроса спектральной согласованности дискретной модели (3) с соответствующими характеристиками дифференциальной задачи (1) рассматривается функция передачи [2]: $H(\omega) = F[X(A_e, A_o)\cdot\delta_m(x)]/F[\delta_m(x)]$, где F — преобразование Фурье, $X(A_e, A_o)$ — оператор, аппроксимирующий матричную экспоненту, а δ_m — пробная δ-функция, для которой $F[\delta_m(x)] = 1$.