Соотношение (4) является дискретным аналогом закона сохранения мощности излучения и одновременно гарантирует ограниченность приближенного решения на каждой итерации. Последнее обстоятельство положительно сказывается на вычислительных качествах консервативного итерационного метода (3). Численные эсперименты показывают, что скорость сходимости итерационного метода (3) сопоставима с традиционно используемым методом Ньютона (см. [3]), но в отличие последнего для достижения сходимости (3) не требуется специального выбора начального приближения.

Литература

1. Headley C., Agrawal G. P. *Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems.* Academic Press. San Diego, CA, 2005.

2. Trefethen L. N. *Spectral Methods in MATLAB.* 2000. SIAM, Philadelphia.

3. Tarman H. I., Berberoglu H. *A spectral collocation algorithm for two-point boundary value problem in fiber Raman amplifier equations* // Optics Communications. 2009. Vol. 282, № 8. P. 1551–1556.

БИФУРКАЦИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТИПА ЛОРЕНЦА

Т.А. Гурина

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

gurina-mai@mail.ru

Рассматриваются модели, описываемые многопараметрическими системами трех дифференциальных уравнений типа Лоренца (модель гиростата и экономическая модель средней фирмы):

$$\dot{x} = -\sigma x + \delta y, \quad \dot{y} = \mu x + \nu y - \beta xz, \quad \dot{z} = -\gamma z + \alpha xy.$$

В качестве бифуркационных параметров рассматриваются μ, ν и γ, а параметры α, β, δ, σ фиксируются. Для особых точек систем построено разбиение пространства бифуркационных параметров на области по типу грубой особой точки линеаризованной системы. При пересечении границы области седло-фокуса с положительными действительными частями пары комплексно-сопряженных корней происходит бифуркация Андронова-Хопфа рождения устойчивого предельного цикла с последующим каскадом бифуркаций удвоения периода цикла и субгармоническим каскадом Шарковского, заканчивающегося рождением цикла периода три.

При дальнейшем изменении параметров в системе появляются циклы гомоклинического каскада бифуркаций, приводящего к образованию странного аттрактора. С помощью преобразований системы и доказательных вычислений показано существование гомоклинической траектории седло — фокуса, разрушение которой является главной бифуркацией гомоклинического каскада, и определена область параметров, в которой она существует.

Получены бифуркационные диаграммы, графики показателей Ляпунова, графики седлового числа, фрактальные размерности странного аттрактора.

Задачи стабилизации неустойчивых особых точек данных систем решаются методом расширенной управляющей системы. Получены параметры управляющих систем, обеспечивающие стабилизацию особой точки в интервале основного бифуркационного параметра, покрывающем область хаоса. Работа выполнена с применением системы Maple–13.

Литература

1. Магницкий Н. А. *Новые методы хаотической динамики.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

2. Гурина Т. А. *Качественные методы дифференциальных уравнений в теории управления летательными аппаратами.* М.: Изд-во МАИ, 2014.

3. Гурина Т. А., Дорофеев И. А. *Гомоклинический каскад бифуркаций в системе типа Лоренца* // Журнал СВМО. 2010. Т. 12. № 2. С. 46–55.

4. Гурина Т. А. *Гомоклинический каскад бифуркаций в экологической системе* // Сб. тезисов междунар. конф. «Динамика, бифуркации и странные аттракторы». Нижний Новгород, 2013. С. 130–131.

ДИНАМИКА ЧЕТЫРЕХЪЯРУСНОГО ВЫМОКАЮЩЕГО ЛЕСА

А.К. Гуц, Л.А. Володченкова

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

aguts@mail.ru, Volodchenkova2007@yandex.ru

Равновесные состояния леса — это состояния, к которым стремится лесная экосистема в своем развитии, будучи подвергнутой начальным возмущениям.

Предположим, что в момент $t = 0$ лес имеет продуктивность $x = x_0$. Как будет меняться продуктивность x со временем, и будет ли состояние леса стремиться к стационарному равновесию? Есть ли шанс у леса, находящемуся в состоянии вымокания вернуться к какому-нибудь доброкачественному равновесию или его ожидает неизбежная полная деградация?

Динамика 4-ярусного леса описывается дифференциальным уравнением с четырьмя внешними управляющими факторами [1]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x},$$

где

$$V(x) \equiv \frac{\alpha}{6}(x - x_{\text{гр}})^6 - c_k(CI - CI_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}})^4 + c_m\left(\frac{s^2}{\mu} - 1\right)(x - x_{\text{гр}})^3 -$$
$$-c_a(\text{УАН} - \text{УАН}_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}})^2 + c_w(W - W_{\text{гр}})(x - x_{\text{гр}}) \quad (1)$$

— потенциал леса, x — продуктивность фитоценоза, $\alpha = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ — коэффициент ярусности, а CI (индекс внутривидовой конкуреции), УАН (уровень антропогенной нагрузки на район), s^2/μ (коэффициент дисперсии, степень мозаичности леса), W (влажность почвы) — внешние управляющие факторы.

Здесь $CI_{\text{гр}}$, $(s^2/\mu)_{\text{гр}}$, $\text{УАН}_{\text{гр}}$, $W_{\text{гр}}$ — критические значения факторов, обозначающие границы экологической устойчивости фитоценоза; $x_{\text{гр}}$ – характерная наблюдаемая (измеряемая) для изучаемого типа леса продукция фитомассы.

Для вымокающих называевских березовых лесов Омской области Западной Сибири следует принять: $x_{\text{гр}} = 5$ т/га за год (лес вымокает), $CI_{\text{гр}} = 0,5$ (слабое давление), $\alpha = 90 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2 = 1260$, $CI = 6,5$ (береза), $s^2/\mu = 1$ (случайное распределение), $\text{УАН} = \text{УАН}_{\text{гр}} - 0,02$, $\text{УАН}_{\text{гр}} = 21$, $W_{\text{гр}} = 35\%$ и $c_k = 472,5$, $c_a = 1$, $c_w = 2 \cdot 10^3$.

Потенциал примет вид

$$V(x) = 210(x-5)^6 - 2835(x-5)^4 + 0.02(x-5)^2 + 2 \cdot 10^3(W - W_{\text{гр}})(x-5).$$