циональные ряды», «Операционное исчисление». Выбор разделов обоснован учебной программой (рабочий вариант) дисциплины «Математика».

Основная цель пособия – организация учебного процесса студента-заочника. Книга должна компенсировать ему отсутствие достаточного количества лекций и практический занятий.

Пособие состоит из двух частей. Первая часть «Тематические тесты» содержит тестовые задания по указанным разделам математики с предварительно изложенным кратким теоретическим материалом и примерами решения типовых задач по каждой теме из раздела. При составлении тестовых заданий предполагалось, что студенты, изучив предложенный материал, уже приобрели навыки решения определенного круга задач и для выполнения задания должны использовать совокупность этих навыков.

Проработав весь материал, содержащийся в первой части и решив предложенные тестовые задачи, студент-заочник приобретет требуемые знания и навыки в решении примеров и задач, предложенных в вариантах тестовых заданий второй части пособия.

Каждый из 30 тестов по структуре напоминает тест централизованного тестирования абитуриентов и включает задания по всем, рассмотренным в первой части разделам. Каждый, одинаковый по уровню сложности, вариант теста состоит из 30 заданий (18 заданий закрытого типа в части A и 12 заданий открытого типа в части B). Задачи части A располагаются по нарастанию уровня сложности. Так, задания первого уровня сложности были построены на простом узнавании математических объектов, например, указать вид уравнения Бернулли или характеристического уравнения для линейного дифференциального и т. д. С помощью заданий второго уровня сложности от студента требуется выполнять несложные вычисления, воспроизводить программный материал, применяя известные факты, действуя по образцу решения приведенных ранее задач, например, найти изображение функции, пользуясь таблицей и свойствами преобразования Лапласа и т. д. Задания третьего уровня сложности позволяют выявить степень осознанного воспроизведения учебного материала и применения изученных понятий и фактов, например, проинтегрировать дифференциальное уравнение первого порядка, исследовать на сходимость числовой ряд и т. д.

Выполнение заданий теста части B предусматривает высокую степень владения материалом, понимание и осмысленность действий, умение анализировать и оценивать результат, творческий подход к решению задач, например, найти множество сходимости функционального ряда или решить задачу Коши операционным методом и т. п.

Авторы надеются, что эта книга окажется удобной и полезной при изучении математики как в аудитории, так и дома, при заочной и очной формах обучения, будет способствовать повышению уровня математической подготовки специалистов, умеющих ставить и решать задачи не только сегодняшнего, но и завтрашнего дня.

О НЕКОТОРЫХ УСЛОВИЯХ РЕГУЛЯРИЗИРУЕМОСТИ ОБЩИХ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ, ДОПУСКАЮЩИХ ОПЕРАТОРНУЮ ЗАПИСЬ

В.И. Булатов

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь boulatov@bsu.by

Рассмотрим стационарную систему

$$D(p)x(t) = Bu(t), \tag{1}$$

с r-мерным управлением (входом) $u(t)$, n-вектор-траекторией $x(t)$ и m-мерным выходом

$$y(t) = Cx(t). \tag{2}$$

Здесь $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $D(\lambda)$ — $n \times n$ — матрица, элементами которой являются целые функции комплексной переменной λ; B и C — соответственно $n \times r$ и $m \times n$ — матрицы.

Система (1), (2) считается регулярной, если ее характеристическая функция $d(\lambda) = \det D(\lambda)$ является ненулевой. В случае, когда $d(\lambda) \equiv 0$ возникает задача регуляризируемости системы (1), (2) с помощью, например, обратной линейной связи по выходу (2).

Систему (1), (2) будем называть регуляризируемой с помощью обратной линейной связи по выходу (2), если найдется $r \times m$ — матрица Q такая, что замыкание системы (1), (2) управлением $u(t) = Qy(t)$ приводит к регулярной системе

$$(D(p) - BQC)x(t) = 0,$$

т. е. у которой характеристическая функция $\delta(\lambda) = \det(D(\lambda) - BQC)$ является ненулевой.

На основании [1] доказывается следующая

Теорема. *Если $d(\lambda) \equiv 0$, то для регуляризируемости системы (1) линейной обратной связью по выходу (2) достаточно, а в случае одного входа ($r = 1$) или одного выхода ($m = 1$) то и необходимо, чтобы существовало такое λ_0, что $CF(\lambda_0)B \neq 0$, где $F(\lambda)$ — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице $D(\lambda)$.*

Литература

1. Булатов В. И. *Условия регуляризируемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись* // Междунар. конф. «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Тез. докл. Минск, 1–5 октября 2013 г. С. 87–88.

2. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц*. М., 1988.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА БАЗЕ МОДЕЛИ ЛОТКИ — ВОЛЬТЕРРА

В.С. Вакульчик [1], А.В. Капусто [2], А.А. Вакульчик [1]

[1] Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
[2] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
kapusto@tut.by

Классическая модель Лотки — Вольтерра взаимодействия двух популяций, описывается системой уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = (a - by)x, \quad \frac{dy}{dt} = (-c + dx)y,$$

и широко применяется при моделировании различных ситуаций, которые можно трактовать как один из случаев модели «хищник — жертва». Авторы используют данную модель [1] как задачу прикладного содержания, приводящую к системе дифференциальных уравнений, при чтении соответствующего раздела для студентов технических специальностей.