МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

О МОДЕЛИРОВАНИИ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В АЛГЕБРЕ МНЕМОФУНКЦИЙ

Т.С. Автушко, Н.В. Лазакович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
AutushkaTS@tut.by

В докладе предполагается обсудить вопросы моделирования решений задачи Коши линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с обобщенными коэффициентами

$$Y''(t) + a'(t)Y'(t) + \sigma'(t)Y(t) + f'(t) = 0, \tag{1}$$

где $t \in \mathbf{T} = [0, b]$, $\sigma, a, f : \mathbf{T} \to \mathbb{R}$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, σ', a', f' — их обобщенные производные.

Уравнения вида (1) рассматриваются в курсах «Высшая математика», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики». В частности, они возникают при решении уравнений в частных производных продольных колебаний стержня с вкрапленными точечными массами (бусинками) методом разделения переменных. При этом $\sigma(t)$ — масса стержня на $[0, t)$, $\sigma'(t)$ — плотность стержня в точке t, $a(t)$ — модуль Юнга (характеризует сопротивление материала растяжению (сжатию) при упругой деформации).

В алгебре мнемофункций исходное уравнение на уровне представителей записывается как конечно-разностное уравнение с осреднением с шагом h, где под осреднением a и σ мы будем понимать свертки их со стандартными шапочками:

$$a_n(t) = (a * \rho_n^1)(t), \quad \sigma_n(t) = (\sigma * \rho_n^2)(t), \quad \rho_n^1(t) = n\rho(nt), \quad \rho_n^2(t) = \gamma(n)\rho(\gamma(n)t),$$

$$\rho \geqslant 0, \quad \rho \in C^\infty(\mathbb{R}), \quad \operatorname{supp} \rho \subseteq [0, 1], \quad \int\limits_0^1 \rho(s)\, ds = 1.$$

Такое осреднение естественно, поскольку «...реально нельзя измерить значение физической величины в точке, а можно измерить лишь ее средние значения в достаточно малых окрестностях этой точки и объявить предел последовательности этих значений значением рассматриваемой физической величины в данной точке» ([1]).

В результате такого подхода исходная задача Коши имеет четыре решения, вид которых представлен в сообщении [2] и зависит от связи между h, n и $\gamma(n)$. Таким образом, при моделировании реальных явлений уравнениями вида (1), необходимо, на наш взгляд, учитывать такие связи.

Литература

1. Владимиров В. С. *Обобщенные функции в математической физике.* М.: Наука, 1979.

2. Автушко Т. С., Лазакович Н. В. *Представление ассоциированных решений линейных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами через функции Коши* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 4. С. 32–38.