9. Ньюмарк, Н. Основы сейсмостойкого строительства: / Э. Розенблюэт ; сокр. пер. с англ. ; под ред. Я.М. Айзенберга. – М. : Стройиздат,1980. – 344 с.
10. Арматура композитная полимерная для армирования бетонных конструкций. Общие технические условия : ГОСТ 31938 – 2012. – М. : Стандартинформ. 2014. – 34 с.
11. Воздействия на конструкции. Общие воздействия. Ветровые воздействия : ТКП EN 1991-1-4-2009 (02250). – Минск, 2010. – 127 с.

PRECISION ENHANCEMENT FOR COORDINATES OF THE POINT FOR RECEIVING ARTIFICIAL SATELLITE SIGNALS BY MEANS OF STABILIZING THE PERTURBING ACTIONS ON THEIR RECEPTION

V. ZHELEZNYAK, A. YARYTSA

The factors that reduce the accuracy of the estimate coordinates of the reception signal of an artificial Earth satellite by the geodetic receivers, which were installed at locations satellite of system exact positioning, were placed on the underlying structures or on the ground surface of the Earth were systematically examined. There was showed a possibility of increasing the accuracy of estimation using the parameters of stable structural materials with improved mechanical, thermal anti-vibration properties.

Keywords*: satellite system of the exact positioning, permanent items, robust estimation, random influencing factors.*

УДК 528.236

ПРОБЛЕМА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ С ОШИБКАМИ В ОБЕИХ СИСТЕМАХ

канд. техн. наук, доц. А.М. ДЕГТЯРЕВ, А.С. ИВАШНЁВА
(Полоцкий государственный университет, Беларусь)

Задача трансформирования координат в геодезии возникает достаточно часто. Не смотря на широту использования и кажущуюся понятность процесса двумерного трансформирования, есть ряд важных вопросов, которые на сегодняшний день требуют дополнительного исследования. Один из них – это возможность учета ошибок в обеих сис-

темах координат при решении задачи трансформирования. Представлены вычислительные результаты и выводы о целесообразности использования модели Гаусса-Гельмерта при преобразовании систем координат.

Ключевые слова: *трансформирование, система координат, модель Гаусса-Марково, модель Гаусса-Гельмерта, аффинная модель, элементы преобразования, традиционные способы, нетрадиционные способы, метод наименьших квадратов.*

Преобразование координат на плоскости применяется во многих отраслях науки. Также такого рода задачи часто решаются в геодезии. В большинстве практических случаев задача такого рода решается, когда часть сети вставляется в сеть с другой системой координат; когда определяются элементы деформации различных объектов; когда главные оси объектов включаются в государственную систему; в фотограмметрических работах; в географических информационных системах для объединения карты из различных источников и т.д.

Задачу трансформирования координат на плоскости как частный случай линейных преобразований можно сформулировать следующим образом. Есть координаты *(x, y)* для *n* точек в старой системе K_c и есть координаты *(X, Y)* для этих же точек в новой системе $K_н$. Необходимо найти оптимальную функцию перехода *f* от старой системы координат к новой:

$$K_H = f(K_C), \tag{1}$$

Большинство преобразований координат для геодезических задач можно свести к обычному линейному преобразованию, которое в самом общем случае включает сдвиги и изменения масштаба по двум осям, вращение осей одной системы координат относительно другой. Тогда в качестве функции преобразования *f* используют линейную функцию с матрицей преобразования *A* и вектором сдвига *b* вида

$$K_H = A \cdot K_C + b, \tag{2}$$

Такого рода преобразования носят название аффинные. В формуле (2) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$, *a, b, c, d, e* и *f* – коэффициенты линейного аффинного преобразования на плоскости.

Систему (2) можно записать в развернутом виде для i-той точки как [1]

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot x_i + b \cdot y_i + c \\ d \cdot x_i + e \cdot y_i + f \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где X_i, Y_i, x_i, y_i – координаты в новой и старой системах соответственно.

Очевидно, что для однозначного определения параметров преобразования между двумя отдельными системами координат достаточно три общих точки. В геодезической практике для контроля и оценки точности берется избыточное число точек, что приводит к переопределенной системе (3).

Эта система может быть решены традиционными и нетрадиционными методами с получением необходимых элементов преобразования. Под традиционными способами мы будем подразумевать способы, которые решают задачу по методу наименьших квадратов (МНК) с учетом ошибок в новой системе координат, а под нетрадиционными – способы, которые решают задачу по МНК с учетом ошибок в обеих системах.

Традиционные способы применяются для решения модели Гаусса-Маркова, которая учитывает ошибки определения положения координат только в новой системе [2]

$$l + v = A \cdot x, \tag{4}$$

где A – матрица плана для математической модели,

l – координаты в новой системе,

x – вектор неизвестных параметров,

v – поправки в новую систему координат.

Но совершенно очевидно, что ошибки существуют как в новой системе координат, так и в старой. В некоторых применениях, когда требуется более точный результат преобразования, как например, при анализе деформаций сооружений, где миллиметры играют важную роль, возникает необходимость учета ошибок в обеих системах, чтобы избежать дополнительной потери точности. В таких случаях необходимо применять более реалистичные, нестандартные методы трансформирования.

Одна из возможностей решения такой задачи трансформирования, и таким образом, повышения точности получения элементов преобразования это использование модели Гаусса-Гельмерта, которая учитывает тот факт, что на результаты оказывают влияние, как ошибки в старой системе координат, так и в новой. Основная формула модели имеет следующий вид [2]:

$$l + v = (A - v_A) \cdot x, \quad (5)$$

где v_A – поправки в матрицу плана для математической модели, и таким образом, поправки в старую систему координат.

По состоянию изученности данного вопроса на основе литературных источников можно сказать, что научные исследования, связанные с традиционными способами трансформирования, проводились нашими учеными (Е. Г. Бойко, А. В. Буткевич, Н. Г. Кель, К. Михайлович, В. П. Подшивалов, В. Ю. Минько и т.д. [3], [4]) и зарубежными (F. R. Helmert, J. Greenfield, Wolf, P. R. и т.д. [5]). Что касается научных исследований по преобразованию на основе модели Гаусса-Гельмерта, которая учитывает ошибок в обеих системах и решается нетрадиционными способами, то в русскоязычной геодезической литературе, в том числе белорусской, можно говорить об отсутствии таких исследований.

У нас в Беларуси и в странах постсоветского пространства при преобразовании координат учитывают ошибки только в новой системе координат или вообще их не учитывают, в тоже время в зарубежных странах в основном применяют модель Гаусса-Гельмерта. Практически во всех зарубежных программах по обработке (Adjust, JAG3D и др.) есть возможность произвести вычисления по модели Гаусса-Гельмерта с учетом ошибок в обеих системах.

В данной статье была поставлена цель – выяснить, при каких условиях для преобразования координат целесообразно применять математическую модель Гаусса-Маркова, с учетом ошибок в одной системе координат, а когда целесообразно применять математическую модель Гаусса-Гельмерта, которая учитывает ошибки координат в обеих системах.

Для выяснения целесообразности применения той или другой модели был выполнен вычислительный эксперимент.

Эксперимент проводился на основе смоделированных данных, когда известны истинные значения координат и параметры связи (табл. 1). Рассматривалось десять точек с известными координатами в старой системе *OXY* (рис. 1). Использовались точные параметры преобразования, относительно которых были вычислены точные значения координат данных точек в новой системе *O´X´Y´*. Были сгенерированы случайные числа, имеющие нормальный закон распределения с заданными характеристиками, принимаемые за ошибки, которыми затем искажались координаты в старой, новой или в обеих системах. Сгенерированные ошибки и искаженные координаты приведены в таблице 2.

Таблица 1

Исходные координаты и параметры связи

Координаты в старой системе, м		Элементы преобразования	Координаты в новой системе, м	
1750.125	3250.258	угол вращения - 30°	-736.543	5338.918
1500.589	5750.297	угол нарушения орто-	-3038.296	8334.261
2780.965	4710.547	гональности - 3°	-858.258	7794.475
3220.698	6990.125	масштаб по X – 1,2	-2263.595	10926.037
4008.654	570.587	масштаб по Y – 1,5	3799.770	3322.994
3510.851	3280.956	сдвиг по X – 100 м	1068.178	6433.972
4102.651	5780.254	сдвиг по Y – 200 м	-358.628	9933.184
5170.623	4000.286		2205.401	8334.757
6560.564	6010.542		2007.574	11697.635
6290.464	2780.468		4365.715	7472.123

Таблица 2

Сгенерированные ошибки и искаженные координаты

Ошибки в координаты *X*, м	Ошибки в координаты *Y*, м	Искаженные координаты в старой системе координат, м		Искаженные координаты в новой системе координат, м	
0.336	0.444	1750.461	3250.702	-736.207	5339.362
-0.604	-0.574	1499.985	5749.723	-3038.900	8333.687
0.359	-0.534	2781.324	4710.013	-857.899	7793.941
0.815	-0.405	3221.513	6989.720	-2262.780	10925.632
0.244	-1.472	4008.898	569.115	3800.014	3321.522
0.517	0.719	3511.368	3281.675	1068.695	6434.691
0.363	0.162	4103.014	5780.416	-358.265	9933.346
-0.152	-0.377	5170.471	3999.909	2205.249	8334.380
0.147	0.685	6560.711	6011.227	2007.721	11698.320
-0.394	-0.856	6290.070	2779.612	4365.321	7471.267

По модели Гаусса-Маркова выполнялся расчет элементов преобразования (табл. 3):

– без учета весов;

– с учетом весов в новой системе, когда они одинаковы для всех координат;

– с учетом весов в новой системе координат относительно ошибок, которыми искажались координаты.

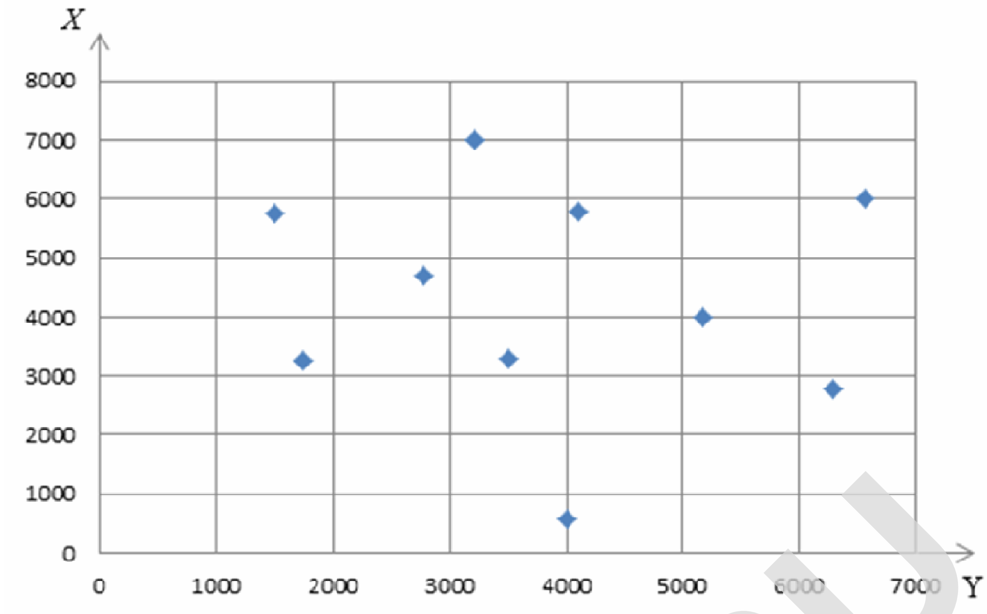

Рис. 1. Схема расположения точек в старой системе координат

При этом эксперимент по модели Гаусса-Маркова был также поставлен с условием, что новая система является безошибочной, а старая искаженной. Это было сделано с целью определения влияние ошибок старой системы, которые не учитываются в этой модели, на результат. Выполнялся эксперимент для таких же случаев учета весов (табл. 3).

Таблица 3

Вычисленные элементы преобразования на основе модели Гаусса–Маркова

Математическая модель	Без учета весов	С учетом весов (все веса одинаковые $1/\sigma^2$)	С учетом весов (веса $1/\sigma i^2$)
Модель Гаусса-Маркова (ошибки внесены в новую систему координат)	p = 30˚00´06,4´´ 2˚59´38,7´´ 1.1999749399 1.5001137325 100.176 199.036	p = 30˚00´06,4´´ 2˚59´38,7´´ 1.1999749399 1.5001137325 100.176 199.036	p = 30˚00´14,7´´ 2˚59´31,5´´ 1.1999912822 1.5001191783 100.284 198.839
Модель Гаусса-Маркова (ошибки внесены в старую систему координат)	p = 29˚59´53,3´´ 3˚00´10,6´´ 1.2000465425 1.4997736828 99.029 201.108	p = 29˚59´53,3´´ 3˚00´10,6´´ 1.2000465425 1.4997736828 99.029 201.108	p = 29˚59´37,4´´ 3˚00´41,9´´ 1.2000275298 1.4995476823 98.751 202.608

Далее выполнялся расчет элементов преобразования по модели Гаусса-Гельмерта (табл. 4):

– без учета весов;

– с учетом весов в старой и в новой системах, когда они одинаковы для всех координат;

– с учетом весов в старой и в новой системах относительно ошибок, которыми искажались координаты.

Таблица 4

Вычисленные элементы преобразования на основе модели Гаусса–Гельмерта

Математическая модель	Без учета весов	С учетом весов (все веса одинаковые $1/\sigma^2$)	С учетом весов (веса $1/\sigma i^2$)
Модель Гаусса-Гельмерта	p = 30°00´01,3´´ 2°59´48,0´´ 1.2000269009 1.4998831459 99.205 м 200.143 м	p = 30°00´01,3´´ 2°59´48,0´´ 1.2000269009 1.4998831459 99.205 м 200.143 м	p = 29°59´34,0´´ 3°00´12,0´´ 1.1999815513 1.4997724825 98.754 м 201.161 м

Для удобства анализа рассчитывались отклонения полученных элементов преобразования от заложенных элементов (табл. 5–6).

Таблица 5

Отклонения полученных элементов преобразования от заложенных элементов на основе модели Гаусса–Маркова

Математическая модель	Без учета весов	С учетом весов (все веса одинаковые $1/\sigma^2$)	С учетом весов (веса $1/\sigma i^2$)
Модель Гаусса-Маркова (ошибки внесены в новую систему координат)	p = 0°00´06,4´´ 0°00´21,3´´ $2.50 \cdot 10^{-5}$ $1.14 \cdot 10^{-4}$ 1.176 м 0.964 м	p = 0°00´06,4´´ 0°00´21,3´ $2.50 \cdot 10^{-5}$ $1.14 \cdot 10^{-4}$ 1.176 м 0.964 м	p = 0°00´14,7´´ 0°00´28,5´´ $8.72 \cdot 10^{-6}$ $1.19 \cdot 10^{-4}$ 1.284 м 1.161 м
Модель Гаусса-Маркова (ошибки внесены в старую систему координат)	p= 0°00´06,7´´ 0°00´10,6´´ $4.65 \cdot 10^{-5}$ $2.26 \cdot 10^{-4}$ 0.971 м 1.108 м	p = 0°00´06,7´´ 0°00´10,6´´ $4.65 \cdot 10^{-5}$ $2.26 \cdot 10^{-4}$ 0.971 м 1.108 м	p = 0°00´22,6´ 0°00´41,9´´ $2.75 \cdot 10^{-5}$ $4.52 \cdot 10^{-4}$ 1.249 м 2.608 м

Таблица 6

Отклонения полученных элементов преобразования от заложенных элементов на основе модели Гаусса–Гельмерта

Математическая модель	Без учета весов	С учетом весов (все веса одинаковые $1/\sigma^2$)	С учетом весов (веса $1/\sigma i^2$)
Модель Гаусса-Гельмерта	p = 0˚00´01,3´´ 0˚00´12,0´´ $2.69 \cdot 10^{-5}$ $1.17 \cdot 10^{-4}$ 0.795 м 0.143 м	p = 0˚00´01,3´´ 0˚00´12,0´´ $2.69 \cdot 10^{-5}$ $1.17 \cdot 10^{-4}$ 0.795 м 0.143 м	p = 0˚00´26,0´´ 0˚00´12,0´´ $1.84 \cdot 10^{-5}$ $2.27 \cdot 10^{-4}$ 1.246 м 1.161 м

По полученным результатам сделаны следующие выводы:

1. Если веса координат точек одинаковые (независимо какой они величины), то нет необходимости их учитывать при трансформировании, так как элементы преобразования получаются такими же, как в случае неучета весов, а значения весов значимы только для оценки точности.

2. Расчет элементов преобразования по модели Гаусса-Маркова с ошибками только в старой системе координат показал, что ошибки в данной системе, которые невозможно учесть с помощью традиционных способов, оказывают значительное влияние на конечный результат.

3. Ожидаемого результата не получено при расчете элементов преобразования по модели Гаусса-Гельмерта, так как получены наибольшие отклонения от заложенных элементов, когда ожидались наименьшие. С большой долей вероятности это может быть связано с некорректным учетом весов. Данный вывод достаточно существенный и требует своего дальнейшего и тщательного исследования, что должно привести к повышению точности определения элементов трансформирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтярев, А.М. Идентификация модели трансформации в геодезии на основе аффинного преобразования / А.М. Дегтярев, В.В. Ялтыхов // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2013. – № 2(49). – С. 71–74.
2. Akyilmaz, O. Total least squares solution of coordinate transformation / O. Akyilmaz // Survey Review. – 2007. - № 39 (303). – С. 68–80.
3. Бойко, Е.Г. Исследование методов перехода от одной системы плоских координат к другой / Е.Г. Бойко, С.А. Ванин // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2005. – №2. – С. 20–26.
4. Михайлович, К. Геодезия (уравнительный вычисления) / К. Михайлович ; пер. с сербско-харватского С.В. Лебедева. – М. : Недра, 1984. – 448 с.
5. Ghilani, Charles D. Adjustment computations: spatial data analysis / Charles D. Ghilani, Paul R. Wolf. – Hoboken : JOHN WILEY & SONS, INC., 2006. – 632 с.

THE PROBLEM OF THE COORDINATE TRANSFORMATION WITH ERRORS IN BOTH SYSTEMS

A. DEGTYARYOV, A. IVASHNIOVA

The task of the coordinate transformation occurs often enough in geodesy. Despite the wide use and clarity of the process of the two-dimensional transformation there are a number of important questions that require an additional research today. One such issue is the possibility of accounting errors in the two coordinate systems in solving the transformation task. The computational results and the conclusions about the expediency of using of the Gauss-Helmert model in coordinate transformation are presented in the article.

Keywords: *transformation, coordinate system, Gauss-Markov model, Gauss-Helmert model, affine model, transformation elements, traditional methods, non- traditional methods, least square method.*

УДК 527.8

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В АЭРОНАВИГАЦИИ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

П.А. ЮЗЕФОВИЧ, В.Я. ЛОБАЗОВ
(Геодинамика, Россия)

Конвергенция последних реализаций общеземных систем координат к системе ITRF делает их различия несущественными с точки зрения требований ИКАО к представлению координат и высот аэронавигационных объектов. Иная ситуация с высотами – различия ортометрических и нормальных высот выходят за нормативные допуски, нерегулярны и зачастую вызваны ошибками исходных данных, особенно в удаленных и труднодоступных регионах.

Ключевые слова: *ИКАО, аэронавигационные данные, геоцентрические системы координат, нормальная высота, ортометрическая высота.*

Системы координат, применяемые для международной аэронавигации, должны удовлетворять определенным требованиям в части концепции и реализации. Глобальная сеть международного авиасообщения требует единой общеземной системы координат для опубликования аэронавигационных данных. Требование опубликования распространяется на всех участников, подписавших Чикагскую конвенцию о международной граждан-