#### УДК 528.063

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ВНЕЦЕНТРЕННЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ**

#### 0.0. YCOBA

### (Полоцкий государственный университет)

На производстве в последнее время большое распространение получили спутниковые методы определения координат с помощью GPS-приемников. Для геодезического применения спутниковых систем используется относительный метод. Встречаются случаи, когда технически невозможно установить GPS-приемник над центром определяемого пункта, тогда необходимо выполнять внецентренные GPS-измерения. Предметом исследования является приведение пространственных геоцентрических координат к центру пункта при внецентренных измерениях с использованием GPS-приёмников. Потребность в этом возникает при выполнении работ на пунктах государственной геодезической сети, где установлены сигналы или пирамиды. Получение качественных измерений при помощи GPS-приёмников становится проблематичным. В городских сетях также возникает потребность использования внецентренных измерений, например, если необходимо определить координаты стенных знаков и марок. Обоснована актуальность исследований. Дана постановка задачи и предложены методики прямого и косвенного способов обработки внецентренных спутниковых измерений. Указаны программы для ПК по обработке анализируемых GPS-измерений.

**Введение.** В настоящее время все более широкое применение находят спутниковые методы определения координат. Достоинствами таких методов являются:

- отсутствие необходимости в построении геодезических сигналов;
- полная независимость измерений от взаимной видимости между пунктами, времени сугок и года;
- всепогодность измерений;
- возможность определения координат при размещении одного из приемников на подвижном носителе:
- высокий уровень производительности и оперативности труда в основном за счет автоматического приема, контроля и обработки спутниковой информации как в пострежиме, так и в реальном масштабе времени и др.

В спутниковых навигационных системах координаты наземных пунктов определяются способом обратной линейной засечки, где измеряются искаженные погрешностями дальности (так называемые псевдодальности) от приемника до спутника. Псевдодальности определяются на основе беззапросных измерений по дальномерным кодам и сдвигам фаз несущих частот (доплеровский метод).

Для геодезического применения спутниковых систем используется относительный метод определения координат. Одновременно выполняются GPS-измерения двумя (и более) приемниками. Так, если один приемник установлен на пункте с известными координатами, а другой — на определяемом пункте, то в результате GPS-измерений можно получить пространственные координаты второго пункта. Если оба приемника установлены на пунктах с неизвестными координатами, то можно получить приращения координат и вычислить расстояние между ними.

Встречаются случаи, когда технически невозможно установить GPS-приемник над центром определяемого пункта. Тогда необходимо выполнять внецентренные GPS-измерения.

Предметом исследования является приведение пространственных геодезических координат к центру пункта при внецентренных измерениях с использованием GPS-приёмников. Потребность в этом возникает при выполнении работ на пунктах государственной геодезической сети, где установлены сигналы или пирамиды.

Получение качественных измерений при помощи GPS-приёмников становится проблематичным. Это вызвано шумами, которые создают конструкции над центром пункта. Решением проблемы может быть увеличение времени измерения на станции и набор большого количества эпох для получения достоверных данных либо использование внецентренных измерений. Во втором случае возникает проблема приведения координат к центру пункта.

В городских сетях также возникает потребность использования внецентренных измерений, например, если необходимо определить координаты стенных знаков и марок. В этом случае результаты измерений необходимо приводить к центрам пунктов.

## 1. Вычисления поправок за центрировку и редукцию спутниковых измерений

Существуют два метода вычисления поправок за центрировку и редукцию спутниковых измерений: дифференциальный (линейный) и прямой (нелинейный).

В соответствии с дифференциальным методом приращения  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ , приведенные к центрам, можно получить по формулам [1, 2]:

$$\Delta X = \Delta X_{u_{3M}} - \delta \Delta X;$$

$$\Delta Y = \Delta Y_{u_{2M}} - \delta \Delta Y;$$

$$\Delta Z = \Delta Z_{u_{3M}} - \delta \Delta Z,$$
(1)

где  $\Delta X_{_{u_{3M}}}$ ,  $\Delta Y_{_{u_{3M}}}$ ,  $\Delta Z_{_{u_{3M}}}$  – измеренные приращения;  $\delta \Delta X$ ,  $\delta \Delta Y$ ,  $\delta \Delta Z$  – поправки, найденные из уравнивания.

В этом способе поправками б исправляются измеренные величины.

Применяя прямой метод, сначала вычисляют [2, 3]:

$$B_{C} = B_{j} + \delta B + B_{j} + \frac{l \cos A}{M};$$

$$L_{C} = L_{j} + \delta L + L_{j} + \frac{l \cos A}{\cos B \cdot N};$$

$$H_{C} = H_{j} + \delta H = H_{j} + h,$$
(2)

где J – точка стояния GPS-приемника; C – центр пункта, к которому приводятся результаты центрировки; l – линейный элемент центрировки и редукции; A – истинный азимут линейного элемента; h – превышение между точками J и C; M и N – радиусы кривизны меридиана и первого вертикала для референцэллипсоида соответственно.

Зная  $B_J$ , вычисляют  $\delta B$ ,  $\delta L$ ,  $\delta H$ , а затем находят величины:

$$X_{C} = (N_{C} + H_{C})\cos B_{C} \cdot \cos L_{C};$$

$$Y_{C} = (N_{C} + H_{C})\cos B_{C} \cdot \sin L_{C};$$

$$Z_{C} = (N_{C}(1 - e^{2}) + H_{C}) \cdot \sin B_{C},$$

$$(3)$$

где  $e^2$  – квадрат эксцентриситета эллипсоида вращения.

Прямой способ позволяет непосредственно находить  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$  из выражений (2), (3). В этом случае внецентренные координаты  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$ , полученные из уравнивания, перевычисляются и приводятся к центру, не изменяя измеренные величины  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ .

Рассмотрим вопрос о необходимой точности поиска B, L, H для вычисления поправок  $\delta B, \delta L, \delta H$  и  $\delta X, \delta Y, \delta Z$ , которые найдем по программе Bgm, реализующей дифференциальный поиск их нахождения.

На рисунках 1, 2 приведены графики зависимости  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$  от величин B, L.

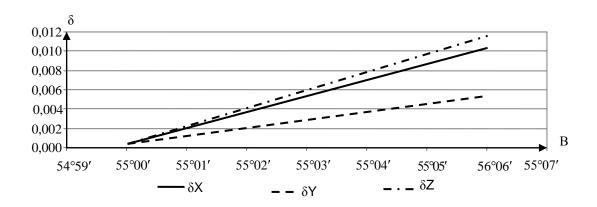


Рис. 1. Зависимость поправок  $\delta$  от B

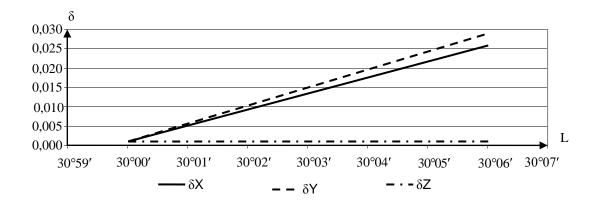


Рис. 2. Зависимость поправок  $\delta$  от L

По графикам (см. рис. 1, 2) видно, что для поиска  $\delta$  ( $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$ ) с точностью 5 мм необходимо знать геодезическую широту и долготу, при вычислении  $\delta B$  и  $\delta L$ , с точностью до 60".

## 2. Методика определения и точностные характеристики элементов приведения

Методика определения азимута зависит от расстояния l между центром знака и снесённым пунктом. При расстоянии в 100 м азимут можно получить через дирекционный угол. Он находится с помощью ориентирных пунктов (ОРП), которые должны быть на пунктах Государственной геодезической сети (ГГС). Дирекционный угол на ОРП измеряют согласно Инструкции по построению ГГС с точностью до 2.5".

На наш взгляд, на практике более актуальным является использование коротких расстояний. При расстоянии l, равном менее 100 м, можно определить азимут из GPS-наблюдений [4].

Линейный элемент приведения l необходимо определять достаточно точно — от 1 см (при  $50 \le l \le 100$  м) до 1 мм (при  $5 \le l \le 50$  м). Поэтому использование рулеток и других инструментов в первом случае неприемлемо. Необходимо использовать электронный тахеометр.

Превышения h между двумя пунктами необходимо определять любо геометрическим нивелирование технической точности, либо тригонометрическим нивелированием с использованием современного электронного тахеометра.

Таким образом, оптимальным прибором для измерений элементов приведения является тахеометр, так как он обладает всеми необходимыми точностными характеристиками и совмещает в себе сразу несколько геодезических приборов, что избавляет от необходимости иметь при себе дополнительно нивелир и светодальномер.

# **3.** Рекомендуемое программное обеспечение для обработки внецентренных GPS-измерений Предлагается к использованию три программы:

- 1) SFEGEO (разработанная В.Г. Плаксом);
- 2) GAMI9 (разработанная В.И. Мицкевичем);
- 3) BGM (разработанная В.И. Мицкевичем и О.О. Усовой).

Первые две программы широко используется при подсчете необходимой точности определения элементов приведения и при решении прямой геодезической задачи на эллипсоиде для вычисления  $\delta B$  и  $\delta L$ .

Третья программа применяется для вычисления  $\delta \Delta X$ ,  $\delta \Delta Y$ ,  $\delta \Delta Z$  в дифференциальном методе и  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$  – в прямом методе.

Рекомендуем использовать прямой метод перехода от точки J к C и не рекомендуем использовать измененные  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  поправками  $\delta \Delta X$ ,  $\delta \Delta Y$ ,  $\delta \Delta Z$ , которые легко вычислить по третьей программе с целью контроля как дублирующий метод.

Программа BGM необходима также для вычисления матрицы F при оценке точности пункта C относительно пункта J.

Программы 1 и 2 ведут обработку в диалоговом режиме и не нуждаются в пояснении последовательности вычислений.

Третья программа BGM использует файл с произвольным именем, в который через пробел вводятся следующие данные для двух пунктов:

- $(B_1)_J$ ,  $(L_1)_J$ ,  $(H_1)_J$ ;
- $-(B_2)_J, (L_2)_J, (H_2)_J,$

между которыми измерялись внецентренные приращения  $\Delta X_{12}$ ,  $\Delta Y_{12}$ ,  $\Delta Z_{12}$ .

Далее в исходной информации следует:  $A_1$ ,  $l_1$ ,  $A_2$ ,  $l_2$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ , где  $h_1$ ,  $h_2$  – превышение между пунктами.

В дальнейшем мы рекомендуем вести раздельную обработку или для точки 1, или для точки 2, не исправляя измеренные  $\Delta X_{12}$ ,  $\Delta Y_{12}$ ,  $\Delta Z_{12}$ , а осуществляя переход от координат  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$ , полученных из уравнивания, к координатам  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$  для точки 1, 2 соответственно.

В этом случае в качестве информации  $(B_2)_J$ ,  $(L_2)_J$ ,  $(H_2)_J$ ,  $A_2$  можно брать произвольные значения, приравнивая к нулю  $l_2$ . То есть если  $l_2=0$ , то вычисляются  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$  для точки, у которой линейный элемент l не равен нулю.

Приведем пример.

Так как широты и долготы при вычислении  $\delta B$ ,  $\delta L$  должны быть известны с ошибкой не более 1', то для вычисления  $B_J$ ,  $L_J$ ,  $H_J$  можно брать приближенные значения  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$  в любой пространственной геоцентрической системе координат: WJS-84, ПЗ-90.

$$X_J = 3 175 000 \text{ m};$$
  
 $Y_J = 1 833 000 \text{ m};$   
 $Z_J = 5 201 000 \text{ m}.$ 

Приведенные координаты  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$  не принадлежат к служебному использованию (несекретные). Допустим, что  $A_{JC} = 46^{\circ}35'16''$ ,  $l_{JC} = 9,876$  м, h = 0 м.

Решая задачу по переходу от  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$  к  $B_J$ ,  $L_J$ ,  $H_J$  по программе GAMI9 (при долготе осевого меридиана 30°), получим

$$B_J = 55^{\circ}00'05,0657'',$$
 $L_J = 29^{\circ}59'55,7559'',$ 
 $H_J = -689,4627 \text{ M}.$ 

То обстоятельство, что  $H_J$  отрицательно, говорит о произвольных по значению координатах  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$  (на практике их берут по материалам уравнивания всей сети).

Решая прямую задачу по программе SFEGEO, находим  $B_C$ ,  $L_C$ ,  $H_C$ :

$$B_C = 55^{\circ}00'05,2852";$$
  
 $L_C = 29^{\circ}59'56,1595";$   
 $H_C = -689,4627 \text{ M}.$ 

По программе GAMI9 переходим от  $B_C$ ,  $L_C$ ,  $H_C$  к  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$ :

$$X_C = 3\ 174\ 991,5969\ M;$$
  
 $Y_C = 1\ 833\ 003,4326\ M;$   
 $Z_C = 5\ 201\ 003,8938\ M.$ 

По координатам точек  $X_J$ ,  $Y_J$ ,  $Z_J$  и  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$  находим  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$ :

$$\delta X = X_C - X_J = -8,4031 \text{ m};$$
  
 $\delta Y = Y_C - Y_J = 3,4326 \text{ m};$   
 $\delta Z = Z_C - Z_J = 3,8938 \text{ m}.$ 

Вычислим  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$  с помощью программы BGM. Для этого вносим в файл с именем ог исходную информацию следующим образом:

```
550005 295956 -689,4627
1 1 1
463516 9,876 0 0 0 0
```

При помощи программы BGM получаем:

 $\delta X = -8,4118 \text{ m};$ 

 $\delta Y = 3.4267 \text{ M};$ 

 $\delta Z = 3.8749 \text{ M}.$ 

**Заключение.** Предпочтение отдадим поправкам в координаты, вычисленным не по программе BGM, так как она не реализует прямой поиск и ее можно использовать лишь для контроля.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии / К.М. Антонович. М.: ФГУП Картгеоцентр, 2005. 334 с.
- 2. Герасимов, А.П. Поправки за центрировку спутниковых приемников / А.П. Герасимов, Н.А. Телышев // Геодезия и картография. -2006. -№ 6. -C. 17 19.
- 3. Закатов, П.С. Курс высшей геодезии / П.С. Закатов. М.: Недра, 1976. 511 с.
- 4. Усова, О.О. О вычислении значения истинного азимута линии и определение его точности по результатам спутниковых GPS-измерений / О.О. Усова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. F. Строительство. Прикладные науки. − 2009. − № 6. − С. 126 − 130.

Поступила 25.05.2010

# MATHEMATICAL TREATMENT OF ECCENTRIC GPS-MEASUREMENTS

#### O. USOVA

Satellite methods of determination of position using GPS-receiver are widely used nowadays. For geodetical use of satellite systems relative method of measurement is applied. There are some cases when it is impossible to locate GPS-receiver exactly on the centre of determined point. Then it is necessary to conduct eccentric GPS-measurements. The objective of research is obtaining the space geocentric coordinates of the point when applying eccentric measurements using GPS-receiver. The need of that it is when one conducts measurements at the points with mounted signal or pyramid. Determining of qualitative data using GPS-receivers is problematic. In metropolitan area networks eccentric measurements can be used when it is necessary to determine coordinates of wall points. Problem definition, methods of direct and indirect treatments of eccentric satellite measurements are provided. Programs for treatment of GPS-measurements are mentioned.