

УДК 548.24

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ У ПОЛОС СДВИГА ТИПА ИЗОГНУТЫХ ЛУЧЕЙ У ПОВЕРХНОСТИ АМОРФНОГО МЕТАЛЛА

*А.А. РЮМЦЕВ, канд. физ.-мат. наук О.М. ОСТРИКОВ  
(Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого)*

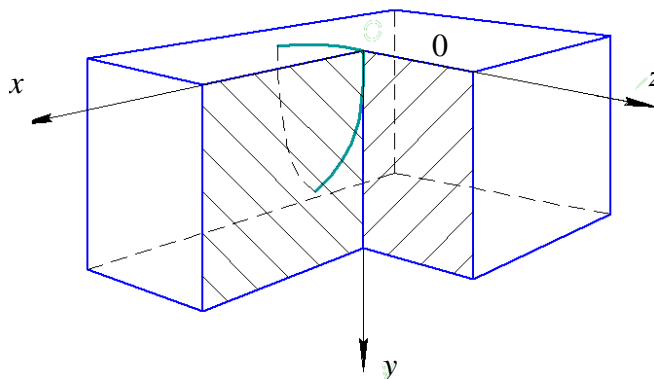
*Предложена методика расчета полей напряжений у полос сдвига типа изогнутых лучей, находящихся у поверхности металлического стекла. Данная методика позволила описать характер распределения напряжений в аморфном материале у полос сдвига типа изогнутых лучей, находящихся у поверхности металлического стекла, при различных законах распределения плотности квазидислокаций. В результате были выявлены вероятные места концентрации наибольших напряжений, где могут зарождаться трещины – необратимые дефекты.*

**Ключевые слова:** *полоса сдвига, металлическое стекло, поля напряжений.*

**Введение.** Дислокационная модель полосы сдвига в аморфном материале, предложенная в [1, 2], позволяет моделировать процесс формирования полос сдвига. Согласно [2], данная теория является базой для создания теории прогнозирования распределения напряжений в аморфном материале. Однако в работах [1–5] не рассматриваются случаи конкретного моделирования деформационного процесса, характеризующегося заданными типами полос сдвига – каналов сдвиговой деформации в аморфных материалах [3], а также плотностью распределения квазидислокаций. К таким типам полос сдвига относятся полосы сдвига типа чешуйчатых навалов, а также типа лучей [2]. В частности, ранее не рассматривался вопрос создания методики расчета полей напряжений у полос сдвига типа изогнутых лучей у поверхности аморфного материала, которая была бы призвана описать характер и общую картину полей напряжений. Данный вопрос очень важен в изучении изменений физических свойств материала при возникновении полос сдвига, а также в самих полосах сдвига. Полученная картина распределения напряжений в металлическом стекле даст возможность прогнозирования тех или иных физических явлений, знание которых позволит определять опасные участки в материале, где с наибольшей вероятностью могут возникать трещины и разломы.

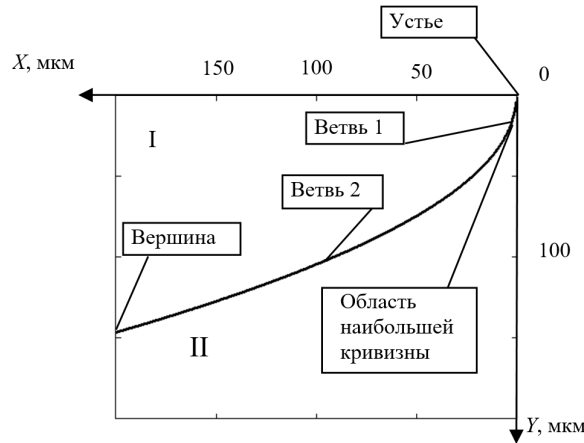
Целью работы стала разработка численно-аналитического метода расчета полей напряжений в металлических стеклах у полос сдвига типа изогнутых лучей у поверхности аморфного материала.

**Постановка задачи.** Полосы сдвига типа изогнутых лучей, формирующиеся у поверхности материала в разрезе, перпендикулярном ее следу на поверхности материала, а также перпендикулярном поверхности материала, имеют вид кривой, изображенной на рисунке 1.



**Рисунок 1.** – Схематическое изображение полосы сдвига в виде изогнутого луча у поверхности аморфного материала в разрезе

Рассмотрим случай, представленный на рисунке 2, где схематически изображена находящаяся у поверхности металлического стекла криволинейная полоса сдвига в форме изогнутых лучей [3] в плоскости  $XOY$ .



**Рисунок 2. – Схематичное изображение полосы сдвига, находящейся у поверхности металлического стекла в форме изогнутых лучей в разрезе, перпендикулярном следу полосы сдвига на поверхности аморфного материала, а также самой поверхности материала**

При формировании полосы сдвига на поверхности аморфного материала образуется ступенька величины  $\delta$ . В этом случае напряжения, создаваемые криволинейной полосой сдвига, определяются с помощью криволинейного интеграла [2]:

$$\sigma_{ij} = \int_{L_{AB}} \rho \sigma_{ij}^{(0)} ds, \tag{1}$$

где  $L_{AB}$  – задает профиль полосы сдвига;  
 $\rho$  – плотность квазидислокаций, формирующих полосу сдвига;  
 $\sigma_{ij}^{(0)}$  – напряжения, создаваемые единичной квазидислокацией у поверхности.

Использование квазидислокационного подхода в решении проблемы определения картины напряжений, вызванных в аморфном материале полосой сдвига, стало возможно благодаря тому, что он базируется на теории дислокаций в изотропных средах, а аморфные материалы относятся именно к таким средам, несмотря на то, что реально в аморфных материалах дислокаций как линейных дефектов кристаллической решетки, не существует [2, 5]. Согласно теории дислокационных трещин [6] далее понятие «квазидислокация» заменим на «дислокация».

Криволинейный интеграл (1) по общеизвестным правилам [2] сводится к определенному интегралу

$$\sigma_{ij}(x, y) = \int_{a+\delta}^L \sqrt{1+(f'(\xi))^2} \rho(\xi) \sigma_{ij}^{(0)}(x, y, \xi) d\xi, \tag{2}$$

где  $L$  – длина полосы сдвига, равная проекции  $L_{AB}$  на ось  $OY$ ;  
 $a$  – глубина залегания источника дислокаций;  
 $f(\xi)$  – функция, определяющая форму полосы сдвига;  
 $\rho(\xi)$  – линейная плотность дислокаций в полосе сдвига;  
 $\xi$  – параметр интегрирования;  
 $\sigma_{ij}^{(0)}(x, y, \xi)$  – напряжения, создаваемые единичной дислокацией, которые в случае формирования у поверхности материала полосы сдвига типа луча, находятся по формулам [2]:

$$\sigma_{xz}^{(0)}(x, y, \xi) = B_B \left[ \frac{y - f_1(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2} - \frac{y + f_1(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y + f_1(\xi))^2} \right],$$

$$\sigma_{yz}^{(0)}(x, y, \xi) = -B_B \left[ \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2} - \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + (y + f_1(\xi))^2} \right],$$

где  $B_B = \frac{\mu b_B}{2\pi}$ .

Здесь  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b_b$  – модуль винтовой дислокации, образующей полосу сдвига.

Форму полосы сдвига искривленных лучей без существенных локальных изменений вдоль длины (см. рисунок 2) можно описать функцией [2]

$$f(\xi) = A_1 \cdot \ln(\xi) + B_1 \cdot \xi^{1/2}, \quad (3)$$

где  $A_1$  и  $B_1$  – эмпирические коэффициенты.

Рассмотрим четыре варианта распределения плотности дислокаций  $\rho(\xi)$ . Пусть в первом случае плотность дислокаций постоянна:

$$\rho(\xi) = 10^5 \text{ м}^{-1}. \quad (4)$$

Во втором – закон распределения дислокаций описывается линейной функцией

$$\rho(\xi) = A_2 \cdot \xi + B_2, \quad (5)$$

где  $A_2, B_2$  – эмпирические коэффициенты.

В третьем случае закон распределения дислокаций описывается квадратичной функцией типа

$$\rho(\xi) = A_3 \cdot \xi^2 + B_3 \cdot \xi + C_3, \quad (6)$$

где  $A_3, B_3$  и  $C_3$  – эмпирические коэффициенты.

Пусть в четвертом случае плотность дислокаций изменяется по гармоническому закону, описываемому функцией

$$\rho(\xi) = A_4 \cdot \sin(\xi), \quad (7)$$

где  $A_4$  – эмпирический коэффициент.

#### Результаты расчетов полей напряжений и их обсуждение.

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (3), где  $A_1 = 1$  мкм,  $B_1 = 10$  мкм<sup>1/2</sup>, при распределении линейной плотности дислокаций по закону, описываемому функцией (4), у вершины полосы сдвига в области II наблюдаются максимальные по модулю и отрицательные напряжения  $\sigma_{zx}$ , которые уменьшаются при удалении от вершины в отрицательном направлении по оси  $OX$  и положительном по оси  $OY$ .

В области II (рисунок 3) напряжения знакопеременны и меняются на отрицательные, продолжая расти в отрицательном направлении по оси  $OX$  до вершины полосы сдвига, где напряжения достигают максимума по модулю.

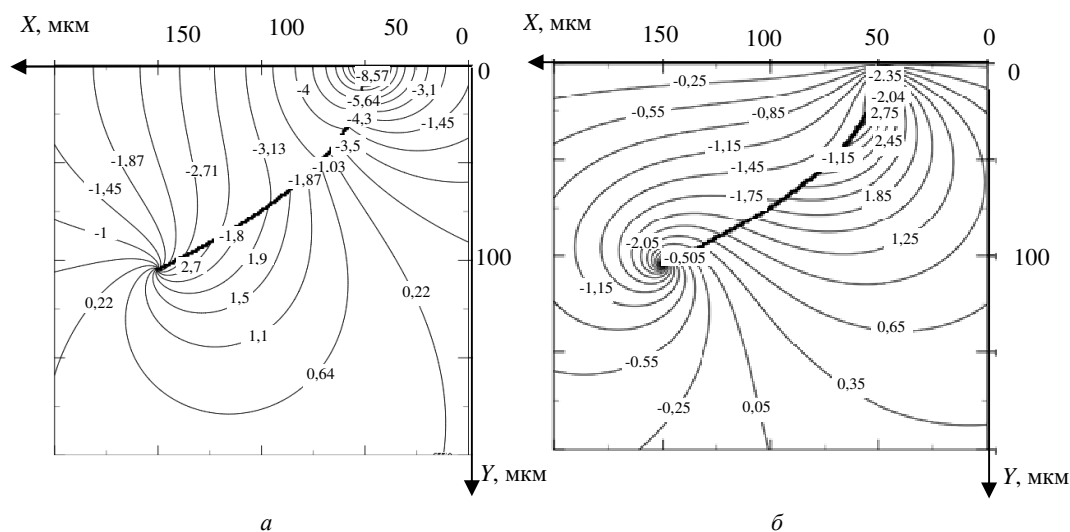


Рисунок 3. – Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (3), при законе распределения плотностей дислокаций, описываемом функцией (4):  $a$  –  $\sigma_{zx}$ ;  $b$  –  $\sigma_{zy}$

В области II напряжения  $\sigma_{zy}$  максимальны у ветви 1 полосы сдвига и постепенно убывают при удалении от этой зоны преимущественно в положительных направлениях по осям  $OX$  и  $OY$ .

Вокруг отрезка полосы сдвига, у ее устья, напряжения уменьшаются и в области I становятся отрицательными, достигая максимальных по модулю значений у вершины полосы, и убывают при удалении от нее до середины ветви 2 и далее от полосы сдвига к поверхности материала.

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (3), где  $A_1 = 1$  мкм,  $B_1 = 10$  мкм<sup>1/2</sup>, при законе распределения плотности дислокаций, описываемом функцией (5), где  $A_2 = 0,9 \cdot 10^5$  м<sup>-2</sup>;  $B_2 = 6 \cdot 10^5$  м<sup>-1</sup>, в области II наибольшие напряжения  $\sigma_{zx}$  локализованы у отрезка полосы сдвига у вершины и уменьшаются при удалении от этой зоны в преимущественно положительном направлении по оси  $OY$ . Вокруг отрезка полосы сдвига у области наибольшей кривизны против часовой стрелки напряжения становятся отрицательными и достигают максимума по модулю у поверхности материала у вершины.

Следует отметить, что вокруг вершины полосы сдвига по часовой стрелке напряжения меняются на отрицательные и возрастают по модулю вокруг устья полосы, достигая максимума у ветви 2.

В области I максимальные положительные напряжения  $\sigma_{zy}$  сконцентрированы у вершины полосы сдвига и уменьшаются при удалении от нее. В области II напряжения знакопеременны и становятся отрицательным, достигая максимума по модулю у середины ветви 2.

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (3), где  $A_1 = 1$  мкм,  $B_1 = 10$  мкм<sup>1/2</sup>, при нелинейном законе распределения плотности дислокаций, описываемом функцией (6), где  $A_3 = 1/10 \cdot 10^5$  м<sup>-3</sup>,  $B_3 = 1/5 \cdot 10^5$  м<sup>-2</sup>,  $C_3 = 5 \cdot 10^5$  м<sup>-1</sup>, наибольшие положительные напряжения  $\sigma_{zx}$  в области II сконцентрированы у отрезка полосы сдвига у ее вершины и постепенно убывают при удалении от этой зоны преимущественно в положительном направлении по оси  $OY$ . При этом в области I напряжения становятся отрицательными и достигают максимума у отрезка полосы сдвига у вершины. В области II вокруг отрезка полосы сдвига у ее области наибольшей кривизны напряжения становятся отрицательными и, огибая устье полосы сдвига, в области I увеличиваются по модулю до максимума.

Максимальные по модулю и отрицательные напряжения  $\sigma_{zy}$  в области I сконцентрированы у вершины полосы сдвига и постепенно убывают при удалении от нее, при этом в области II напряжения в положительном направлении от вершины становятся положительными и достигают максимальных значений у середины ветви 2. Следует отметить, что в области I напряжения  $\sigma_{zy}$  знакопеременны. Максимальные положительные напряжения локализуются у отрезка полосы сдвига от области наибольшей кривизны до середины ветви 2 и постепенно уменьшаются при удалении от этой зоны, преимущественно в отрицательном направлении по оси  $OY$ .

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (3), где  $A_1 = 1$  мкм,  $B_1 = 10$  мкм<sup>1/2</sup>, и при распределении плотности дислокаций по гармоническому закону, описываемому функцией (7), где  $A_4 = 10^5$  м<sup>-1</sup>, наибольшие напряжения  $\sigma_{zx}$  локализованы у поверхности материала у устья полосы сдвига. Данные напряжения отрицательны и уменьшаются по модулю при удалении от ветви 1 полосы сдвига. В области I и II напряжения сконцентрированы у полосы сдвига, при этом в пиках синусоиды полей напряжений минимальны, а у средней линии синусоиды – максимальны по модулю и отрицательны.

Наибольшие напряжения  $\sigma_{zy}$  в данном случае сконцентрированы у ветви 1 полосы сдвига. При этом в пике синусоиды полей напряжений у ветви 1 полосы сдвига напряжения минимальны и положительны в области II и отрицательны в области I. Вдоль остальной части полосы сдвига поля напряжений имеют вид синусоиды, в пиках которой наблюдаются минимальные по модулю и отрицательные значения, а у средней линии этой синусоиды отмечены локальные напряжения, значения которых меняются по величине вдоль всей средней линии полосы по гармоническому закону. У устья полосы сдвига наблюдается зона отрицательных напряжений. Кроме того, в области I образуется зона отрицательных напряжений у полосы сдвига от вершины до середины ветви 2, распространяющаяся в положительном направлении по оси  $OX$ .

Таким образом, методика расчета полей напряжений у полос сдвига, имеющих форму изогнутых лучей, находящихся у поверхности аморфного материала, предложенная в данной статье, позволяет составить достаточно полную картину полей напряжений в аморфном материале, вызванных полосой сдвига приведенной формы. Полученные результаты в виде распределений полей напряжений позволяют

определить наиболее опасные места в аморфном материале при появлении полос сдвига, что дает возможность прогнозирования места и направления возникновения трещин при дальнейшем нагружении материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков, О.М. Дислокационная гармоническая модель полосы сдвига в аморфном материале / О.М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2007. – № 4. – С. 41–48.
2. Остриков, О.М. Уравнение равновесия криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала / О.М. Остриков // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2012. – Т. 17, № 4. – С. 17 – 21.
3. Верещагин, М.Н. Негомогенная пластическая деформация аморфных сплавов на основе железа : моногр. / М.Н. Верещагин, В.Г. Шепелевич, О.М. Остриков. – Гомель : Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, 2004. – 134 с.
4. Верещагин, М.Н. Аналогии и различия в развитии сдвиговой пластической деформации при локальном деформировании аморфных и монокристаллических материалов / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2003, № 3. – С. 35–37.
5. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел : монография / О.М. Остриков. – Гомель : Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого, 2008. – 301 с.
6. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степенова. – Самара : Самарский университет, 2001. – 562 с.

*Поступила 29.05.2017*

#### **METHOD OF CALCULATION OF STRESS FIELDS IN SHEAR BANDS SUCH AS CURVED BEAMS LOCATED AT THE SURFACE OF THE METALLIC GLASS**

**A. RUMTSAU, O. OSTRIKOV**

*This technique allowed to describe the nature of the distribution of stresses in the amorphous material in shear rays such as curved beams located at the surface of the metallic glass under different laws of density distribution quasidislocations. As a result, places of probable concentration of maximum stress where can arise cracks – irreversible defects have been identified.*

**Keywords:** *band shift, metallic glass, the stress field.*