УДК 621.91.04

АНАЛИЗ СХЕМЫ РОТАЦИОННОГО ТОЧЕНИЯ НЕКРУГЛЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЭКСЦЕНТРИЧНО УСТАНОВЛЕННЫМ КРУГЛЫМ РЕЗЦОМ

д-р техн. наук, проф. В.А. ДАНИЛОВ (Белорусский национальный технический университет, Минск); А.Н. СЕЛИЦКИЙ (Полоцкий государственный университет)

Исследована схема обработки некруглых цилиндрических поверхностей с равномерно расположенными по окружности выступами принудительно вращающимся круглым резцом, установленным эксцентрично относительно оси его вращения. Для первой геометрической схемы ротационного резания решена задача определения толщины срезаемого слоя, когда отношение частот вращательных движений резца и заготовки равно числу выступов некруглой поверхности, а кинематический коэффициент значительно больше единицы. Графоаналитическим методом определена форма сечения среза, установлены зависимости для определения толщины срезаемого слоя и влияющих на нее параметров, учитывающих влияние геометрических параметров формируемой поверхности, отношения угловых скоростей взаимодействующих объектов (резца и заготовки) и эксцентриситета установки резца.

Ключевые слова: некруглая цилиндрическая поверхность, ротационное точение, схема установки резца, толщина срезаемого слоя, скорость резания.

Введение. Особенность ротационного точения некруглых валов эксцентрично установленным круглым резцом [1] состоит в том, что частота вращения резца больше частоты вращения заготовки в соотношении, равном числу конгруэнтных участков некруглого профиля (числу граней обработанной поверхности), вследствие чего окружная скорость резца в зоне контакта с заготовкой может в несколько раз превышать ее окружную скорость. При ротационном точении круглой цилиндрической поверхности самовращающимся резцом его окружная скорость всегда меньше, чем заготовки [2]. Кинематический коэффициент, равный отношению окружных скоростей резца и заготовки в зоне контакта, при обработке некруглых поверхностей в большинстве случаев больше единицы, так как его значение зависит от числа выступов формируемой поверхности и отношения диаметров заготовки и резца. Кроме того, при обработке по рассматриваемой схеме ротационный резец установлен с эксцентриситетом относительно оси своего вращения, что необходимо учитывать при определении параметров срезаемого слоя при ротационном точении некруглых поверхностей. Форма и размеры сечения срезаемого слоя зависят от принципиальной кинематической схемы резания, определяющей движения инструмента и заготовки, их взаимное расположение, форму режущих элементов. Задача определения толщины срезаемого слоя рассматривается для прямой схемы ротационного точения некруглой поверхности, когда передней поверхностью является торец круглого резца [2], а плоскость его круговой режущей кромки наклонена к оси вращения заготовки под углом λ , как показано на рисунке 1.

Согласно ГОСТ 24762-83 сечение срезаемого слоя рассматривается как фигура, образованная при рассечении слоя материала заготовки, отделяемого режущей кромкой за один цикл главного движения резания основной плоскостью; толщина срезаемого слоя – длина нормали к поверхности резания, проведенной через рассматриваемую точку режущей кромки, ограниченная сечением срезаемого слоя; ширина срезаемого слоя – длина стороны сечения срезаемого слоя, образованной поверхностью резания. Толщина срезаемого слоя является его важнейшим параметром, так как произведение среднего ее значения и скорости резания определяет «разрешающую способность режущей кромки», характеризующую производительность метода обработки [3] и позволяющую сравнивать его по этому критерию эффективности с другими методами обработки. Поэтому решение рассматриваемой задачи при ротационном точении некруглых поверхностей имеет теоретическое и практическое значение.

Определение толщины срезаемого слоя. Задача решается в соответствии с методикой [4] для схемы ротационного точения некруглой цилиндрической поверхности с равномерно расположенными по окружности выступами эксцентрично установленным круглым резцом. На рисунке 1 показаны два положения резца, соответствующие двум оборотам заготовки, отстоящие друг от друга в направлении движения подачи на величину S_0 , и *m* оборотам ротационного резца (*m* – количество выступов некруглого профиля). Этим положениям резца соответствуют два витка поверхности резания, между которыми определяется сечение срезаемого слоя. Угловое смещение резца осуществляется по траектории результирующего движения заготовки \mathcal{A}_r и движения подачи \mathcal{A}_s . На рисунке 1 (вид \mathcal{A}) показано относительное расположение резца и заготовки по направлению вектора скорости \bar{v}_{eM} без учета вращения

резца; вид \mathcal{B} – показано по направлению нормали к поверхности резания, при этом след кинематической основной плоскости расположен перпендикулярно вектору скорости резания υ'_e с учетом вращения резца, а сечение срезаемого слоя – в основной плоскости.



Рисунок 1. – Схема определения сечения срезаемого слоя при ротационном точении некруглых поверхностей

Через точку M сечения срезаемого слоя проведена нормаль \vec{n} к поверхности резания. Расстояние вдоль нормали от этой точки до предыдущего витка поверхности резания – толщина срезаемого слоя a_{M} . Отрезок s_{1} , проведенный из точки M, является проекцией подачи S_{o} на основную плоскость. Толщина срезаемого слоя определяется из криволинейного треугольника с вершиной M.

С допускаемой погрешностью он заменяется прямоугольным треугольником, из которого толщина срезаемого слоя выражается зависимостью

$$a_{\rm M} = s_{\rm I} \cdot \sin \varphi, \tag{1}$$

где ф – кинематический угол в плане.

Последовательно проецируя на соответствующую плоскость отрезок s_0 , можно получить аналогичные прямоугольные треугольники на каждой проекции, из которых в соответствии с рисунком 2 следуют зависимости:

$$s_1 = \frac{s_2}{\cos \varphi}, \quad s_2 = s_3 \cos \eta',$$

$$s_3 = s_4 \cos \varphi', \quad s_4 = s_0 \cos \eta.$$
(2)

В зависимостях (2) ϕ' – угол в плане в основной плоскости без учета вращения резца; η' – угол между векторами скорости резания υ'_{e_M} и скорости резания без учета вращения резца υ_{e_M} ; η – угол между векторами скорости резания без учета вращения резца υ_{e_M} и скоростью движения υ_{M} .

На основании приведенных зависимостей и формулы (1) толщина срезаемого слоя выражается уравнением:

$$a_{M} = s_{0} \cdot tg \varphi \cdot \cos \varphi' \cdot \cos \eta' \cdot \cos \eta.$$
(3)

 η' что зна малы п s_2 s_3 s_4 что зна малы п небреч правле ны нул

Sn

Для проверки достоверности зависимости (3) предположим, что значения подачи S_o и скорости вращения ротационного резца v_{τ} малы по сравнению со скоростью движения v_{M} , и ими можно пренебречь. В этом случае вектор скорости резания v'_{eM} совпадет по направлению с вектором скорости движения v_{M} , т.е. углы η и η' равны нулю, а $\phi = \phi' = \phi_0$.

При принятых допущениях формула (3) примет вид:

$$a_{M} = s_0 \sin \varphi_0, \tag{4}$$

где ϕ_0 – угол в плане в осевой плоскости заготовки.

ленной зависимости для расчета толщины среза.

Рисунок 2. – Схема для расчета толщины срезаемого слоя

Таким образом, в частном случае формула (3) приводится к известному виду, что свидетельствует о достоверности установ-

Для определения углов η и η' рассмотрим систему координат *XYZ* с началом в произвольной точке *M* режущей кромки с векторами всех скоростей и их проекциями на координатные оси (рисунок 3).



Рисунок 3. – Схема для определения углов η и η'

Примем, что ось *OX* проходит параллельно оси главного вращательного движения, ось *OY* – перпендикулярно этой оси, ось *OZ* – параллельно вектору окружной скорости главного вращательного движения в вершине резца. Вектор скорости резания без учета вращения резца \vec{v}_{e_M} равен сумме векторов скорости главного движения \vec{v}_{M} и скорости движения подачи \vec{v}_{so} ($\vec{v}_{e_M} = \vec{v}_{M} + \vec{v}_{so}$).

Тогда

$$\eta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\upsilon_{So}}{\upsilon_{M}}\right).$$
(5)

Значения скоростей υ_{e_M} и υ'_{e_M} определятся по формулам:

$$\upsilon_{e_{M}} = \sqrt{\upsilon_{So}^{2} + \upsilon_{M}^{2}},$$

$$\upsilon_{e_{M}}' = \sqrt{\upsilon_{k_{M}}^{2} + \upsilon_{e_{M}}^{2} - 2\upsilon_{k_{M}}\upsilon_{e_{M}}\cos\alpha},$$
(6)

где α – угол между векторами скорости вращения резца υ_{k_M} и скорости резания без учета вращения резца υ_{e_M} .

Известно [5], что угол а между векторами определяется следующей зависимостью:

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}},$$
(7)

где x_1 , y_1 , z_1 и x_2 , y_2 , z_2 – проекции векторов v_{k_M} и v_{e_M} на координатные оси, определяемые по формулам:

$$x_{1} = v_{kw} \cos \varphi_{p} \cos \lambda ; \quad y_{1} = v_{kw} \sin \mu ; \quad z_{1} = -v_{kw} \cos \varphi_{p} \sin \lambda ;$$
$$x_{2} = v_{so} ; \quad y_{2} = v_{m} \sin \omega ; \quad z_{2} = v_{m} \cos \omega ,$$

с учетом которых

$$\cos \alpha = \frac{\upsilon_{k_{M}} \cos \varphi_{p} \cos \lambda \cdot \upsilon_{s_{o}} + \upsilon_{k_{M}} \sin \varphi_{p} \cdot \upsilon_{M} \sin \omega - \upsilon_{k_{M}} \cos \varphi_{p} \sin \lambda \cdot \upsilon_{M} \cos \omega}{\sqrt{(\upsilon_{k_{M}} \cos \varphi_{p} \cos \lambda)^{2} + (\upsilon_{k_{M}} \sin \varphi_{p})^{2} + (-\upsilon_{k_{M}} \cos \varphi_{p} \sin \lambda)^{2}} \cdot \sqrt{(\upsilon_{s_{o}})^{2} + (\upsilon_{M} \sin \omega)^{2} + (\upsilon_{M} \cos \omega)^{2}}}.$$

или

$$\cos \alpha = \frac{\cos \varphi_p \cos \lambda \cdot \delta + \sin \varphi_p \cdot \sin \omega - \cos \varphi_p \cdot \sin \lambda \cdot \cos \omega}{\sqrt{(\delta)^2 + 1}}.$$
(8)

В формуле (8) величина δ есть отношение скоростей движений подачи и движения заготовки в точке *M*, то есть

$$\delta = \frac{v_{s_0}}{v_u} \,. \tag{9}$$

Так как значение скорости υ_{M} переменно, введем в последнее соотношение вектор скорости движения заготовки в вершине υ_{0}

$$\delta = \xi \frac{D_o}{D_{_{\mathcal{M}}}},\tag{10}$$

где $\xi = \frac{v_{S_0}}{v_0}$, D_0 – диаметр обработанной поверхности; D_{M} – диаметр окружности, на которой расположена точка M.

Угол ω, определяющий отклонение вектора окружной скорости заготовки от оси *OZ*, согласно рисунку 4, найдем из уравнений:

$$\sin \omega = \frac{(R_p + e \cos \varphi_p) \cdot \sin \varphi_p \cdot \sin \lambda}{\rho}; \qquad (11)$$

$$\cos \omega = \frac{R_p + R_o - (R_p + e \cos \varphi_p) \cdot \cos \varphi_p}{\rho},$$
(12)

где R_p – радиус круглого резца; e – эксцентриситет его установки; ϕ_p – угол поворота резца; ρ – полярный радиус точки M.



Рисунок 4. – Схема для определения угла ю

Уравнения (8), (11) и (12) позволяют вычислить угол α, а следовательно и величину скорости резания υ'_{ем}. Для определения угла η' между векторами υ'_{ем} и υ_{ем} на основании рисунка 1 и рисунка 3 выделим плоскость, содержащую векторы указанных скоро-



По теореме косинусов

$$v_{km}^{2} = v_{em}^{\prime 2} + v_{em}^{2} - 2v_{em}^{\prime}v_{em}\cos\eta^{\prime},$$

откуда

$$\cos \eta' = \frac{v_{e_M}^{\prime 2} + v_{e_M}^2 - v_{k_M}^2}{2v_{e_M}^{\prime} v_{e_M}},$$
(13)

или с учетом (6)

$$\cos\eta' = \frac{\upsilon_{e_M}^2 - \upsilon_{k_M}\upsilon_{e_M}\cos\alpha}{\upsilon_{e_M}\sqrt{\upsilon_{k_M}^2 + \upsilon_{e_M}^2 - 2\upsilon_{k_M}\upsilon_{e_M}\cos\alpha}}.$$
 (14)

Рисунок 5. – Схема для расчета угла п'

 $\overline{v'_{eM}}$

α

 $\bar{v_{kM}}$

X

Поскольку $v_{e_{M}} = v_{M} \cos \eta$ (см. рисунок 1), то (14) можно представить как

 \overline{v}_{ρ}

$$\cos \eta' = \frac{\cos \eta - \frac{\upsilon_{km}}{\upsilon_{m}} \cos \alpha}{\sqrt{\left(\frac{\upsilon_{km}}{\upsilon_{m}}\right)^{2} + \cos^{2} \eta - 2\left(\frac{\upsilon_{km}}{\upsilon_{m}}\right) \cos \eta \cos \alpha}},$$
(15)

или, учитывая, что отношение окружных скоростей инструмента и заготовки зависит от числа выступов некруглой поверхности *m* и эксцентриситета установки ротационного резца *e*, получим

$$\cos\eta' = \frac{\cos\eta - m\frac{R_p + e\cos\varphi_p}{\rho}\cos\alpha}{\sqrt{m^2 \left(\frac{R_p + e\cos\varphi_p}{\rho}\right)^2 + \cos^2\eta - 2m\left(\frac{R_p + e\cos\varphi_p}{\rho}\right)\cos\eta\cos\alpha}}.$$
(16)

Для определения углов в плане φ и φ' рассмотрим контакт резца с заготовкой в плоскости режущей кромки $P_n - P_n$ (см. рисунок 4), связав с резцом систему координат $x_0 y_0 z_0$ с началом в произвольной точке M режущей кромки. Примем, что ось x_0 лежит в плоскости режущей кромки, проходит параллельно плоскости, содержащей вектор скорости подачи υ_{s_0} (перпендикулярна ему), и направлена в сторону резца; ось y_0 лежит в плоскости режущей кромки, перпендикулярна оси x_0 и направлена в сторону резца; ось z_0 перпендикулярна плоскости режущей кромки и направлена от резца.

Зависимости для определения значений l и n катетов Δ *МКО* имеют вид:

$$MK = l = \frac{R_p + e\cos\varphi_p}{2}\sin\varphi_p; \quad OK = n = \frac{R_p + e\cos\varphi_p}{2}\cos\varphi_p.$$
(17)

Рассмотрим изменение координат вершин ΔMKO (рисунок 6), длин его сторон и угла φ_p в координатной плоскости *x y z* при последовательном повороте координатной системы $x_0 y_0 z_0$ на углы ω , λ , η , η' , φ' .

В системе $x_0 y_0 z_0$ точки *M*, *O*, *K* имеют соответствующие координаты: *M*(0; 0; 0), *O*(*n*; *l*; 0), *K*(0; *l*; 0). При повороте системы координат вокруг оси *MY*₀ (поворот в плоскости $X_0 Z_0$, рисунок 6, *a*) на угол ω координаты всех точек преобразуются согласно формулам [5]:

$$y_1 = y_0,$$

$$x_1 = x_0 \cos \omega + z_0 \sin \omega,$$

$$z_1 = -x_0 \sin \omega + z_0 \cos \omega,$$

где $x_0 y_0 z_0$ – «исходные» координаты; $x_1 y_1 z_1$ – «преобразованные» координаты точки (координаты в системе $x_1 y_1 z_1$).



Рисунок 6. – Трансформация угла поворота резца (угла контакта) ϕ_p при переходе к основной плоскости

Преобразуя координаты точек O и K, имеем O ($n\cos\omega$; l; $-n\sin\omega$), K(0; l; 0), проецируя их на плоскость x_1y_1 , получим точки O_1 ($n\cos\omega$; l; 0), $K_1(0; l; 0)$.

При повороте системы координат вокруг оси MX_1 (поворот в плоскости Y_1Z_1 , рисунок 6, δ) на угол $\lambda - \eta$ координаты всех точек преобразуются по формулам:

$$x_2 = x_1,$$

$$y_2 = y_1 \cos(\lambda - \eta) + z_1 \sin(\lambda - \eta),$$

$$z_2 = -y_1 \sin(\lambda - \eta) + z_1 \cos(\lambda - \eta).$$

Преобразуя координаты точек O_1 и K_1 , получаем точки O_2 ($n\cos\omega$; $l\cos(\lambda-\eta)$; $-l\sin(\lambda-\eta)$), K_2 (0; $l\cos(\lambda-\eta)$; $-l\sin(\lambda-\eta)$), проецирование которых на плоскость y_2z_2 дает точки O_2 ($n\cos\omega$; $l\cos(\lambda-\eta)$; 0), K_2 (0; $l\cos(\lambda-\eta)$; 0).

На основании выполненных преобразований и рисунка 6, *в* установлена зависимость для определения угла ϕ' :

$$ctg \varphi' = \frac{\cos \varphi_p \cos \omega}{\sin \varphi_p \cos(\lambda - \eta)}.$$
(18)

При повороте системы координат вокруг оси MZ_3 (поворот в плоскости X_2Y_2 , рисунок 6, *в*) на угол ϕ') координаты всех точек преобразуются по формулам:

$$z_3 = z_2,$$

$$x_3 = x_2 \cos \varphi' + y_2 \sin \varphi',$$

$$y_3 = -x_2 \sin \varphi' + y_2 \cos \varphi'.$$

Преобразование координат точек O_2 и K_2 дает точки O_3 ($n\cos\omega\cdot\cos\varphi'+l\cos(\lambda-\eta)\cdot\sin\varphi'$; - $n\cos\omega\cdot\sin\varphi'+l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'$; 0), K_3 ($l\cos(\lambda-\eta)\cdot\sin\varphi'$; $l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'$; 0), проецирование которых на плоскость x_3y_3 дает точки O_3 ($n\cos\omega\cdot\cos\varphi'+l\cos(\lambda-\eta)\cdot\sin\varphi'$; 0; 0), K_3 (0; $l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'$; 0).

При повороте системы координат вокруг оси MX_4 (поворот в плоскости Y_3Z_3 , рисунок 6, *г*) на угол η' координаты всех точек преобразуются согласно формулам:

$$x_4 = x_3,$$

$$y_4 = y_3 \cos \eta' + z_3 \sin \eta',$$

$$z_4 = -y_3 \sin \eta' + z_3 \cos \eta'.$$

Преобразуя координаты точек O_3 и K_3 , получаем точки O_4 ($n\cos\omega\cdot\cos\varphi'+l\cos(\lambda-\eta)\cdot\sin\varphi'$; 0; 0), K_4 (0; $l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'\cdot\cos\eta'$; $-l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'\cdot\sin\eta'$), проецирование которых на плоскость y_4z_4 дает точки O_4 ($n\cos\omega\cdot\cos\varphi'+l\cos(\lambda-\eta)\cdot\sin\varphi'$; 0; 0), K_4 (0; $l\cos(\lambda-\eta)\cdot\cos\varphi'\cdot\cos\eta'$; 0).

С учетом выполненных преобразований из рисунка 6, г имеем

$$tg\phi = \frac{\sin\phi_p \cdot \cos(\lambda - \eta) \cdot \cos\phi' \cdot \cos\eta'}{\cos\phi_p \cdot \cos\omega \cdot \cos\phi' + \sin\phi_p \cdot \cos(\lambda - \eta) \cdot \sin\phi'}.$$
(19)

Установленные зависимости позволяют определить углы $\eta \phi$, η' , ϕ , ϕ' , необходимые для расчета значения толщины срезаемого слоя $a_{_{\rm M}}$ при обработке некруглых цилиндрических поверхностей эксцентрично установленным круглым принудительно вращающимся резцом.

Заключение. Схема ротационного точения некруглых цилиндрических поверхностей эксцентрично установленным круглым резцом характеризуется постоянным в процессе обработки отношени-

ем угловых скоростей инструмента и заготовки, равным числу выступов профиля формируемой некруглой поверхности. Эта особенность рассмотренной схемы обработки обуславливает более высокое по сравнению с ротационным точением круглых поверхностей значение кинематического коэффициента, зависящее от числа выступов и отношения диаметров резца и заготовки. С учетом кинематического коэффициента установлены зависимости для расчета параметров рассмотренной схемы обработки некруглых поверхностей.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Данилов, В.А. Анализ и реализация схем обработки профильных цилиндрических поверхностей ротационным инструментом / В.А. Данилов, А.Н. Селицкий // Горная механика и машиностроение : междунар. науч.-техн. журн. – 2012. – № 4. – С. – 71–82.
- Бобров, В.Ф. Резание металлов самовращающимися резцами / В.Ф. Бобров, Д.Е. Иерусалимский. М.: Машиностроитель, 1972. – 112 с.
- 3. Этин, А.О. Кинематический анализ и выбор эффективных методов обработки лезвийными инструментами / А.О. Этин, М.Е. Юхвид – М.: АО ЭНИМС, 1994. – 185 с.
- 4. Ящерицын, П.И. О сечении срезаемого слоя при ротационном резании / П.И. Ящерицын, Ю.А. Новоселов, Н.Н. Попок // Машиностроение : сборник. Минск : Выш. шк., 1981. Вып. 7. С. 36–40.
- 5. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. 12-е изд. М. : Наука, 1977.

Поступила 08.08.2017

ANALYSIS OF THE ROTATION SCHEME OF NON-CIRCULAR SURFACES WITH AN EXCENTIALLY INSTALLED ROUND CUT

V. DANILOV, A. SELITSKY

The scheme of processing of non-circular cylindrical surfaces with uniformly located along the ridge protrusions by a forcibly rotating circular cutter, installed eccentrically relative to the axis of its rotation, is investigated. The problem of determining the thickness of the cut layer is solved for the first geometrical scheme of rotational cutting, when the ratio of the frequencies of the rotational movements of the cutter and the workpiece is equal to the number of protrusions of the non-circular surface, and the kinematic coefficient is much greater than unity. The shape of the section of the cut is determined by the graphoanalytical method, the dependencies for determination of the thickness of the cut layer and the parameters influencing it are determined, taking into account the influence of the geometrical parameters of the formed surface, the ratio of the angular velocities of the tool and the workpiece, and the eccentricity of the tool setting.

Keywords: non-circular cylindrical surface, rotational turning, installation of the tool, thickness of the cut layer, cutting speed.