УДК 004.10:519.872

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТИ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОЖИДАНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЗАЯВОК

магистрант Д.Я. КОПАТЬ
(Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Беларусь)

Рассмотрим открытую марковскую сеть массового обслуживания с *n* однолинейными системами массового обслуживания (СМО), а также с однотипными положительными и отрицательными заявками. В *i*-ю СМО из внешней среды поступает простейший поток обычных заявок (положительных) с интенсивностью λ_{0i}^{+} и дополнительный поток отрицательных заявок, который также является простейшим с интенсивностью λ_{0i}^{-}, $i=\overline{1,n}$. Все поступающие потоки независимы. Положительная заявка, поступившая в систему, увеличивает число положительных заявок в системе на единицу и требует обслуживания. Заявки обслуживаются в порядке поступления. Заявки обслуживаются в порядке поступления. Времена обслуживания заявок в *i*-й СМО независимы, не зависят от процессов поступления для положительных заявок и имеют произвольные распределения с произвольными параметрами для каждой системы. При этом предполагается, что время ожидания в каждой системе заявок обоих типов ограничено случайными величинами, имеющими различные распределения с различными параметрами и не зависит от других факторов, к примеру, от времени ожидания других заявок в очереди. Положительная заявка после завершения времени ожидания в *i*-той СМО с вероятностью переходит в *j*-ю систему с вероятностью q_{ij}^{+} как положительная заявка, а с вероятностью q_{ij}^{-} – как отрицательная заявка, а с вероятностью $q_{i0}=1-\sum_{j=1}^{n}\left(q_{ij}^{+}+q_{ij}^{-}\right), i, j=\overline{1,n}$ уходит из сети. Положительная заявка после завершения обслуживания в *i*-й СМО направляется в *j*-ю СМО с вероятностью p_{ij}^{+} опять как положительная заявка, а с вероятностью p_{ij}^{-} как отрицательная заявка, и с вероятностью $p_{i0}=1-\sum_{j=1}^{n}\left(p_{ij}^{+}+p_{ij}^{-}\right)$ уходит из сети, $i,\ j=\overline{1,n}$.

Отрицательная заявка, поступившая в систему, увеличивает число отрицательных заявок в системе на единицу. После окончания времени ожидания в очереди системы отрицательная заявка уменьшает число положительных заявок на единицу, если в системе есть положительные заявки, и не производит никаких воздействий на систему, если в системе нет положительных заявок.

Под состоянием сети в момент времени t будем понимать вектор $(k,l,t)=\left((k_1,l_1,t),(k_2,l_2,t),\ldots,(k_n,l_n,t)\right)$, который образует однородный марковский случайный процесс со счетным числом состояний и непрерывным временем, где состояние (k_i,l_i,t) означает, что в момент времени t в *i*-й СМО находятся k_i положительных заявок и l_i отрицательных заявок, $i=\overline{1,n}$.

Целью исследования является разработка имитационной модели для нахождения нестационарных вероятностей состояний сети. Отметим, что нестационарные вероятности состояний рассматриваемой сети методикой многомерных производящих функций в случае экспоненциального распределения времен обслуживания, времени ожидания в очереди положительных и отрицательных заявок были найдены в статье [1]. В статье [2] были найдены вероятности состояний сети, но в случае, когда ограничено время ожидания только отрицательных заявок. В [3] были найдены ожидаемых доходы систем сети.

Опишем алгоритм имитационного моделирования сети с ограниченным временем ожидания положительных и отрицательных заявок.

1. **Задание исходных данных сети.** Исходными данными являются: число систем сети *n*, матрицы вероятностей переходов *P* (с элементами $p_{ij}^{+}, p_{ij}^{-}, p_{i0}$), *Q* (с элементами $q_{ij}^{+}, q_{ij}^{-}, q_{i0}$) начальное и искомое состояние сети, законы распределение времён обслуживания и времён ожидания заявок.

2. **Получение первого 0-момента**. Создаются 0-моменты, описывающие время поступления из внешней среды в очередь системы $S_i, i=\overline{1,n},$ положительных и отрицательных заявок, окончание обслуживания положительных заявок и моменты окончания времени ожидания в очереди положительных и отрицательных заявок, а также уход положительных и отрицательных заявок во внешнюю среду.

3. **Получение следующего 0-момента.** На этом шаге команда получает сведения о произошедшем событии (окончание времени обслуживания, ожидания положительной заявки и завершение времени ожидания отрицательной), а также номере СМО и времени, в которые произошли указанные вышеуказанные события или признак конца моделирования. Если период моделирования закончен, то проводится окончательная обработка результатов моделирования и выход из процедуры моделирования. В противном случае переход к шагу 4.

4. **Обработка текущего 0-момента**. Осуществляются действия, связанные с изменением состояния сети, а именно:

4.1. **Если** на этом шаге в одной из СМО с номером i, $i=\overline{1,n}$, уничтожилась положительная заявка после завершения времени ожидания отрицательной заявки, то компоненты вектора состояния сети с номерами i и *n+i* уменьшится на единицу и моделируется время, когда данная заявка вновь придёт в систему сети, а также время ожидания, по окончании которого отрицательная заявка уничтожит положительную заявку и выйдет из сети согласно заданному закону распределения;

4.2. **Иначе**, если на данном шаге в одной из линий СМО с номером j закончилось обслуживание, **то** заявка в соответствии с матрицей вероятностей переходов переходит к СМО с номером i, $i, j=\overline{1,n}$, $i \neq j$ и:

если линия обслуживания $i-$й СМО занята, **то** помещаем заявку в очередь этой СМО,

– моделируем время ожидания положительной заявки в очереди согласно закону распределения с параметрами, соответствующими этой СМО;

– время окончания ожидания в очереди положительной заявки запоминается;

иначе положительная заявка начинает обслуживаться:

– время обслуживания заявки моделируется согласно закону распределения с параметрами, соответствующими этой СМО;

– время окончания обслуживания положительной заявки запоминается;

далее переходим к рассмотрению СМО, закончившей обработку заявки:

– далее переходим к рассмотрению СМО, закончившей обработку заявки:

если в очереди к СМО с номером j есть еще заявки, **то** извлекается первая положительная заявка из очереди и начинается обслуживаться свободной линией; момент окончания этого обслуживания помещается в общую очередь событий сети.

4.3. **Иначе,** если на данном шаге время ожидания положительной заявки закончилось, то компонента вектора состояния сети с номером i уменьшится на единицу и заявка в соответствии с матрицей вероятностей переходов переходит к СМО с номером i, $i, j = \overline{1,n}$, $(i \neq j)$ и:

если линия обслуживания $i-$й СМО занята, **то** помещаем заявку в очередь этой СМО,

– моделируем время ожидания положительной заявки в очереди согласно закону распределения с параметрами, соответствующими этой СМО;

– время окончания ожидания в очереди положительной заявки запоминается;

иначе положительная заявка начинает обслуживаться:

– время обслуживания заявки моделируется согласно закону распределения с параметрами, соответствующими этой СМО;

– время окончания обслуживания положительной заявки запоминается;

5. Переход к шагу 3.

Пример В данном примере количество СМО в сети $n = 4$. Тогда интенсивности простейшего входного потока положительных и отрицательных заявок в каждую из СМО λ_{0i}^{+} и λ_{0i}^{-}, с учетом того, что $\lambda_{0i}^{+} = \lambda^{+} p_{0i}^{+} = 15$, $\lambda_{0i}^{-} = \lambda^{-} p_{0i}^{-} = 7$, $i = \overline{1,5}$. Пусть время ожидания положительных и отрицательных заявок в СМО сети, а также интенсивность обслуживания имеют экспоненциальное распределение с параметрами соответственно: $\theta_i^{+} = 20; \mu_i^{-} = 7, \mu_i = 50, i = \overline{1,4}.$

Положим, что вероятности перехода положительных и отрицательных заявок между СМО сети равны: $p_{ij}^{+} = p_{ij}^{-} = 0{,}15, i \neq j, q_{i0} = 0{,}4; q_{ij}^{+} = q_{ij}^{-} = 0{,}1;$ $p_{i0} = 0{,}1;\ i, j = \overline{1,4};\ i \neq j.$ На рисунке 1 представлен график вероятности состояния $(2{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1)$ на интервале времени [0;5] при условии, что состояние $(1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1)$ является начальным.

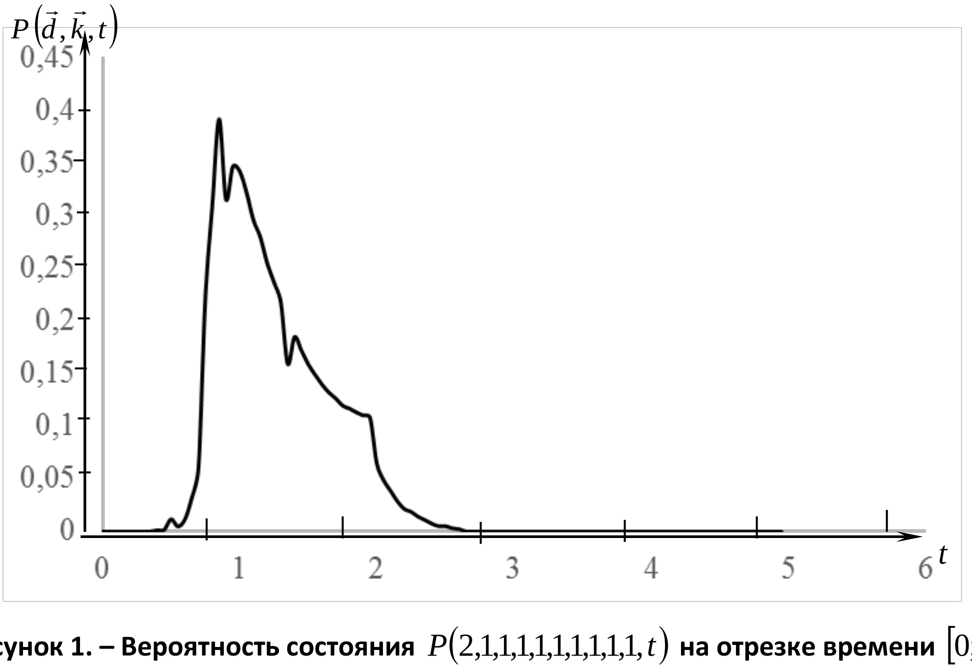

Рисунок 1. – Вероятность состояния $P(2{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}1{,}t)$ на отрезке времени $[0;5]$

Литература

1. Науменко, В.В. Исследование в переходном режиме сети со случайным временем ожидания положительных и отрицательных заявок / В.В. Науменко, Д.Я. Копать, М.А. Маталыцкий // Вестник ГрГУ. Сер. 2. – 2017. – Т. 7, № 1. – С. 154–163.
2. Naumenko, V. Analysis of grouping network with random waiting time of negative customers at non-stationary regime / V. Naumenko, M. Matalytski, D. Kopats // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. – 2016. – Vol. 15, № 3. – P. 111–122.
3. Копать, Д.Я. Нахождение ожидаемых доходов в сети массового обслуживания со случайным временем ожидания положительных и отрицательных заявок / Д.Я. Копать, В.В. Науменко, М.А. Маталыцкий // Вестник ГрГУ. Сер. 2. – 2017. – Т. 7, № 1. – С. 147–153.