

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
БЫСТРОПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРЕРЫВАНИЯ ПОТОКА ЖИДКОСТИ
ПОД ДАВЛЕНИЕМ В ОБОЛОЧКЕ ANSYS FLUENT**

О.А. СПЕРАНСКАЯ

(Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН);

Н.К. ВОЛОСОВА

*(Московский государственный технический университет
им Э.М. Баумана, Россия);*

**Д.Ф. ПАСТУХОВ, Ю.Ф. ПАСТУХОВ, А.А. СОЛОВЬЁВ, О.В. ГОЛУБЕВА,
С.Г. ЕХИЛЕВСКИЙ, Д.С. РАДКЕВИЧ**

(Полоцкий государственный университет, Беларусь)

Математическое моделирование включает анализ математических уравнений [1–4]. Результатом моделирования является удобная геометрическая конструкция, формула, простой алгоритм, идеальный по сравнению с исходным явлением, но сильно упрощающий исходную постановку математической задачи. Модель явления, например, можно получить анализом экспериментальных данных (классификацией 60 профилей температуры при построении формулы термодинамического потенциала геотермального озера) [3]. Применяя метод теории размерностей [4], можно свести любую задачу экономии строительных материалов с максимальным радиационным ослаблением к задаче линейного программирования для комбинированной стенки толщиной 1 м. Затем используя графики полученного численного решения ЗЛП библиотекой IMSL FORTRAN, масштабированием (растяжением) графиков для толщины 1 м просто получить графики решения для произвольной толщины стенки [4]. Можно заменить натуральный эксперимент численным экспериментом в оболочке ANSYS, как и сделано нами в данной работе, что существенно экономит время и финансовые затраты.

На рисунках 1, 2 нами построена геометрия и сетка гидродинамической задачи в ANSYS Fluent для моделирования быстропериодического прерывания движения жидкости по трубе длиной 6 м круглого сечения и диаметром 40 см. В одной части трубы (рис. 1) вода находится под избыточным давлением 2 атм (200000 Па) и при открытом шаровом прерывателе (с диаметром сферы 80 см) давление беспрепятственно передаётся в другую часть трубы, порождая общее движение воды вдоль оси z . В прерывателе имеется полый цилиндр равного диаметра 40 см и соосный с основной трубой. При изменении ориентации шарового прерывателя на 90° направленное движение воды вдоль оси z прекращается и динамика воды в правой части трубы определяется её начальным состоянием в момент прерывания и контактным увлечением вращающимся шаровым прерывателем при отсутствии избыточного давления. При численном моделировании выбрана сетка, которая имеет среднее разрешение с максимальным размером ячейки 2 см и минимальным размером ячейки 1 мм.

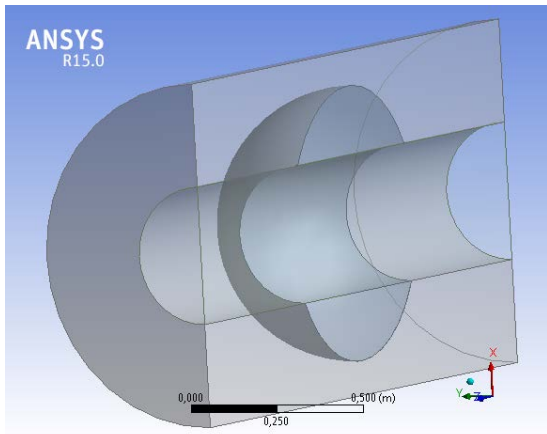


Рисунок 1. – Геометрия модели

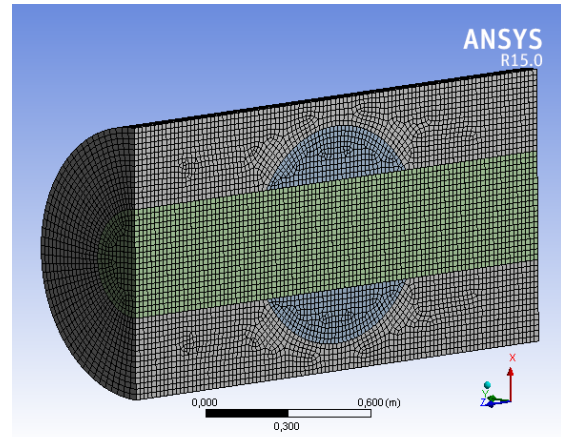


Рисунок 2. – Построение сетки модели

В решателе дополнительно использовались функции нестационарной модели, функции сетки с подвижными стенками и функции деформируемой во времени сетки. Для воды использовалась $k - \varepsilon(2\text{ equation})$ модель, которая устойчива в лабораторных гидродинамических задачах. Мы предположили, что стенки труб имели шероховатость высотой 1 мм.

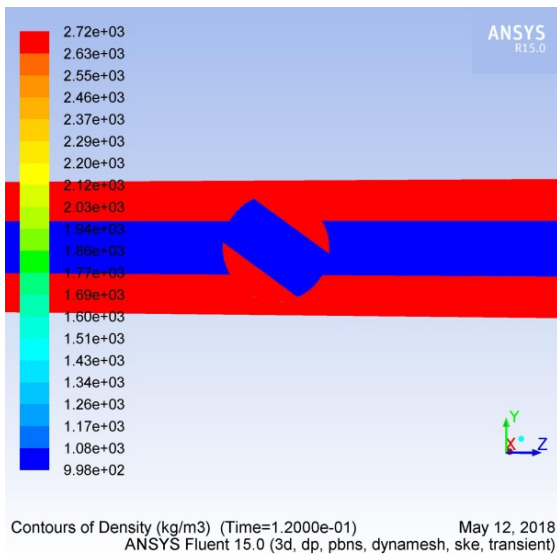


Рисунок 3. – Поле плотности во 2 фазе

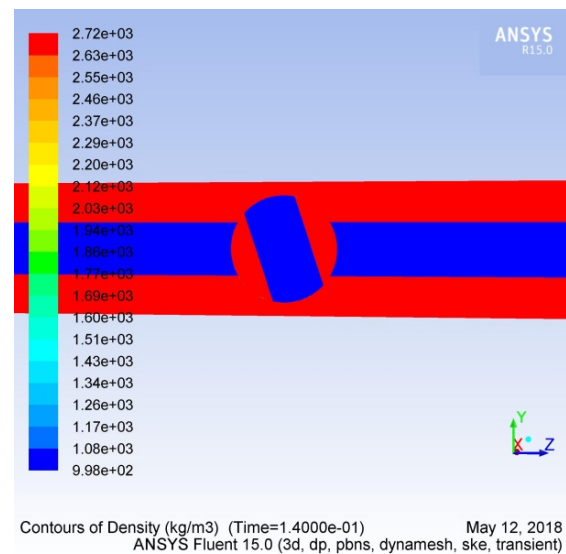


Рисунок 4. – Поле плотности в 3 фазе

Поворот прерывателя с частотой вращения 5 об/с ($10\pi\text{ рад/с}$) записывался с интервалом времени 0,02 с для 10 фаз угла поворота. При любой ориентации прерывателя области с жидкостью во всех частях трубы оставались связными, т.е. вода не дробилась на части, не распадалась на подобласти, несмотря на то, что существуют моменты времени, когда в правой части модели возникает отрицательное давление, как видно из рисунков 3–6.

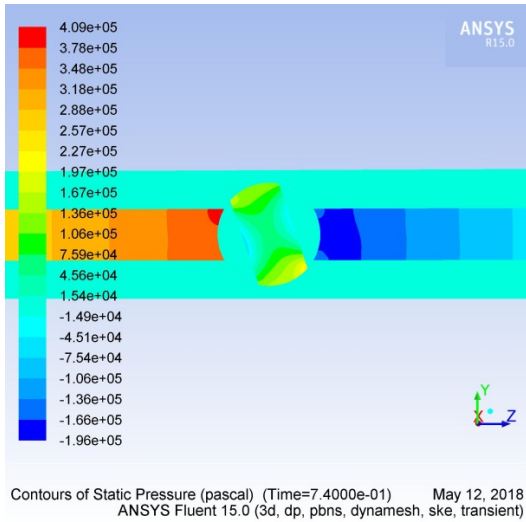


Рисунок 5. – Поле давления во 2 фазе

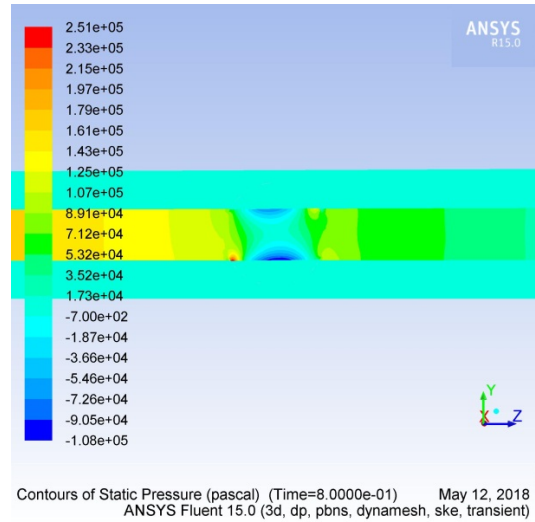


Рисунок 6. – Поле давления в 1(6) фазах

Во второй фазе перепад давления на прерыватель составляет 6 атм (рис. 5), а градиент давления и в правой и в левой части трубы имеет положительное направление на ось z. В 1(6) фазах градиент давления отрицательный со значением $-0,7 \text{ атм} / 3 \text{ м}$ (рис. 6). В начальный промежуток времени 0–0,5 с вниз по потоку возникает тонкая структура на гребнях максимального значения профиля вертикальной компоненты скорости v_y (рис. 7), вероятно, образуется стоячая волна давления, которая порождает мелкомасштабную турбулентность.

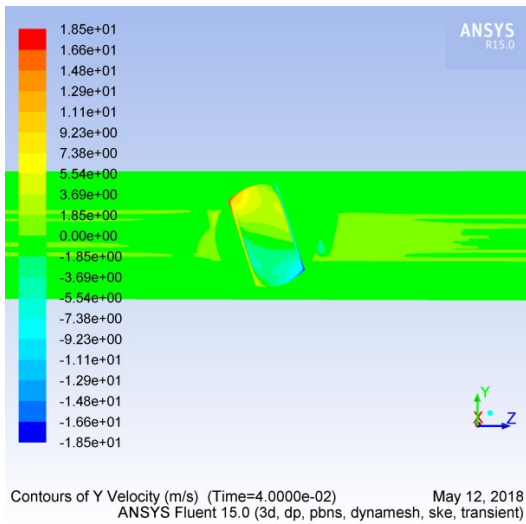


Рисунок 7. – Поле скорости v_y
в момент $t = 0,04 \text{ с}$

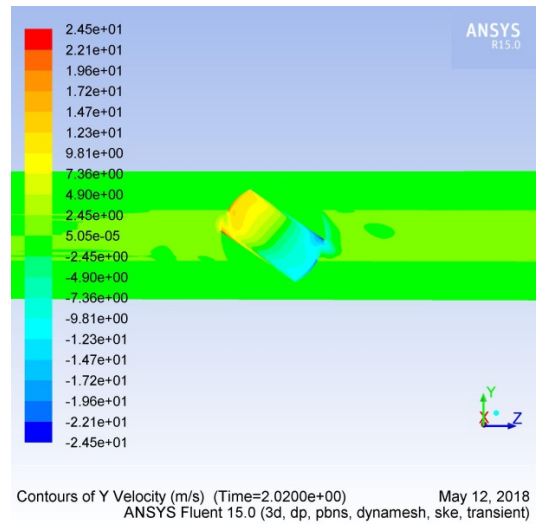


Рисунок 8. – Поле скорости v_y
в момент $t = 2,02 \text{ с}$

На рисунках 9, 10 видно как зарождается вихрь на нижней стенке трубы справа от прерывателя на фоне общего потока. В момент времени $t = 0,1 \text{ с}$ вихрь значительно меньше диаметра трубы, но к моменту $t = 3 \text{ с}$ вихрь уже простирается вдоль оси z на несколько её диаметров.

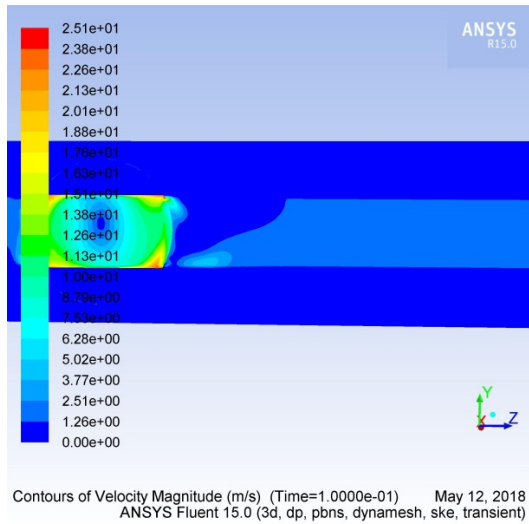


Рисунок 9. – Поле модуля скорости ($t = 0,1$ с)

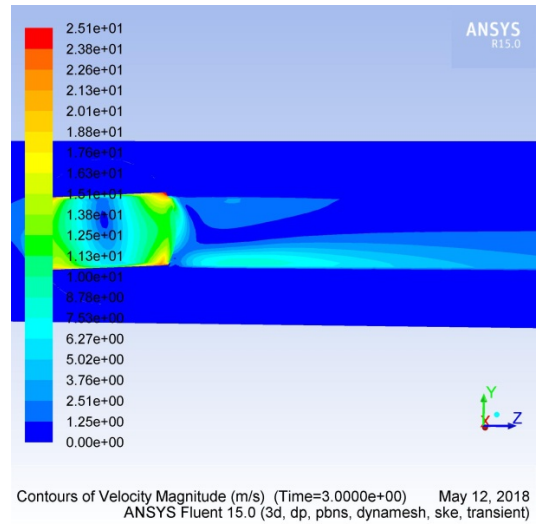


Рисунок 10. – Поле модуля скорости ($t = 3$ с)

На рисунке 11 прослеживается возвратное движение жидкости справа от прерывателя на верхней стенке трубы противоположно оси z (на нижней стенке оно вдоль оси z), что также указывает на присутствие крупного вихря с вращением встречным к вращению прерывателя. На поле турбулентной вязкости развитого турбулентного движения на рисунке 12 заметен гигантский вихрь (по семейству концентрических овалов равной вязкости). Число Рейнольдса в модели равно 4000000. Но теоретическое критическое число Рейнольдса для трубы равно 2300. Как показал Л.Д. Ландау[2], при больших R движение завихрённой жидкости можно описать как потенциальное движение(вдали от стенки).

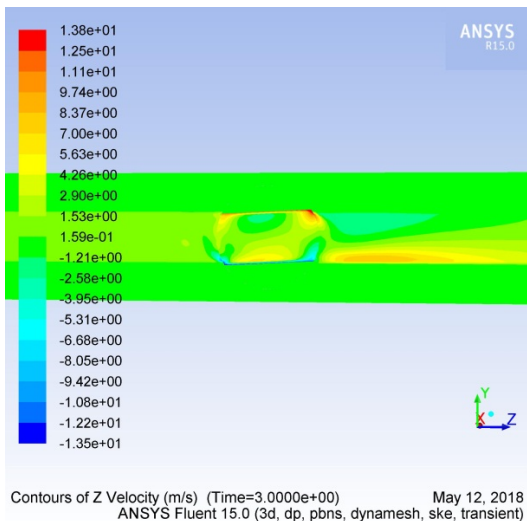


Рисунок 11. – Поле осевой скорости v_z ($t = 3$ с)

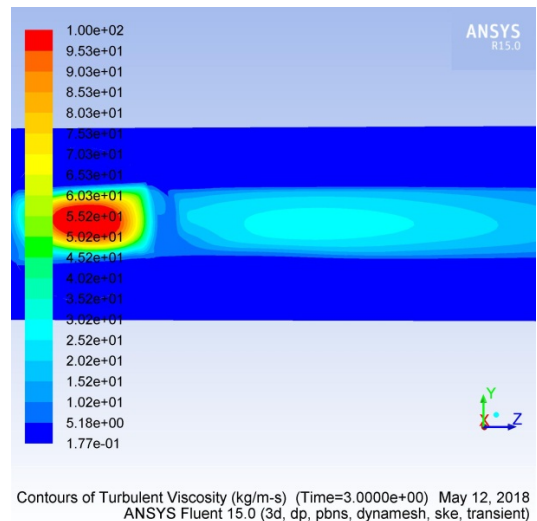


Рисунок 12. – Поле турбулентной вязкости μ ($t = 3$ с)

$R = \frac{vD}{\nu} = \frac{10\text{м/с} \cdot 0,4\text{м}}{10^{-6}\text{м}^2/\text{с}} = 4 \cdot 10^6 \gg 2300$. В случае ламинарного течения на стенках трубы движение частиц жидкости отсутствует (условие прилипания) и образуется вязкий пограничный слой (ПС), в котором на расстоянии δ скорость скачком, но монотонно, увеличивается от 0 до скорости осреднённого движения v . Однако, даже в переходной зоне от ламинарного движения к турбулентному как показала профессор Московского университета Сперанская А.А., происходит периодический отрыв ПС [1]. Турбулентный вихрь имеет скорость частиц у стенки превышающую скорость осреднённого движения, т.е. скорость монотонно падает от максимального значения v_{zm} на вязком подслое у стенки до минимальной скорости осреднённого движения v на расстоянии δ от стенки.

В цилиндрической системе координат уравнение динамики на ось z для вязкой жидкости имеет вид [2]:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

Тогда в стационарном случае $\frac{\partial v_z}{\partial t} = 0$, пренебрегаем силами инерции, в приближении аксиальной симметрии $v_r \ll v_z$, $\frac{\partial v_z}{\partial \varphi} = 0$, $\frac{\partial^2 v_z}{\partial \varphi^2} = 0$, $\partial r \sim \delta \ll z$. В итоге в уравнении остаются 2 слагаемых – силы вязкого трения и сила, обусловленная градиентом давления для 1(6) фаз вращения, уравновешивающие друг друга вдоль оси цилиндра. Оценим первый и второй дифференциалы монотонно изменяющегося профиля скорости в пограничном слое

$$\begin{aligned} |\partial v_z| &= |v_{zm} - v| \leq |v_{zm}|, |\partial^2 v_z| = |v_z(R) + v_z(R - \delta) - 2v_z(R - \delta/2)| = |v_{zm} + v - 2v_z(R - \delta/2)|. \\ v_{zm} \geq v_z(R - \delta/2) \geq v > 0 &\Leftrightarrow -2v_{zm} \leq -2v_z(R - \delta/2) \leq -2v, \Leftrightarrow -v_{zm} < -2v_{zm} + v_{zm} + v \leq \\ \leq -2v_z(R - \delta/2) + v_{zm} + v &\leq -2v + v + v_{zm} < v_{zm} \Leftrightarrow |-2v_z(R - \delta/2) + v_{zm} + v| \equiv |\partial^2 v_z| < v_{zm} \end{aligned}$$

Тогда получим

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right), \partial^2 v_z \approx v_z, \partial r \approx \delta, r \approx R, \overline{\frac{\partial p}{\partial z}} \approx \frac{\Delta p_z}{z}, v(R) = v_{zm}, v(R - \delta) = v \ll v_{zm} \quad (2)$$

Усредняя по объёму ПС уравнение (2), получим уравнение (3)

$$\frac{\Delta p_z}{z} = \frac{\mu \overline{\partial^2 v_z}}{\delta^2} \approx \frac{\mu v_{zm}}{\delta^2} \Rightarrow \delta(z) \approx \sqrt{\frac{\mu z v_{zm}}{\Delta p_z}} = \sqrt{\frac{30\text{кг/мс} \cdot 3\text{м} \cdot 8,8\text{м/с}}{70000\text{Па}}} \approx 10,6\text{см} \quad (3)$$

В последней оценке использовались значения профилей рисунок 6 ($\Delta p_z = 70000\text{Па}$), рисунок 12 ($\mu = 30\text{кг/мс}$), рисунок 1 ($z = 3\text{м}$), рисунок 10 ($v_{zm} = 8,8\text{м/с}$). Толщина ПС $\delta \approx 10,6\text{см}$ по порядку величины согласуется с профилем рисунок 10 ($\delta \approx R = 20\text{см}$). Учёт сил инерции дает такой же вклад $\delta \sim 10\text{см}$. Кроме того, из формулы(3) следует зависимость толщины турбулентного ПС δ от расстояния z по потоку $\delta(z) \approx \sqrt{\frac{\mu v_{zm}}{\Delta p_z}} \sqrt{z} = C \sqrt{z}$, т.е. закон квадратного корня из z , закон также подтверждает

рисунок 10 (изолиния $v(z, y) = 1,25 м/с = const$). Рисунки 9, 10, 11, 12 экспериментально доказывают результат работы [1], а именно, турбулентные вихри рождаются исключительно на стенках модели при движении жидкости.

Полученные модельные результаты могут применяться для тестирования узлов оборудования трубопроводной сети на прочность под действием длительного быстропеременного давления для транспорта нефти, воды и других жидкостей.

Литература

1. Сперанская, А.А. Пограничные слои в геофизической гидродинамике : дис. д-ра физ.-мат. наук : 01.04.12 / А.А. Сперанская. – М, 1982. – 345 с. : ил. Геофизика.
2. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика : учеб. пособие / Ландау Л.Д., Лифшиц М.Е. – М. : Физматлит, 2001. – Т. 6. Гидродинамика. – 736 с.
3. Пастухов, Д.Ф. Классификация профилей температуры в плюс – минус одно сантиметровом слое от поверхности раздела геотермального озера / Д.Ф. Пастухов // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. – 1995. – № 6. – С. 85–89.
4. Метод подобия в однопараметрических задачах линейного программирования / О.В. Голубева [и др.] // Модернизация Российской экономики. Прогнозы и реальность : сб. науч. тр. 2 междунар. науч.-практ. конф. – СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского академического университета, 2016. – С. 90–95.