

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

"Полоцкий государственный университет"

УДК 517.926+517.977

№ госрегистрации 20101688

от 21.07.2010

Инв. № _____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

УО "Полоцкий государственный
университет",

_____ Д. О. Глухов

" ____ " _____ 2012 г.

О Т Ч Е Т

о научно-исследовательской работе

УПРАВЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ЛИНЕЙНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ; РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ
АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ
ПРОИЗВОДНЫХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

(заключительный)

Договор с БРФФИ №Ф10М-032 от 01 мая 2010 г.

Научный руководитель НИР

канд. физ.-мат. наук

_____ А. А. Козлов

" ____ " _____ 2012 г.

Новополоцк 2012

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы,
ведущий научный
сотрудник
канд. физ.-мат. наук

_____ А. А. Козлов (введение, реферат,
подпись, дата раздел 1, 3.2, 4)

Исполнители темы:

младший научный
сотрудник

_____ М. В. Папкович (раздел 2)
подпись, дата

оператор ЭВМ

_____ А. Д. Бурак (раздел 2, 3.1, заключение)
подпись, дата

Нормоконтролер

_____ В. Ф. Кулеш
подпись, дата

РЕФЕРАТ

Отчет 102 с., 8 источников.

ВЫПУКЛОСТЬ, МНОЖЕСТВО ДОСТИЖИМОСТИ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ В ПОЛНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛАХ, ЛИНЕЙНЫЕ УПРАВЛЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ, МАТРИЦА КОШИ, ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА, УРАВНЕНИЕ БУССИНЕСКА

Объектом исследования являются линейные управляемые системы обыкновенных дифференциальных уравнений и управляемые системы уравнений в полных дифференциалах, а также нелинейные уравнения в частных производных.

Целями работы являются изучение геометрических свойств множества достижимости линейных управляемых систем уравнений в полных дифференциалах; нахождение новых точных решений нелинейных уравнений в частных производных; исследование возможности управления характеристическими показателями Ляпунова трехмерных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В работе установлено свойство выпуклости множества достижимости линейных управляемых систем в полных дифференциалах в случае выпуклости множества их допустимых управлений. Для одного из классов уравнений в частных производных четвертого порядка с кубической нелинейностью, схожего с уравнением Буссинеску, на основании метода Фурье разделения переменных получены новые точные полиномиальные решения. Доказана глобальная управляемость характеристических показателей Ляпунова трехмерных линейных равномерно вполне управляемых систем обыкновенных дифференциальных уравнений с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами.

Результаты и методы исследования, проведенного в работе, могут быть использованы для решения задач теории устойчивости и управляемости нестационарных линейных систем и систем уравнений в полных производных, теории нелинейных дифференциальных уравнений. Они также могут найти применение при чтении спецкурсов по теории характеристических показателей Ляпунова и теории управляемости линейных систем.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВА ВЫПУКЛОСТИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ ПФАФФА	8
2 НОВЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ	12
2.1 НОВЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ.....	12
2.2 СВОЙСТВА ПОЛУЧЕННЫХ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ	17
2.3 ОБОБЩЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА НА УРАВНЕНИЕ n -ОГО ПОРЯДКА.....	20
3 ГЛОБАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА ТРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ РАВНОМЕРНО ВПОЛНЕ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНО ОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ	25
3.1 ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ЛЕММЫ И ТЕОРЕМЫ ...	26
3.2 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОСНОВНОЙ ТЕОРЕМЫ	66
4 ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ И ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ	98
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	100
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	102

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Опубликованные работы

Статьи:

1. Козлов, А. А. *О выпуклости множества достижимости линейных систем Пфаффа* / А. А. Козлов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. — 2010. — № 3. — С. 62–64.
2. Бурак, А. Д. *Об одном дифференциальном уравнении в частных производных четвертого порядка с кубической нелинейностью* / А. Д. Бурак, А. А. Козлов // Труды молодых специалистов Полоцкого государственного университета. — Вып. 47. Промышленность. — Новополоцк: ПГУ, 2011. — С. 58–62.

Статьи в сборниках материалов конференций:

3. Козлов, А. А. *Об одном обобщении уравнения Буссинеска* / А. А. Козлов, М. В. Папкович, А. Д. Бурак // "Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам": материалы науч.-практ. Интернет-конф., посвящ. 60-летию доктора физ.-мат. наук, проф. Н. Т. Воробьева, Витебск, 21–22 июня 2011 г.— С. 43–44.

Тезисы докладов конференций:

4. Козлов, А. А. *О существовании линейно-независимых траекторий движения трехмерных линейных равномерно управляемых дифференциальных систем* / А. А. Козлов // Международная научная конференция "V Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям": тез. докл. Междунар. научн. конф., Минск, 7–10 декабря 2010 г. — Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2010. — С. 89-90.
5. Козлов, А. А. *Об одном классе решений нелинейного уравнения в частных производных четвертого порядка и его обобщения* / А. А. Козлов, А. Д. Бурак // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ - 2011): тез. докл. XIV Междунар. научн. конф. по дифференциальным уравнениям (Новополоцк, 12–14 мая 2011 г.) / Полоцк. гос. ун-т. — Новополоцк, 2011. — С. 98.

Работы, сданные в печать

Статьи:

6. Козлов, А. А. *Об управлении показателями Ляпунова трехмерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами.* / А. А. Козлов // Дифференциальные уравнения.
7. Бурак, А. Д. *Об оценке влияния матрицы Коши системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений на угловые меры выпуклых конусов* / А. Д. Бурак, А. А. Козлов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. - 2012.

Статьи в сборниках материалов конференций:

8. Burak, A.D. About the assessment of the impact of the Cauchy matrix of linear ordinary differential equations systems on angular measures of convex cones // 4th Junior Researchers Conference EUROPEAN AND NATIONAL DIMENSION IN RESEARCH