

УДК 528.063

**О ВЫЧИСЛЕНИИ ЗНАЧЕНИЯ ИСТИННОГО АЗИМУТА ЛИНИИ  
И ОПРЕДЕЛЕНИИ ЕГО ТОЧНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ СПУТНИКОВЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ****О.О. УСОВА***(Полоцкий государственный университет)*

*На производстве в последнее время большое распространение получили спутниковые методы определения координат с помощью GPS-приемников. Для геодезического применения спутниковых систем используется относительный метод. Использование на практике GPS-приемников имеет ряд существенных преимуществ: отсутствие необходимости в постройке геодезических сигналов, полная независимость измерений от взаимной видимости между пунктами, времени суток и года, всепогодность измерений, возможность определения координат при размещении одного из приемников на подвижном носителе, высокий уровень производительности и оперативности труда в основном за счет автоматического приема, контроля и обработки спутниковой информации как в пострежиме, так и в реальном масштабе времени. Актуальным является использование GPS-приемников при отсутствии видимости между пунктами. Представлено описание технологии нахождения площадей с применением GPS-приемников, а также вычисление истинного азимута линии и определение его точности.*

**Введение.** В настоящее время все более широкое применение на производстве находят спутниковые методы определения координат. В спутниковых навигационных системах координаты наземных пунктов определяются способом обратной линейной засечки, где измеряются искаженные погрешностями дальности (так называемые псевдодальности) от приемника до спутника. Псевдодальности определяются на основе беззапросных измерений по дальномерным кодам и сдвигам фаз несущих частот (доплеровский метод).

Для геодезического применения спутниковых систем используется относительный метод определения координат. Одновременно выполняются GPS-измерения двумя (и более) приемниками. Так, если один приемник установлен на пункте с известными координатами, а другой – на определяемом, то в результате GPS-измерений можно получить пространственные координаты второго пункта. Если оба приемника установлены на пунктах с неизвестными координатами, то можно получить приращения координат и вычислить расстояние между ними.

Встречаются случаи, когда технически невозможно установить GPS-приемник над центром определяемого пункта, тогда необходимо выполнять внецентренные GPS-измерения. Потребность в этом возникает при выполнении работ на пунктах государственной геодезической сети, где установлены сигналы или пирамиды, а также в городских сетях, при наблюдениях на стенные марки. Актуально использование GPS-приемников при отсутствии видимости между пунктами, например, на строительной площадке, где видимость ограничивают здания и сооружения, при определении площадей.

Целью данной работы является описание технологии определения и оценки точности площадей с применением GPS-приемников.

**1. Применение GPS-приемников при определении площадей при ограниченной видимости между пунктами.** Достоинствами применения GPS-приемников являются [1]:

- отсутствие необходимости в постройке геодезических сигналов;
- полная независимость измерений от времени суток и года;
- всепогодность измерений;
- возможность определения координат при размещении одного из приемников на подвижном носителе;
- высокий уровень производительности и оперативности труда, в основном за счет автоматического приема, контроля и обработки спутниковой информации как в пострежиме, так и в реальном масштабе времени;
- независимость измерений от видимости между пунктами, что особенно актуально.

Актуальным является использование GPS-приемников на строительных площадках при определении площадей. Как правило, видимость между пунктами ограничивают здания и сооружения. Поясним технологию определения площади с помощью GPS-приемников (рисунок).

Точки А, В, С, D, Е на рисунке являются основными пунктами стояния GPS-приемников при определении площади замкнутого контура, ограниченного пунктами а, b, с, d, е.

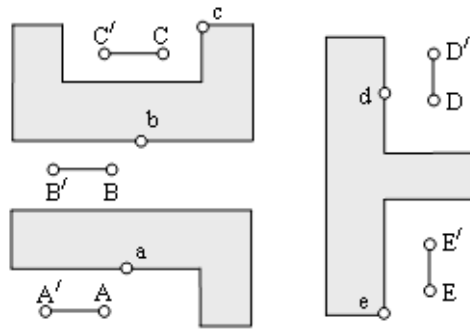


Схема расположения пунктов стояния GPS-приемников

В относительном методе спутниковой геодезии определяются величины  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  [1]. В нашем случае измеренными будут приращения по основному контуру:

$$\Delta X_{AB}, \Delta Y_{AB}, \Delta Z_{AB};$$

$$\Delta X_{BC}, \Delta Y_{BC}, \Delta Z_{BC};$$

$$\Delta X_{CD}, \Delta Y_{CD}, \Delta Z_{CD};$$

$$\Delta X_{DE}, \Delta Y_{DE}, \Delta Z_{DE};$$

$$\Delta X_{EA}, \Delta Y_{EA}, \Delta Z_{EA}.$$

Поскольку фигура замкнутая, то отдельно могут быть найдены невязки  $W_X$ ,  $W_Y$ ,  $W_Z$ . Определить допустимые невязки можно аналогично тому, как это делается в коррелятном способе уравнивания. Распределяются невязки в соответствии с измерениями. В результате получаем уравненные приращения  $\Delta X_{ур}$ ,  $\Delta Y_{ур}$ ,  $\Delta Z_{ур}$ .

Считая точку A основной, определяем ее координаты  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  с помощью GPS-приемника и находим с помощью уравненных приращений уравненные значения пространственных координат точек: A, B, C, D, E. По этим координатам вычисляем уравненные значения:  $x_A$ ,  $y_A$ ,  $x_B$ ,  $y_B$ ,  $x_C$ ,  $y_C$ ,  $x_D$ ,  $y_D$ ,  $x_E$ ,  $y_E$ , в принятой системе координат.

Но на практике более общим случаем является та ситуация, когда площадь вычисляется по координатам:  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $x_b$ ,  $y_b$ ,  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $x_d$ ,  $y_d$ ,  $x_e$ ,  $y_e$ . Здесь необходимо решать задачу о передаче внецентренных координат с точек A, B, C, D, E на точки a, b, c, d, e.

Для передачи координат необходимо измерить линейные элементы центрировки:  $l_{Aa}$ ,  $l_{Bb}$ ,  $l_{Cc}$ ,  $l_{Dd}$ ,  $l_{Ee}$ , и получить дирекционные углы:  $\alpha_{Aa}$ ,  $\alpha_{Bb}$ ,  $\alpha_{Cc}$ ,  $\alpha_{Dd}$ ,  $\alpha_{Ee}$ .

Для получения дирекционных углов линейных элементов необходимо знать азимуты (дирекционные углы) линий:  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ , и примычные горизонтальные углы:  $A'Aa$ ,  $B'Bb$ ,  $C'Cc$ ,  $D'Dd$ ,  $E'Ee$ , на всех точках: A, B, C, D, E.

Зная  $l_{Aa}$ ,  $l_{Bb}$ ,  $l_{Cc}$ ,  $l_{Dd}$ ,  $l_{Ee}$  и  $\alpha_{Aa}$ ,  $\alpha_{Bb}$ ,  $\alpha_{Cc}$ ,  $\alpha_{Dd}$ ,  $\alpha_{Ee}$  можно найти координаты вершин искомой площади.

Для получения азимутов вспомогательных линий:  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ , GPS-станции помещают в точки: A, A', B, B', C, C', D, D', E, E', A. Получаем приращения пространственных координат:

$$\Delta X_{AA'}, \Delta Y_{AA'}, \Delta Z_{AA'};$$

$$\Delta X_{BB'}, \Delta Y_{BB'}, \Delta Z_{BB'};$$

$$\Delta X_{CC'}, \Delta Y_{CC'}, \Delta Z_{CC'};$$

$$\Delta X_{DD'}, \Delta Y_{DD'}, \Delta Z_{DD'};$$

$$\Delta X_{EE'}, \Delta Y_{EE'}, \Delta Z_{EE'}.$$

с целью определения истинного азимута (дирекционного угла) этих линий.

**2. Применение GPS-приемников при вычислении истинного азимута и определении его точности.** На производстве возникают ситуации, когда необходимо определить азимут, например, при внецентренных GPS-измерениях (азимут линейного элемента) или при определении азимута на ориентирные пункты.

В относительном методе спутниковой геодезии измеряемыми величинами являются приращения пространственных геодезических координат  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  между двумя точками с координатами  $X_1, Y_1, Z_1$  и  $X_2, Y_2, Z_2$  [1]. При этом спутниковым приемником определяются приращения координат в 1000 раз точнее, чем сами координаты. Этим обстоятельством можно воспользоваться при вычислении истинных азимутов  $A_{12}$  и  $A_{21}$  по следующему методике:

1) зная, по показаниям GPS-приемника  $X_1, Y_1, Z_1$  вычисляем геодезические координаты для первой точки  $B_1, L_1, H_1$ ;

2) по пространственным координатам и их приращениям вычисляем координаты второй точки:  
 $X_2' = X_1 + \Delta X_{12}$ ;  $Y_2' = Y_1 + \Delta Y_{12}$ ;  $Z_2' = Z_1 + \Delta Z_{12}$ ;

3) по значениям координат  $X_2', Y_2', Z_2'$  находим  $B_2', L_2', H_2'$ ;

4) решая обратную геодезическую задачу на эллипсоиде вращения по значениям  $B_1, L_1, B_2', L_2'$ , находим прямой  $A_{12}$  и обратный  $A_{21}$  азимуты.

Преимущество изложенного метода заключается в том, что координаты  $X_1, Y_1, Z_1$  могут иметь достаточно приближенные значения, в зависимости от длины стороны  $S_{12}$ . Допустимые погрешности координат точки 1 приведены в таблице для  $B_{cp} \approx 55^\circ$ , в зависимости от длины стороны  $S$ .

Допустимая погрешность в координатах  $X, Y, Z$  при вычислении истинного азимута между точками 1 и 2

$S, \text{ м}$	20 000	2 000	200
Допустимая погрешность, м	50	10	5

### Пример

1. Допустим, что GPS-приемником определены:

$X_1 = 3\ 175\ 465,5509$  м;  $Y_1 = 1\ 833\ 355,8906$  м;  $Z_1 = 5\ 201\ 556,8514$  м, которым соответствуют

$B_1 = 55^\circ 00' 00,0000''$ ,

$L_1 = 30^\circ 00' 00,0000''$ ,

$H_1 = 100$  м.

2. Предположим, что измеренные приращения между точками 1 и 2 равны

$\Delta X_{12} = 4425,3622$  м,

$\Delta Y_{12} = 17399,7375$  м,

$\Delta Z_{12} = -8813,4862$  м, тогда

$X_2' = 3\ 179\ 890,9131$  м,

$Y_2' = 1\ 850\ 755,6281$  м,

$Z_2' = 5\ 192\ 743,3652$  м.

3. По вычисленным  $X_2', Y_2', Z_2'$  находим  $B_2', L_2'$ :

$B_2' = 54^\circ 51' 43,9585''$ ,

$L_2' = 30^\circ 12' 00,7230''$ .

4. Решая обратную геодезическую задачу на эллипсоиде вращения по значениям  $B_1, L_1, B_2', L_2'$ , находим прямой  $A_{12} = 140^\circ 00' 00,00''$  и обратный  $A_{21} = 320^\circ 09' 49,88''$  азимуты.

Округлим координаты  $X_1, Y_1, Z_1$  до сотен метров:

$X_1 = 3\ 175\ 400$  м,

$Y_1 = 1\ 833\ 400$  м,

$Z_1 = 5\ 201\ 600$  м, для которых

$B_1 = 55^\circ 00' 01,7199''$ ,

$L_1 = 30^\circ 00' 03,9926''$ ,

$H_1 = 115,4347$  м.

Зная точные значения  $\Delta X_{12}, \Delta Y_{12}, \Delta Z_{12}$  найдем

$X_2' = 3\ 179\ 825,3622$  м,

$Y_2' = 1\ 850\ 799,7375$  м,

$Z_2' = 5\ 192\ 786,5138$  м.

Зная  $X_2', Y_2', Z_2'$  вычисляем  $B_2', L_2'$

$B_2' = 54^\circ 51' 45,6730''$ ,

$L_2' = 30^\circ 12' 04,7088''$ .

По значениям  $B_1, L_1, B_2', L_2'$ , решая обратную геодезическую задачу на эллипсоиде, находим прямой  $A_{12} = 140^\circ 00' 03,26''$  и обратный  $A_{21} = 320^\circ 09' 53,14''$  азимуты.

Сравнивая полученные азимуты, вычисленные по точным и приближенным пространственным координатам, делаем вывод, что при ошибке в пространственных координатах порядка 50 м азимут можно получить с погрешностью 3,2".

Допустим, что ошибка в пространственных координатах  $X_1, Y_1, Z_1$  первой точки составляет 5 м, т.е.

$$X_1 = 3\ 175\ 450\ \text{м},$$

$$Y_1 = 1\ 833\ 350\ \text{м},$$

$$Z_1 = 5\ 201\ 550\ \text{м}, \text{ по которым вычислены геодезические координаты}$$

$$B_1 = 55^\circ 00' 00,0783'',$$

$$L_1 = 29^\circ 59' 59,8692''.$$

Зная точные значения приращений координат между точками 1 и 2  $\Delta X_{12}, \Delta Y_{12}, \Delta Z_{12}$  получаем:

$$X_2' = 3\ 179\ 885,3622\ \text{м},$$

$$Y_2' = 1\ 850\ 749,7375\ \text{м},$$

$$Z_2' = 5\ 192\ 736,5138\ \text{м}.$$

По вычисленным пространственным координатам второй точки находим геодезические координаты:

$$B_2' = 54^\circ 51' 44,0362'',$$

$$L_2' = 30^\circ 12' 00,5941''.$$

Теперь имеем возможность получить прямой  $A_{12} = 139^\circ 59' 59,90''$  и обратный  $A_{21} = 320^\circ 09' 49,78''$  азимуты.

Видим, что если ошибка координат  $X_1, Y_1, Z_1$  составляет 5 м, то погрешность азимута будет равна 0,1".

Используя изложенную методику на поверхности Земли можно найти истинный азимут линии при отсутствии прямой видимости между пунктами 1 и 2. Точность получения азимута такова, что данная методикой может заменить гироскопический теодолит.

Новый метод определения истинного азимута позволяет выполнить оценку точности измеренного азимута по формулам:

$$m_A = m_\Delta \sqrt{FF^T}, \quad (1)$$

где  $m_\Delta$  – средняя квадратическая ошибка определения приращений  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ , получаемая из уравнивания;

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\delta A}{\delta X} & \frac{\delta A}{\delta Y} & \frac{\delta A}{\delta Z} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Частные производные, входящие в формулу (2), находят численным методом с помощью прямой геодезической задачи.

Зная координаты  $B_1, L_1$ , сторону  $S$  с тремя верными значащими цифрами и истинный азимут  $A + \delta A$ , находят  $B_2, L_2$ , а затем вычисляют значения  $X_2, Y_2, Z_2$ , приращения  $\Delta X', \Delta Y', \Delta Z'$  и разности:

$$\delta X = \Delta X - \Delta X'; \quad \delta Y = \Delta Y - \Delta Y'; \quad \delta Z = \Delta Z - \Delta Z',$$

входящие в формулу (2).

### Пример

Допустим, что пространственные координаты первой точки равны

$$X_1 = 3\ 175\ 465,5509\ \text{м},$$

$$Y_1 = 1\ 833\ 355,8906\ \text{м},$$

$$Z_1 = 5\ 201\ 556,8514\ \text{м}.$$

Им соответствуют геодезические координаты:

$$B_1 = 55^\circ 00' 00,0000'',$$

$$L_1 = 30^\circ 00' 00,0000'',$$

$$H_1 = 100\ \text{м}.$$

Измеренные приращения между точками 1 и 2 равны

$$\Delta X_{12} = 4425,3622\ \text{м},$$

$$\Delta Y_{12} = 17399,7375\ \text{м},$$

$$\Delta Z_{12} = -8813,4862\ \text{м}.$$

Тогда координаты второй точки

$$X_2' = 3\ 179\ 890,9131\ \text{м},$$

$$Y_2' = 1\ 850\ 755,6281\ \text{м},$$

$$Z_2' = 5\ 192\ 743,3652\ \text{м}.$$

Получим прямой азимут  $A_{12} = 140^{\circ}00'00,00''$ . Изменим его на одну секунду ( $\delta A = 1''$ ) и вычислим при  $S = 20\,000$  м  $B_2, L_2$ :

$$B_2 = 54^{\circ}51'43,9565'',$$

$$L_2 = 30^{\circ}12'00,7188'',$$

найдем  $X_2, Y_2, Z_2$  и разности  $\delta X = 0,0814$  м,  $\delta Y = -0,0393$  м,  $\delta Z = -0,0356$  м.

В соответствии с формулой (2) матрица  $F$  будет следующей:

$$F = (12,28 \quad -25,44 \quad -28,09),$$

при  $m_{\Delta} = 0,01$  м получим  $m_A = 0,40''$ .

Если  $S = 2000$  м, то  $m_A$  увеличится на порядок по сравнению с предыдущим случаем, и составит  $4,2''$ .

Если  $S = 200$  м и  $m_{\Delta} = 0,001$  м, получим  $m_A = 3,4''$ .

**Заключение.** Изложенная методика будет полезной при математической обработке внецентренных спутниковых GPS-измерений [2, 3], а также при определении азимута на ориентирные пункты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Генике, А.А. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. – М.: Гартгеоцентр-Геодезиздат, 1999. – 272 с.
2. Усова, О.О. Априорная оценка точности широт, долгот и азимутов в приближенных способах астрономии / О.О. Усова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф. Прикладные науки. – 2007. – № 6. – С. 136 – 139.
3. Усова, О.О. О точности определения элементов приведения для внецентренных GPS-измерений / О.О. Усова, А.А. Борун // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф. Прикладные науки. – 2007. – № 12. – С. 125 – 127.

Поступила 06.04.2009