

УДК 330.13.625.089.4

ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРЕУСТРОЙСТВА ЭКСПЛУАТИРУЕМОЙ ДОРОГИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ

*И.М. ЦАРЕНКОВА**(Белорусский государственный университет транспорта, Гомель)*

Рассматривается оптимизационная задача увеличения средней скорости движения автомобилей из условия обеспечения заданных уровней скорости при минимальных капитальных вложениях. Предложена модель автомобильной дороги, основанная на делении линии на независимые участки и назначении для каждого участка комплекса возможных состояний, обусловленных действующими ограничениями скорости. Рассмотрено применение метода динамического программирования, обеспечивающего по указанной модели полную оптимизацию стратегии переустройства дороги для повышения скорости движения автомобилей.

Введение. До последнего времени проблема повышения скорости движения автомобилей формулировалась как задача определения экономически рационального (оптимального) уровня максимальной или средней скорости движения на автомобильной дороге в целом. Другие показатели, характеризующие движение, такие как время движения, сокращение времени движения, определялись как функции скорости. При этом, как правило, не учитывалось, что на одних участках достижение заданного уровня скорости связано с завышенными (неоправданными) инвестициями, а на других участках капитальные вложения дают небольшой эффект, т.е. в указанной постановке задача рационального распределения средств по длине дороги с целью достижения максимального эффекта (наибольшего сокращения времени движения автомобилей) не рассматривалась.

Постановка задачи. Задача поучасткового выбора оптимальной стратегии реконструкции автомобильной дороги для повышения скорости предусматривает:

- определение такого технического состояния автомобильной дороги, когда при выделенных капитальных вложениях K_0 было бы достигнуто максимальное сокращение времени движения автомобилей $\Delta t_0 = \max$;

- определение такого технического состояния автомобильной дороги, когда заданное сокращение времени движения автомобилей Δt_3 было бы достигнуто при минимальных капитальных вложениях $K = \min$.

Среди рассмотренных в [1] предложений наименее проработанным, но принципиально важным, является вопрос о делении дороги на участки. Правильное решение этого вопроса имеет не только теоретическое, но и практическое значение.

При постановке задачи (в теоретическом плане) подразумевается деление дороги на участки из условия их взаимной независимости, что позволяет принимать решение по каждому участку отдельно и в совокупности со всеми участками дороги. Однако практические рекомендации по делению дороги на участки идут вразрез с принципом их взаимной независимости, что может привести к искажению результатов решения задачи. Так, например, представление дороги как совокупности последовательно расположенных участков может быть принято лишь как приближенное деление, поскольку соседние участки в большинстве случаев являются зависимыми от скорости.

Отмеченные противоречия между теоретическими предпосылками и практическими рекомендациями требуют более четкой формулировки принципа деления дороги на участки. Ниже формулируются условия деления дороги на независимые участки, которые предполагают:

- взаимную независимость участков по скорости движения автомобилей – наличие ограничений скорости в пределах данного участка не оказывает влияния на уровни скорости на соседних с ним (слева и справа) участках;

- взаимную независимость участков по условиям производства работ – работы по реконструкции дороги для повышения скорости автомобилей (снятия ограничений) на выделенных соседних участках можно осуществлять независимо друг от друга, т.е. технологически эти работы не связаны.

Первое условие подлежит обязательному выполнению; второе – не является столь жестким, оно может быть учтено на более поздней стадии, когда по сформулированному оптимальному варианту реконструкции дороги осуществляется увязка последовательности и сроков производства разных видов работ по снятию ограничений скорости автомобилей.

Перечисленные условия не накладывают никаких ограничений на протяженность участка. Прежде всего это зависит от очертания кривой скорости, построенной из условия максимальной скорости движения автомобиля на дороге и наличия ограничений скорости (сочетания их уровней и взаимного расположения).

Решение задачи. Сформулированные предложения по делению дороги на независимые участки иллюстрируются примером.

Рассмотрим участок автомобильной дороги Иркутск – Хабаровск, км 838 – км 907, подлежащий реконструкции. На рисунке 1 показана кривая скорости расчетного автомобиля, следующего в одном из направлений, нанесены максимально допустимая скорость $V_{\max} = 90$ км/ч и локальные ограничения скорости ($V_{\text{огр}} < V_{\max}$), определяемые параметрами и техническим состоянием дороги (неудовлетворительное состояние дорожной одежды, водопропускных труб и малых мостов, запрещение обгона и другие ограничения скорости). Назначены мероприятия по снятию ограничений, обеспечивающие повышение скорости либо до V_{\max} , где это возможно, либо до менее высокого уровня, если достигнуть V_{\max} очень трудно или практически невозможно. На ряде ограничений намеченные мероприятия обеспечивают варьирование уровнем допускаемой скорости. Для всех максимальных ограничений, протяженность которых установлена с учетом состояния дороги, построены кривые торможения и разгона (см. рис. 1).

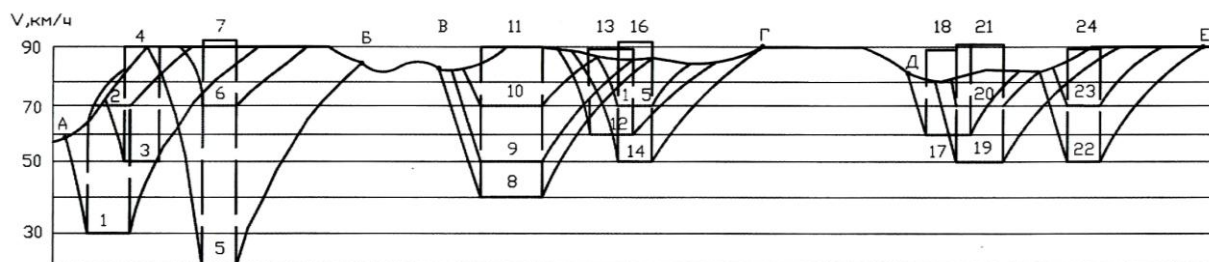


Рис. 1. Кривые скорости движения автомобилей при ограничениях с учетом состояния дороги

На рассматриваемом участке дороги Иркутск – Хабаровск, км 838 – км 907, выделено три независимых участка. Каждый из участков включает некоторую совокупность ограничений скорости, обуславливаемую взаимодействием соседних ограничений. Минимальная протяженность 1-го участка определяется границами от точки А до точки В, 2-го – от точки В до точки Г, 3-го – от точки Д до точки Е. Учитывалось, что границы между независимыми участками назначены в сравнительно широком диапазоне, определяемом протяженностью зоны независимости на кривой скорости; это – зона, в пределах которой очертание кривой $V(S)$ не зависит от соседних с ней (слева и справа) локальных ограничений скорости. Так, граница между 1 и 2 участками может располагаться в любой точке на отрезке В – В, а граница между 2 и 3 участками – в любой точке на отрезке Г – Д. Заметим, что в задаче оптимизации реконструкции дороги зоны независимости на кривой скорости можно вообще исключить из рассмотрения (они не оказывают влияния ни на сокращение времени движения автомобиля, ни на величину требуемых инвестиций) и стыковать выделенные участки минимальной протяженности вплотную друг к другу.

Применительно к примеру (см. рис. 1) осуществим стратегию оптимальной реконструкции дороги, разработанную автором в [2], на рассматриваемом участке.

В таблице 1 для каждого выделенного участка дороги приведены исходные данные, разработка которых предшествует решению задачи оптимизации. Указаны: номер состояния участка, номера снимаемых ограничений, номера ограничений, действующих вместо снятых (номера ограничений скорости, указанные в таблице 1, соответствуют номерам ограничений, приведенным на рисунке 1) инвестиции на мероприятия, реализация которых обеспечивает снятие указанных ограничений (повышение скорости), сокращение времени движения автомобиля $\Delta t_{\text{огр}}$, достигаемое за счет снятых ограничений.

Для удобства последующей расшифровки сформированной стратегии реконструкции дороги целесообразно принять сквозную нумерацию состояний и ограничений скорости по всем выделенным участкам. Исключение составляет номер начального (нулевого) состояния, который на каждом участке обозначен цифрой 0. Следует заметить, что уровни допускаемой скорости на каждом ограничении в таблице 1 и во всех последующих таблицах можно не указывать, поскольку объективно они не расширяют количественную информацию о движении. Большая информативность об ограничениях скорости видна на рисунке 1.

Таким образом, кривая скорости расчетного автомобиля (см. рис. 1) в сочетании со всей информацией, приведенной в таблице 1, представляет собой технико-экономическую модель задачи оптимизации реконструкции эксплуатируемой автомобильной дороги для повышения скорости движения автомобилей. Формализованная информация по выделенным участкам, состояниям участков (сочетаниям ограничений), капиталовложениям и сокращению времени движения служит основой математической модели решаемой задачи.

Таблица 1

Исходные данные к оптимизации

Номер состояния участка	Номера снимаемых ограничений	Номера ограничений, действующих вместо снятых	K_3 , млн. руб.	Δt_3 , мин
1-й участок				
0	–	1, 3, 5	0	0
1	1	2, 3, 5	2,6	0,3
2	2	1, 4, 5	15,2	0,1
3	5	1, 3, 6	45,4	0,7
4	5, 6	1, 3, 7	67,0	0,8
5	1, 3	2, 4, 5	17,8	0,6
6	3, 5	1, 4, 6	60,6	0,8
7	1, 5	2, 3, 6	48,0	1,0
8	3, 5, 6	1, 4, 7	82,2	1,0
9	1, 5, 6	2, 3, 7	69,6	1,1
10	1, 3, 5	2, 4, 6	63,2	1,3
11	1, 3, 5, 6	2, 4, 7	84,8	1,5
2-й участок				
0	–	8, 12, 14	0	0
12	8	9, 12, 14	26,5	0,2
13	12	8, 13, 14	37,3	0,1
14	14	8, 12, 15	6,5	0,3
15	8,9	10, 12, 14	29,0	0,5
16	8, 12	9, 13, 14	63,8	0,4
17	8, 14	9, 12, 15	33,0	0,5
18	12, 14	8, 13, 15	43,8	0,5
19	8, 9, 10	11, 12, 14	69,0	0,7
20	8, 9, 12	10, 13, 14	66,3	0,8
21	8, 9, 14	10, 12, 15	35,5	0,8
22	8, 12, 14	9, 13, 15	70,3	0,7
23	8, 14, 15	9, 12, 16	71,5	0,5
24	12, 14, 15	8, 13, 16	82,3	0,7
25	8, 9, 10, 12	11, 13, 14	106,3	1,0
26	8, 9, 10, 14	11, 12, 15	75,5	1,1
27	8, 9, 12, 14	10, 13, 15	72,8	1,3
28	8, 9, 14, 15	10, 12, 16	74,0	0,8
29	8, 12, 14, 15	9, 13, 16	108,8	0,9
30	8, 9, 10, 12, 14	11, 13, 15	112,8	1,5
31	8, 9, 10, 14, 15	11, 12, 16	114,0	1,1
32	8, 9, 12, 14, 15	10, 13, 16	111,3	1,4
33	8, 9, 10, 12, 14, 15	11, 13, 16	151,3	1,7
3-й участок				
0	–	17, 19, 22	0	0
34	17	18, 19, 22	36,6	0,2
35	19	17, 20, 22	5,3	0,4
36	22	17, 19, 23	4,5	0,4
37	17, 19	18, 20, 22	41,9	0,7
38	17, 22	18, 19, 23	41,1	0,6
39	19, 20	17, 21, 22	50,4	0,5
40	19, 22	17, 20, 23	9,8	0,8
41	22, 23	17, 19, 24	47,2	0,7
42	17, 19, 20	18, 21, 22	87,0	0,9
43	17, 22, 23	18, 19, 24	83,8	0,9
44	17, 19, 22	18, 20, 23	46,4	1,2
45	19, 20, 22	17, 21, 23	54,9	1,0
46	19, 22, 23	17, 20, 24	52,5	1,2
47	17, 19, 20, 22	18, 21, 23	91,5	1,4
48	17, 19, 22, 23	18, 20, 24	89,1	1,5
49	19, 20, 22, 23	17, 21, 24	97,6	1,3
50	17, 19, 20, 22, 23	18, 21, 24	134,2	1,6

Для оптимизации стратегии реконструкции автомобильной дороги применен метод динамического программирования, изложенный в [3]. Процедура оптимизации состоит в следующем:

1) **на каждом выделенном участке исключим неконкурентные состояния (варианты)**. Для этого вначале произведем ранжирование всех состояний участка в порядке возрастания капиталовложений – получим ранжированную по K последовательность состояний, характеризуемых парами чисел K_i и Δt_i . Для ранжированной по K последовательности имеет место соотношение:

$$K_1 < K_2 < \dots < K_i < \dots < K_n. \quad (1)$$

Применим к каждой ранжированной последовательности операцию просеивания состояний. Для этого исключим из нее все состояния i , в которых сокращение времени движения автомобиля не превышает соседних с ними слева, т.е. состояния, у которых

$$\Delta t_i \leq \Delta t_{i-1}.$$

Оставшаяся после этой операции последовательность является доминирующей последовательностью состояний. Для нее справедливы следующие соотношения между числами K_i и Δt_i :

$$\left. \begin{array}{l} K_1 < K_2 < \dots < K_i < \dots < K_n \\ \Delta t_1 < \Delta t_2 < \dots < \Delta t_i < \dots < \Delta t_n \end{array} \right\}. \quad (2)$$

В таблице 2 приведена доминирующая последовательность для 1-го, в таблице 3 – для 2-го, в таблице 4 – для 3-го участков.

Таблица 2

Доминирующая последовательность 1 (для 1-го участка)

Критерии	Номер состояния участка						
	0	1	5	3	7	10	11
K_i , млн. руб.	0	2,6	17,8	45,4	48,0	63,2	84,8
Δt_i , мин	0	0,3	0,6	0,7	1,0	1,3	1,5

Таблица 3

Доминирующая последовательность 2 (для 2-го участка)

Критерии	Номер состояния участка							
	0	14	15	21	27	32	30	33
K_i , млн. руб.	0	6,5	29,0	35,5	72,8	111,3	112,8	151,3
Δt_i , мин	0	0,3	0,5	0,8	1,3	1,4	1,5	1,7

Таблица 4

Доминирующая последовательность 3 (для 3-го участка)

Критерии	Номер состояния участка					
	0	36	40	44	48	50
K_i , млн. руб.	0	4,5	9,8	46,4	89,1	134,2
Δt_i , мин	0	0,4	0,8	1,2	1,5	1,6

В результате операции просеивания на каждом участке исключены неконкурентные состояния (варианты) повышения скорости автомобилей. Так, из 12 возможных состояний 1-го участка исключено 5 состояний, из 23 состояний 2-го участка – 15, из 18 состояний 3-го участка – 12. Все состояния, входящие в доминирующую последовательность, конкурентны, поскольку для нее справедливо соотношение (2), т.е. большее сокращение времени движения требует больших капиталовложений. Применение процедуры просеивания в методе динамического программирования позволяет исключить не только сами конкурентные варианты, но и их продолжение, что обеспечивает сокращение вычислительного процесса поиска оптимальных решений;

2) **используемый метод динамического программирования предполагает последовательное объединение выделенных независимых участков.** В каждое объединение включаются полученные на предыдущем этапе доминирующие последовательности состояний объединяемых участков. Для объединений, как ранее для участков, осуществляется ранжирование состояний по капитальным вложениям, затем просеивание, в результате которого будут исключены неконкурентные состояния.

В таблице 5 осуществлено объединение 1 для 1 и 2-го участков, где во второй слева графе выписаны номера состояний доминирующей последовательности 1 для 1-го участка (из таблицы 2), во второй сверху строке выписаны номера состояний доминирующей последовательности 2 для 2-го участка (из таблицы 3). В клетках на пересечении строк и столбцов указаны два числа: верхнее (числитель) представляет сумму капитальных вложений на мероприятия, реализация которых обеспечит соответствующие состояния 1 и 2-го участков, номера которых выписаны левее и выше клетки; нижнее (знаменатель) представляет суммарное сокращение времени движения, достигаемое при реализации состояний 1 и 2-го участков, номера которых выписаны левее и выше клетки.

Таблица 5

Объединение 1 (для 1 и 2 участков)

		2-й участок							
		Номера состояний доминирующей последовательности	0	14	15	21	27	32	30
1-й участок	0	$\frac{0}{0}$	$\frac{6,5}{0,3}$	$\frac{29,0}{0,5}$	$\frac{35,5}{0,8}$	$\frac{72,8}{1,3}$	$\frac{111,3}{1,4}$	$\frac{112,8}{1,5}$	$\frac{151,3}{1,7}$
	1	$\frac{2,6}{0,3}$	$\frac{9,1}{0,6}$	$\frac{31,6}{0,8}$	$\frac{38,1}{1,1}$	$\frac{75,4}{1,6}$	$\frac{113,9}{1,7}$	$\frac{115,4}{1,8}$	$\frac{153,9}{2,0}$
	5	$\frac{17,8}{0,6}$	$\frac{24,3}{0,9}$	$\frac{46,8}{1,1}$	$\frac{53,5}{1,4}$	$\frac{90,6}{1,9}$	$\frac{129,1}{2,0}$	$\frac{130,6}{2,1}$	$\frac{169,1}{2,3}$
	3	$\frac{45,4}{0,7}$	$\frac{51,9}{1,0}$	$\frac{74,4}{1,2}$	$\frac{80,9}{1,5}$	$\frac{118,2}{2,0}$	$\frac{156,7}{2,1}$	$\frac{158,2}{2,2}$	$\frac{196,7}{2,4}$
	7	$\frac{48,0}{1,0}$	$\frac{54,5}{1,3}$	$\frac{77,0}{1,5}$	$\frac{83,5}{1,8}$	$\frac{120,8}{2,3}$	$\frac{159,3}{2,4}$	$\frac{160,8}{2,5}$	$\frac{199,3}{2,7}$
	10	$\frac{63,2}{1,3}$	$\frac{69,7}{1,6}$	$\frac{92,2}{1,8}$	$\frac{98,7}{2,1}$	$\frac{136,0}{2,6}$	$\frac{174,5}{2,7}$	$\frac{176,0}{2,8}$	$\frac{214,5}{3,0}$
	11	$\frac{84,8}{1,5}$	$\frac{91,3}{1,8}$	$\frac{113,8}{2,0}$	$\frac{120,3}{2,3}$	$\frac{157,6}{2,8}$	$\frac{196,1}{2,9}$	$\frac{197,6}{3,0}$	$\frac{236,1}{3,2}$

Примечание. В числителе K_i в млн. руб., в знаменателе Δt_i в мин.

Например, в клетке на пересечении строки 5 (номер состояния 1-го участка) и столбца 21 (номер состояния 2-го участка) имеем:

$$K_1(5, 21) = K_{1,5} + K_{2,21} = 17,8 + 35,5 = 53,3 \text{ млн. руб.}$$

$$\Delta t_1(5, 21) = \Delta t_{1,5} + \Delta t_{2,21} = 0,6 + 0,8 = 1,4 \text{ мин.}$$

Объединение 1 (см. табл. 5) ранжируем в порядке возрастания K . Затем полученную последовательность состояний подвергаем операции просеивания, в результате которой из 56 состояний (1 и 2 участки) исключено 40 неконкурентных состояний (вариантов). Оставшаяся последовательность состояний образует доминирующую последовательность 1 (табл. 6).

Таким образом, в результате объединения 1 и 2-го участков они заменяются условным участком 1, представленным в таблице 6. Число независимых участков дороги уменьшилось на единицу.

Продолжаем объединение оставшихся участков.

Осуществлено объединение 2 для 1 и 3-го участков. Аналогично предыдущему произведено ранжирование и просеивание состояний объединения 2, образующего второй условный участок, для которого доминирующая последовательность состояний приведена в таблице 7.

Таблица 6

Доминирующая последовательность 1 (для 1 и 2-го участков)

Критерии	Номер состояния участка							
	0, 0	1, 0	1, 14	5, 14	1, 21	5, 21	10, 14	7, 21
K_i , млн. руб.	0	2,6	9,1	24,3	38,1	53,3	69,7	83,5
Δt_i , мин	0	0,3	0,6	0,9	1,1	1,4	1,6	1,8

Окончание таблицы 6

Критерии	Номер состояния участка							
	5, 27	10, 21	11, 21	10, 27	11, 27	11, 32	11, 30	11, 33
K_i , млн. руб.	90,6	98,7	120,3	136,0	157,6	196,1	197,6	236,1
Δt_i , мин	1,9	2,1	2,3	2,6	2,8	2,9	3,0	3,2

Примечание. Слева от запятой номер состояния 1-го участка, справа – номер состояния 2-го участка.

Таблица 7

Доминирующая последовательность 2 (для 1 и 3-го участков)

Критерии	Номер состояния участка							
	0, 0, 0	1, 0, 0	0, 0, 36	1, 0, 36	0, 0, 40	1, 0, 40	1, 14, 40	5, 14, 40
K_i , млн. руб.	0	2,6	4,5	7,1	9,8	12,4	18,9	34,1
Δt_i , мин	0	0,3	0,4	0,7	0,8	1,1	1,4	1,7

Продолжение таблицы 7

Критерии	Номер состояния участка							
	1, 21, 40	5, 21, 40	10, 14, 40	7, 21, 40	5, 27, 40	10, 21, 40	7, 21, 44	11, 21, 40
K_i , млн. руб.	47,9	63,1	79,5	93,3	100,4	108,5	129,9	130,1
Δt_i , мин	1,9	2,2	2,4	2,6	2,7	2,9	3,0	3,1

Продолжение таблицы 7

Критерии	Номер состояния участка							
	10, 21, 44	10, 27, 40	11, 21, 44	11, 27, 40	10, 27, 44	11, 27, 44	10, 27, 48	11, 27, 48
K_i , млн. руб.	145,1	145,8	166,7	167,4	182,4	204,0	225,1	225,1
Δt_i , мин	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,1	4,1

Окончание таблицы 7

Критерии	Номер состояния участка						
	11, 30, 44	11, 27, 48	11, 33, 44	11, 30, 48	11, 33, 48	11, 33, 48	11, 33, 50
K_i , млн. руб.	244,0	246,7	282,5	286,7	325,2	370,3	370,3
Δt_i , мин	4,2	4,3	4,4	4,5	4,7	4,8	4,8

Примечание. Цифры, разделенные запятой, определяют номера состояний соответственно 1, 2 и 3-го участков.

Объединения осуществляются до тех пор, пока все участки не будут объединены в один. Это произойдет на $m-1$ шаге (m – число выделенных на дороге участков).

В условиях рассматриваемого примера второй шаг оказался последним. Таким образом, в таблице 7 получена окончательная доминирующая последовательность $(K, \Delta t)$ – таблица состояний дороги, с помощью которой устанавливается оптимальная стратегия реконструкции дороги для повышения скорости движения автомобилей [2].

Результаты и их обсуждение. Применительно к **1-й задаче**: если необходимые капитальные вложения не должны превысить заданных $K_s = 200$ млн. руб., оптимальная стратегия реконструкции автомобильной дороги обеспечена состоянием дороги 10, 27, 44, при котором достигается максимальное сокращение времени движения $\Delta t_s = 3,8$ мин при необходимых капитальных вложениях 182,4 млн. руб. (см. табл. 7).

Применительно к **задаче 2**: если сокращение времени движения автомобиля должно быть не менее заданного $\Delta t_s = 4,5$ мин, оптимальная стратегия реконструкции автомобильной дороги обеспечена состоянием дороги 11, 30, 48, при котором заданное сокращение времени движения достигается при минимальной величине требуемых капитальных вложений $K_{\min} = 286,7$ млн. руб. (см. табл. 7).

Номер состояния дороги включает последовательно (через запятую) номера состояний каждого участка – от первого до последнего. В таблице 8 приведена расшифровка состояний участков применительно к решениям, полученным по 1 и 2-й задачам; эта расшифровка осуществлена по таблице 1.

Таблица 8

Расшифровка состояний участков

Номер участка	Номер состояния участка	Номера снимаемых ограничений	Номера ограничений действующих вместо снятых
1-я задача			
1	10	1, 3, 5	2, 4, 6
2	27	8, 9, 12, 14	10, 13, 15
3	44	17, 19, 22	18, 20, 23
2-я задача			
1	11	1, 3, 5, 6	2, 4, 7
2	30	8, 9, 10, 12, 14	11, 13, 15
3	48	17, 19, 22, 23	18, 20, 24

На рисунке 2, а показана кривая скорости расчетного автомобиля при ограничениях, соответствующих результату решения 1-й задачи (для дороги в состоянии 10, 27, 44). На рисунке 2, б показана кривая скорости при ограничениях, соответствующих результату решения 2-й задачи (для дороги в состоянии 11, 30, 48).

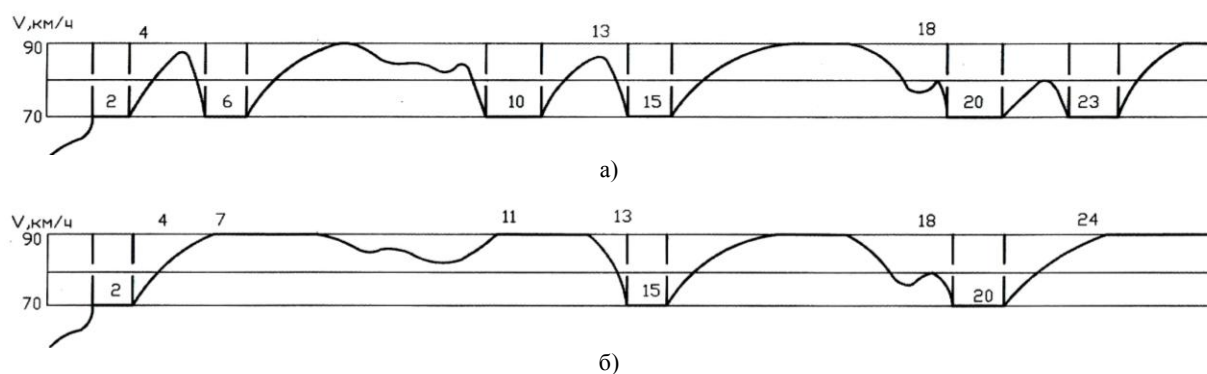


Рис. 2. Кривые скорости движения автомобилей при различных вариантах ограничений

Выводы

1. Повышение скоростей движения автомобилей, а следовательно, и пропускной способности автомобильной дороги целесообразно рассматривать поэтапно с определением очередности мероприятий по реконструкции участков дороги.
2. Принципиально новый подход к распределению финансовых средств по длине дороги в отличие от существующих позволяет определять необходимые капитальные вложения для достижения максимального сокращения времени движения автомобилей.
3. Предложенная модель обеспечивает на основе применения метода динамического программирования полную оптимизацию мероприятий по реконструкции автомобильной дороги для повышения скоростей движения автомобилей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов, И.Т. Пропускная способность транспортных систем / И.Т. Козлов. – М.: Транспорт, 1985. – 214 с.
2. Царенкова, И.М. Оптимальная стратегия реконструкции автомобильной дороги / И.М. Царенкова, Т.Р. Кисель // Вестн. Белорус. нац. техн. ун-та. – 2007. – № 1. – С. 56 – 59.
3. Жогаль, С.И. Задачи и модели исследования операций: учеб. пособие / С.И. Жогаль, И.В. Максимей. – Гомель: БелГУТ, 1999. – Ч. 1: Аналитические модели исследования операций. – 109 с.

Поступила 19.05.2009