

УДК 528.063

## О ВЛИЯНИИ КОРРЕЛЯЦИИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ

**Е.В. ГРИЩЕНКОВ**

(Полоцкий государственный университет),

**А.П. ПРИСЯЖНЮК**

(УП «Аэрокарт», Минск)

*Известно, что спутниковые результаты GPS-измерений в относительном методе спутниковой геодезии, как правило, являются зависимыми величинами по причине физической корреляции. Математическая обработка таких результатов измерений была впервые разработана в середине XX века, а метод обработки стал называться «Обобщенным методом наименьших квадратов». По данному методу под руководством профессора В.И. Мицкевича составлена программа по уравниванию зависимых результатов GPS-измерений, по которой выполнены расчеты рассмотренного вопроса.*

*На примере геодезического четырехугольника сети GPS исследуется влияние корреляционных связей между погрешностями по координатным осям на уравненные координаты и на результаты оценки точности.*

**Введение.** В настоящее время в Беларуси и России широко используется глобальная навигационная система GPS (в будущем ГЛОНАСС). Данные программные проекты включают в себя мероприятия по уточнению системы координат, созданию новой высокоэффективной государственной системы геодезического обеспечения своих территорий. Современные навигационные системы позволяют повысить точность, оперативность и экономическую эффективность решения задач геодезического обеспечения, создания высокоточной геодезической сети и земельного кадастра государств.

Для достижения высокой точности результатов спутниковых определений необходимо [1, 2]:

- учитывать, что точность спутниковых определений различна по направлениям разных осей координат;
- правильно выбирать конфигурацию спутникового созвездия (время измерений) и другие факторы, снижающие точность спутниковых определений;
- корректно назначать весовые матрицы спутниковых измерений для оптимального уравнивания.

**Основная часть.** Известно, результаты непосредственных измерений чаще всего являются некоррелированными величинами. Но в математическую обработку могут включаться не сами измерения, а их функции, например углы, вычисленные по независимым (следовательно, коррелированным) измерениям или их функциям, например, дирекционным углам сторон, приращениям координат и др.

Поэтому возникает задача уравнивания коррелированных измерений. Во всех этих случаях необходимо знать корреляционные матрицы, которые в отличие от случая некоррелированных измерений уже не будут диагоналями. Метод наименьших квадратов в применении к некоррелированным измерениям называется классическим, а к коррелированным – обобщенным. Классический принцип, таким образом, является частным случаем обобщенного принципа наименьших квадратов.

В общем случае корреляционная матрица измерений имеет вид:

$$K_T = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & K_{12} & K_{13} & K_{1N} \\ K_{21} & \sigma_2^2 & K_{23} & K_{2N} \\ K_{31} & K_{32} & \sigma_3^2 & K_{3N} \\ K_{N1} & K_{N2} & K_{N3} & \sigma_N^2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\sigma_i^2$  – дисперсии измерений (диагональные элементы матрицы  $K_m$ );  $K_{ij}$  – корреляционные моменты (недиагональные элементы).

При выполнении спутниковых измерений для каждого вектора приращений  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  выдаются следующие сведения:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^2 & K_{xy} & K_{xz} \\ & \sigma_y^2 & K_{yz} \\ sim & & \sigma_z^2 \end{pmatrix},$$

которые служат исходной информацией для вычисления коэффициентов корреляции по формуле:

$$r_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}. \tag{2}$$

В результате для трех векторов GPS треугольника мы имеем следующую корреляционную матрицу:

$$K_T = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & r_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & r_{45} & r_{46} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & r_{56} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & r_{78} & r_{79} \\ sim & & & & & & & 1 & r_{89} \\ & & & & & & & & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда в обобщенном параметрическом способе уравнения используют формулы:

$$\hat{X}_{tx1} = X_{tx1}^0 + x_{tx1}; \tag{3}$$

$$x_{tx1} = -R_{tx1}^{-1} B_{tx1}; \tag{4}$$

$$R_{tx1} = A_{txN}^T (\overline{K_T}^{-1})_{NxN} A_{Nx1}; \tag{5}$$

$$B_{tx1} = A_{txN}^T (\overline{K_T}^{-1})_{NxN} L_{Nx1}, \tag{6}$$

где свободный член параметрического уравнения поправок вычисляют из выражения:

$$L_{Nx1} = T_{Nx1}^{вбм} - T_{Nx1}^{изм}, \tag{7}$$

где

$$T_{Nx1}^{вбм} = (\Delta X_1^0; \Delta Y_1^0; \Delta Z_1^0, \dots, \Delta X_{N/3}^0, \Delta Y_{N/3}^0, \Delta Z_{N/3}^0)^T,$$

а

$$\Delta X_{ik}^0 = X_i^0 - X_k^0;$$

$$\Delta Y_{ik}^0 = Y_i^0 - Y_k^0;$$

$$\Delta Z_{ik}^0 = Z_i^0 - Z_k^0,$$

которые найдены по предварительным значениям  $X^0$ .

При этом

$$\overline{K_T} = P^{-\frac{1}{2}} K_T P^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Из практики обработки спутниковых GPS-измерений выяснилось: при исследовании корреляционных матриц, полученных по внутренней сходимости результатов в серии реальных спутниковых определений, для измерений, проведенных в благоприятных условиях (при незаслоненности небосвода), максимальная погрешность приращений координат, как правило, не отклоняется от направления нормали к поверхности земного эллипсоида. При этом корреляционные моменты между вертикальными и горизонтальными погрешностями малы, что указывает на слабую стохастическую связь между ними. Следует также отметить, что горизонтальные составляющие приращений координат, в большинстве случаев, также имели слабую корреляцию.

Таким образом, на основе экспериментальных данных можно сделать следующие предварительные выводы: при правильном выборе установки спутникового приемника, т.е. при открытом небосводе, отмечена некоррелированность результатов измерений приращения координат. В этом случае можно

производить уравнивание спутниковой сети отдельно для каждой горизонтальной и вертикальной составляющих (так же как нивелирные сети) [1, 3].

По программе KEMNGPSO обработаем спутниковый GPS треугольник.

Результаты вычислений представлены в таблице, где  $r$  – коэффициенты корреляции для каждого вектора с частной корреляционной матрицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & r & r \\ & 1 & r \\ & & 1 \end{pmatrix};$$

$\Delta x; \Delta y; \Delta z$  – разности координат при  $r \neq 0,0$  и  $r = 0,0$  в мм;  $\mu$  – средняя квадратичная ошибка единицы веса при числе избыточных измерений равном 9 ( $N = 18; t = 9$ );  $M_i$  – ошибки положения определяемых пунктов в м;  $|V|_{\max}$  – наибольшая по модулю поправка из всех 18 приращений.

Результаты вычислений

Параметры	$r = 0,0$	$r = 0,1$	$r = 0,2$	$r = 0,3$	$r = 0,4$	$r = 0,5$	$r = 0,6$	$r = 0,7$	$r = 0,8$	$r = 0,9$
$\Delta x_1$	0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-1,2	-2,6	0
$\Delta y_1$	0	-0,1	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1	-3,9	-2,5	-1,7
$\Delta z_1$	0	-0,4	-0,8	-1,2	-1,5	-1,9	-2,2	-3,2	-2,9	-3,5
$\Delta x_2$	0	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	0	0,2	-0,2	0,1	1,5
$\Delta y_2$	0	-0,4	-0,6	-0,8	-1,1	-1,3	-1,4	-3,2	-1,7	-1,2
$\Delta z_2$	0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,7	-0,9	-1	-0,5	-0,1	-0,9
$\Delta x_3$	0	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	0	-0,5	-0,5	0,9
$\Delta y_3$	0	-0,4	-0,8	-0,2	0,4	-2,1	-2,5	0,6	-0,3	-4,2
$\Delta z_3$	0	-0,3	0,5	-0,7	-1	-2,2	-1,5	-1,9	-1,7	-2,4
$\mu$	0,328	0,315	0,309	0,309	0,315	0,328	0,352	0,396	0,423	0,615
$M_1$	0,0044	0,0046	0,0051	0,0058	0,0067	0,0078	0,0094	0,0123	0,0150	0,1485
$M_2$	0,0040	0,0040	0,0042	0,0047	0,0055	0,0069	0,0092	0,0137	0,0212	0,1458
$M_3$	0,0042	0,0045	0,0048	0,0055	0,0064	0,0078	0,0099	0,0237	0,0382	0,1458
$ V _{\max}$	0,0112	0,0111	0,0104	0,0102	0,0100	0,0098	0,0096	0,0097	0,0093	0,0090

По результатам вычислений, представленных в таблице, можно сделать следующие **выводы**:

- 1) при коэффициенте корреляции  $r \leq 0,4$  расхождения в координатах пренебрегаемо малы (менее 1,1 мм при  $\sigma_{\Delta} = 7$  мм);
- 2) величина  $\mu$  практически не изменяется на отрезке  $0,0 \leq r \leq 0,4$ ;
- 3) оценка точности остается неизменной при  $r = 0,5$ ;
- 4) поправки в измерения из уравнивания практически не изменяются на отрезке  $0 \leq r \leq 0,4$ ;
- 5) даже при  $0,0 \leq r \leq 0,8$  влияние корреляции пренебрегаемо мало при плохом сочетании созвездий и заслоненности небосвода.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов, Ю.А. Исследование пространственной ориентации погрешностей спутниковых определений: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ю.А. Гаврилов. – СПб. – 2003. – 22 с.
2. Генике, А.А. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1999. – 272 с.
3. Мицкевич, В.И. Раздельное уравнивание GPS-измерений / В.И. Мицкевич; Полоц. гос. ун-т. – Новополоцк, 2000. – 5 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 25.09.2000.

Поступила 22.03.2007