PolotskSU

УДК 528.063

О ТЕСТИРОВАНИИ ИССЛЕДУЕМЫХ АЛГОРИТМОВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

канд. техн. наук П.М. ЛЕВДАНСКИЙ
(Пирамида строй, Минск),
канд. техн. наук, доц. Л.А. ЧЕРКАС
(Полоцкий государственный университет)

Предложена методика оценки качества алгоритмов с применением новой технологии и датчика псевдослучайных чисел для геодезических построений специального назначения. В качестве датчика псевдослучайных чисел впервые применяется алгоритм, разработанный профессором К.Л. Проворовым. Здесь вычисляются псевдослучайные поправки в результаты измерений не только по номеру варианта выборки, но и по величинам стандарта измерения. В статье описано, каким образом и как используются случайные числа для тестирования любых алгоритмов. Отметим, что в геодезических построениях с хорошей геометрией применение новой методики не столь эффективно. Но для геодезических построений специального назначения, когда в стесненных условиях необходимо обеспечить высокую точность, данная методика назначения весов измерений может дать эффект при практических применениях.

Введение. При разработке новых алгоритмов уравнения часто встает вопрос их сравнения с известными традиционными методами. Исследователей интересует, насколько предлагаемый ими метод эффективнее тех, которые хорошо апробированы и зарекомендовали себя на производстве. В этом случае чаще уделяют внимание универсальности предложенного метода, его надежности в тех или иных ситуациях с одновременным улучшением качественных характеристик. Универсальность и надежность исследуемого метода определяется его разработчиками на этапе производственных проверок на тестовых примерах, качественные характеристики нового метода, как правило, определить труднее.

Основная часть. Здесь предлагаем использовать метод статистических испытаний, сущность которого заключается в следующем. Предположим, что необходимо протестировать новый экспериментальный метод уравнивания (МЕ) и ответить на вопрос, насколько он лучше известного алгоритма, метода наименьших квадратов (МНК). Метод МЕ по сравнению с МНК должен обладать следующими свойствами:

$$(M_{\max})_{ME} \le (M_{\max})_{MHK}\,, \tag{1}$$

где M_i – ошибки положения определяемых пунктов;

$$(\delta S_{\max})_{ME} \le (\delta S_{\max})_{MHK}\,, \tag{2}$$

где δS_i – отклонение уравненных координат от их истинных значений.

Алгоритм тестирования предлагаем таким:

1) для исследуемой геодезической сети задаются начальные истинные координаты исходных и определяемых пунктов X^0;

2) по связям для измеренных величин на основе X^0 вычисляются истинные значения измерений T^0;

3) используя датчик псевдослучайных чисел, по заданному стандарту измерений σ получают поправки в измерения и находят $T_i^{изм.} = T_i^0 + V_i$;

4) уравнивают смоделированную геодезическую сеть методами МНК и МЕ, находят:

$$\delta S_{MHK} = \hat{X}_{MHK} - X^0\,,$$

$$\delta S_{ME} = \hat{X}_{ME} - X^0\,,$$

где $\hat{X}$ – уравненные координаты;

5) вычисляют $\mu = \sqrt{\dfrac{V^T PV}{r}}$ и величину M.

Таких испытаний можно сделать несколько (не менее j = 10). Новый метод МЕ будет не хуже эталонного метода МНК, если:

$$\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{10} \frac{(M_{\max j})_{MHK}}{(M_{\max j})_{ME}} \ge 1{,}00\,; \tag{3}$$

PolotskSU

$$\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{10}\frac{(\delta S_{\max j})_{МНК}}{(\delta S_{\max j})_{ME}} \geq 1{,}00\,. \qquad (4)$$

Отметим универсальность методики с применением неравенств (1) – (4). Вместо МНК можно применить любой эталонный метод, обозначая его этим атрибутом.

Применим предложенную методику для нивелирной сети [1, с. 254]. Все способы МНК и МЕ будут иметь разные алгоритмы, но будут реализовывать метод наименьших квадратов:

- МНК – уравнение модельной нивелирной сети тремя разными способами при весах $P = E_{9\times9}$;
- $МЕ_1$ – уравнение свободной нивелирной сети, опирающейся на один исходный пункт при $P_{9\times9} = diag\,(1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1)$;
- $МЕ_2$ – уравнение нивелирной сети без исходных пунктов относительно средней плоскости при $P_{9\times9} = diag\,(1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1)$;
- $МЕ_3$ – уравнение нивелирной сети без исходных пунктов по алгоритму, опубликованного в [2] при $P_{9\times} = diag\,(1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1)$.

Цель такого примера – апробировать методику, изложенную выше. Случайные числа для серий из девяти поправок в превышении выбирались из таблицы [3], при $\delta_h = 10$ мм.

Итоговые результаты согласно формулам (3) и (4) представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты вычислений

Номер алгоритма	$(\mu_{мнк}/\mu_{ме})/10$	Неравенство (3)	Неравенство (4)
1	0,63	0,82	0,98
2	0,63	0,70	0,95
3	0,63	0,76	0,95

По данным таблицы 1 получены очевидные результаты – чем больше вес измерения, тем больше μ_{ME} и M_{ME}.

Среднее из вариантов для величин δS близки между собой (0,95), что подчеркивает их близость (к = 1,00) для случайных значений поправок V_i.

Таблица 2

Результаты уравнивания нивелирной сети

Вариант	Метод	μ	M(max)	δS(max)	Вариант	Метод	μ	M(max)	δS(max)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Алгоритм 1									
1	МНК	756	12,230	10,474	2	МНК	1302	21,080	15,937
	МЕ	1356	17,032	8,640		МЕ	2296	28,839	18,962
	МНК / МЕ	0,56	0,72	1,21		МНК / МЕ	0,57	0,73	0,84
3	МНК	1198	19,392	19,674	4	МНК	1586	25,671	24,109
	МЕ	1584	19,506	17,557		МЕ	2144	26,932	26,962
	МНК / МЕ	0,76	0,99	1,12		МНК / МЕ	0,74	0,95	0,89
5	МНК	366	5,919	18,574	6	МНК	491	7,946	14,980
	МЕ	565	7,094	17,797		МЕ	783	9,368	13,256
	МНК / МЕ	0,65	0,83	1,04		МНК / МЕ	0,63	0,85	1,13
7	МНК	1640	26,534	16,185	8	МНК	1058	17,127	11,504
	МЕ	2732	34,318	20,737		МЕ	1948	23,314	14,694
	МНК / МЕ	0,60	0,77	0,78		МНК / МЕ	0,54	0,73	0,78
9	МНК	898	14,528	17,079	10	МНК	748	12,097	34,946
	МЕ	1189	14,938	17,012		МЕ	1400	17,584	35,685
	МНК / МЕ	0,76	0,97	1,00		МНК / МЕ	0,53	0,69	098
Алгоритм 2									
1	МНК	925	9,434	6,740	2	МНК	1595	16,260	8,525
	МЕ	1660	15,196	6,900		МЕ	2812	25,730	10,128
	МНК / МЕ	0,56	0,62	0,98		МНК / МЕ	0,57	0,63	0,84
3	МНК	1468	14,958	10,455	4	МНК	1943	19,802	16,111

PolotskSU

	ME	1941	17,760	10,930		ME	2626	24,029	14,423
	МНК /ME	0,76	0,84	0,96		МНК / ME	0,74	0,82	1,12

PolotskSU

Окончание табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Алгоритм 2									
5	МНК	448	4,566	10,237	6	МНК	601	6,129	10,034
	МЕ	692	6,330	10,238		МЕ	958	8,772	9,561
	МНК / МЕ	0,65	0,72	1,00		МНК / МЕ	0,63	0,70	1,05
7	МНК	2008	20,467	8,275	8	МНК	1296	13,211	7,575
	МЕ	3346	30,618	11,300		МЕ	2386	21,833	8,426
	МНК / МЕ	0,60	0,67	0,73		МНК /МЕ	0,54	0,60	0,90
9	МНК	1099	11,206	10,226	10	МНК	916	9,331	23,285
	МЕ	1456	13,328	10,106		МЕ	1714	15,689	24,884
	МНК / МЕ	0,75	0,84	1,01		МНК / МЕ	0,53	0,59	0,94
Алгоритм 3									
1	МНК	925	8,516	10,087	2	МНК	1595	14,678	9,962
	МЕ	1660	12,730	10,310		МЕ	2812	21,556	13,233
	МНК / МЕ	0,56	0,67	0,98		МНК / МЕ	0,57	0,68	0,75
3	МНК	1468	13,502	13,253	4	МНК	1943	17,875	12,167
	МЕ	1941	14,878	9,120		МЕ	2626	20,131	18,378
	МНК / МЕ	0,76	0,91	1,45		МНК / МЕ	0,74	0,89	0,66
5	МНК	448	4,122	11,335	6	МНК	601	5,532	14,118
	МЕ	692	5,302	11,350		МЕ	958	7,349	13,799
	МНК / МЕ	0,65	0,78	1,00		МНК / МЕ	0,63	0,75	1,02
7	МНК	2008	18,476	8,823	8	МНК	1296	11,926	6,783
	МЕ	3346	25,651	12,374		МЕ	2386	18,290	7,464
	МНК / МЕ	0,60	0,72	0,71		МНК / МЕ	0,54	0,65	0,91
9	МНК	1099	10,116	10,857	10	МНК	916	8,423	20,873
	МЕ	1456	11,166	10,962		МЕ	1714	13,143	20,236
	МНК / МЕ	0,75	0,90	0,99		МНК / МЕ	0,53	0,64	1,03

Примечание. Так как δ_h выражена в миллиметрах, то и величины $M_{(max)}$ и $\delta S_{(max)}$, приведенные в таблице 2, также даны в миллиметрах.

Таблица 3

Результаты уравнивания плановых геодезических сетей

Вариант	Метод	μ	M(max)	δS(max)	Вариант	Метод	μ	M(max)	δS(max)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сеть триангуляции [4. с. 93]									
1	МНК	0,992	0,053	0,072	2	МНК	0,975	0,052	0,153
	МЕ	0,741	0,051	0,080		МЕ	0,820	0,057	0,164
	МНК / МЕ	1,34	1,04	0,90		МНК / МЕ	1,19	0,91	0,93
3	МНК	0,901	0,048	0,055	4	МНК	1,458	0,078	0,053
	МЕ	0,699	0,048	0,054		МЕ	1,166	0,081	0,046
	МНК / МЕ	1,29	1,00	1,02		МНК / МЕ	1,25	0,96	1,15
5	МНК	2,100	0,112	0,088	6	МНК	0,985	0,053	0,042
	МЕ	1,584	0,110	0,085		МЕ	0,770	0,053	0,046
	МНК / МЕ	1,32	1,02	1,04		МНК / МЕ	1,28	1,00	0,91
7	МНК	1,668	0,089	0,047	8	МНК	1,032	0,055	0,072
	МЕ	1,294	0,090	0,052		МЕ	0,837	0,058	0,071
	МНК / МЕ	1,29	0,99	0,90		МНК / МЕ	1,23	0,95	1,01
9	МНК	1,828	0,098	0,075	10	МНК	0,830	0,044	0,048
	МЕ	1,523	0,105	0,081		МЕ	0,671	0,046	0,053
	МНК / МЕ	1,20	0,93	0,92		МНК / МЕ	1,24	0,96	0,90

PolotskSU

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сеть триангуляции [4. с. 129]									
1	МНК	1,341	0,063	0,034	2	МНК	1,649	0,077	0,043
	МЕ	1,259	0,062	0,039		МЕ	1,533	0,075	0,033
	МНК / МЕ	1,06	1,02	0,87		МНК / МЕ	1,08	1,03	1,30
3	МНК	1,569	0,073	0,052	4	МНК	1,525	0,071	0,051
	МЕ	1,059	0,052	0,065		МЕ	1,518	0,074	0,056
	МНК /МЕ	1,48	1,40	0,80		МНК / МЕ	1,00	0,96	0,91
5	МНК	1,392	0,065	0,052	6	МНК	1,452	0,068	0,083
	МЕ	1,417	0,069	0,060		МЕ	1,286	0,063	0,046
	МНК /МЕ	0,98	0,94	0,87		МНК /МЕ	1,13	1,08	1,80
7	МНК	1,240	0,058	0,087	8	МНК	1,324	0,062	0,085
	МЕ	1,362	0,068	0,067		МЕ	1,148	0,056	0,091
	МНК /МЕ	0,91	0,85	1,30		МНК /МЕ	1,15	1,11	0,93
9	МНК	1,882	0,088	0,091	10	МНК	1,307	0,061	0,044
	МЕ	1,774	0,087	0,090		МЕ	1,229	0,060	0,038
	МНК /МЕ	1,06	1,01	1,01		МНК /МЕ	1,06	1,02	1,16
Сеть триангуляции [4. с. 153]									
1	МНК	1,216	0,052	0,037	2	МНК	1,870	0,080	0,071
	МЕ	1,107	0,055	0,044		МЕ	1,656	0,082	0,068
	МНК / МЕ	1,10	0,94	0,84		МНК / МЕ	1,13	0,98	1,04
3	МНК	1,174	0,050	0,055	4	МНК	1,472	0,063	0,099
	МЕ	1,030	0,051	0,059		МЕ	1,285	0,064	0,108
	МНК / МЕ	1,14	0,98	0,93		МНК / МЕ	1,14	0,98	0,92
5	МНК	1,740	0,074	0,066	6	МНК	1,301	0,056	0,038
	МЕ	1,458	0,072	0,053		МЕ	1,145	0,057	0,032
	МНК / МЕ	1,19	1,02	1,24		МНК / МЕ	1,14	0,98	1,19
7	МНК	1,511	0,065	0,072	8	МНК	1,030	0,044	0,085
	МЕ	1,205	0,060	0,071		МЕ	0,929	0,046	0,083
	МНК / МЕ	1,25	1,08	1,01		МНК / МЕ	1,11	0,96	1,02
9	МНК	1,678	0,071	0,058	10	МНК	0,966	0,041	0,056
	МЕ	1,423	0,071	0,064		МЕ	0,824	0,041	0,060
	МНК / МЕ	1,18	1,00	0,91		МНК / МЕ	1,17	1,00	0,93
Линейно-угловая триангуляция [4. с. 217]									
1	МНК	1,198	0,016	0,017	2	МНК	1,131	0,015	0,024
	МЕ	1,122	0,016	0,013		МЕ	1,014	0,014	0,025
	МНК / МЕ	1,07	1,00	1,31		МНК / МЕ	1,12	1,07	0,92
3	МНК	1,143	0,015	0,008	4	МНК	1,424	0,018	0,018
	МЕ	0,923	0,013	0,009		МЕ	1,260	0,018	0,016
	МНК / МЕ	1,24	1,15	0,89		МНК / МЕ	1,13	1,00	1,12
5	МНК	1,264	0,016	0,015	6	МНК	0,849	0,011	0,012
	МЕ	1,014	0,014	0,014		МЕ	0,724	0,010	0,014
	МНК / МЕ	1,25	1,14	1,07		МНК / МЕ	1,17	1,10	0,86
7	МНК	1,557	0,020	0,007	8	МНК	0,953	0,012	0,010
	МЕ	1,338	0,019	0,006		МЕ	0,756	0,011	0,013
	МНК / МЕ	1,16	1,05	1,17		МНК / МЕ	1,26	1,09	0,077
9	МНК	1,492	0,019	0,009	10	МНК	1,398	0,018	0,007
	МЕ	1,224	0,017	0,009		МЕ	1,212	0,017	0,008
	МНК / МЕ	1,22	1,12	1,00		МНК / МЕ	1,15	1,06	0,88

PolotskSU

Окончание табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Звено триангуляции [5. с. 145]									
1	МНК	1,297	0,214	0,269	2	МНК	1,612	0,266	0,246
	МЕ	1,185	0,194	0,147		МЕ	1,394	0,229	0,276
	МНК /МЕ	1,09	1,10	1,83		МНК /МЕ	1,16	1,16	0,89
3	МНК	1,187	0,196	0,156	4	МНК	1,301	0,215	0,335
	МЕ	1,205	0,198	0,170		МЕ	1,344	0,220	0,371
	МНК / МЕ	0,98	0,99	0,92		МНК /МЕ	0,97	0,98	0,90
5	МНК	1,736	0,286	0,323	6	МНК	1,307	0,216	0,156
	МЕ	1,747	0,287	0,433		МЕ	1,429	0,234	0,224
	МНК /МЕ	0,99	1,00	0,74		МНК /МЕ	0,91	0,92	0,70
7	МНК	1,587	0,262	0,301	8	МНК	1,453	0,240	0,102
	МЕ	1,332	0,218	0,383		МЕ	1,536	0,252	0,129
	МНК /МЕ	1,19	1,20	0,78		МНК /МЕ	0,94	0,95	0,79
9	МНК	1,543	0,254	0,335	10	МНК	1,168	0,193	0,310
	МЕ	1,410	0,231	0,456		МЕ	1,215	0,199	0,253
	МНК /МЕ	1,09	1,10	0,73		МНК /МЕ	0,96	0,97	1,22
Сеть триангуляции [5. с. 160]									
1	МНК	1,753	0,182	0,076	2	МНК	1,805	0,187	0,367
	МЕ	1,482	0,174	0,089		МЕ	1,485	0,174	0,321
	МНК /МЕ	1,18	1,04	0,85		МНК /МЕ	1,22	1,07	1,14
3	МНК	0,977	0,101	0,057	4	МНК	1,207	0,125	0,211
	МЕ	0,732	0,086	0,067		МЕ	0,985	0,116	0,231
	МНК /МЕ	1,33	1,17	0,85		МНК /МЕ	1,22	1,08	0,91
5	МНК	2,148	0,223	0,125	6	МНК	0,817	0,085	0,163
	МЕ	1,703	0,200	0,046		МЕ	0,562	0,066	0,148
	МНК /МЕ	1,26	1,12	2,72		МНК /МЕ	1,45	1,29	1,10
7	МНК	1,785	0,185	0,163	8	МНК	1,207	0,125	0,151
	МЕ	1,374	0,161	0,208		МЕ	1,019	0,120	0,113
	МНК /МЕ	1,30	1,15	0,78		МНК /МЕ	1,18	1,04	1,34
9	МНК	1,409	0,146	0,282	10	МНК	1,041	0,108	0,092
	МЕ	1,174	0,138	0,214		МЕ	1,028	0,121	0,075
	МНК /МЕ	1,20	1,06	1,32		МНК /МЕ	1,01	0,89	1,23

Пример с разными весами измеренных превышений мы выбрали не случайно.

Рассмотрим вопрос о вычислении весов угловых измерений при уравнивании линейно-угловой и угловой триангуляции по новым формулам. Предлагается вместо известной формулы

$$P = \frac{c}{\sigma^2}, \tag{5}$$

где c – произвольная константа; σ_i – стандарт i-того измерения,
новые выражения (6):

- для связующих углов:

$$P_{\beta связ} = \beta_{рад};$$

(6)

- для промежуточных углов:

$$P_{\beta пром} = 1/\ \beta_{рад},$$

где $\beta_{рад}$ – значение связующего или промежуточных углов в радианах.

Заметим, что формулы (6) действительно являются необычными. Это привело к критике в наш адрес со стороны многих коллег. Поэтому применим формулы (1) – (4) для разрешения научного спора. Сведем результаты вычислений из таблицы 3 в таблицу 4.

PolotskSU

Таблица 4

Результаты вычислений

№ п/п	Название примера	$(\mu_{мнк}/\mu_{ме})$ 10	Неравенство (3)	Неравенство (4)
1	Сеть триангуляции из книги [4, с. 93]	1,26	0,98	0,97
2	Сеть триангуляции из книги [4, с. 129]	1,09	1,04	1,10
3	Сеть триангуляции из книги [4, с. 153]	1,16	0,99	1,00
4	Сеть триангуляции из книги [4, с. 217]	1,18	1,08	1,00
5	Сеть триангуляции из книги [5, с. 145]	1,03	1,04	0,95
6	Сеть триангуляции из книги [5, с. 160]	1,24	1,09	1,22

По данным таблицы 4 можно сделать следующие выводы:

1. Коэффициент для $\mu_{ср}$, как правило, больше единицы, следовательно, веса измерений по формулам (6) также больше единицы. Эти веса будут такими: $P = E$, если все связующие и промежуточные углы равны 57º (57º ≈ 1).

2. Для всех четырех из шести примеров, выполняется неравенство (1), т.е. с применением формул (6) ошибка положения определяемого пункта в слабом месте, как правило, меньше, нежели с применением формулы (5).

3. Неравенство (2) выполняется только для примеров 2 и 6 (см. табл. 3).

Заключение

В геодезических построениях с хорошей геометрией применение новой методики не столь эффективно. Для геодезических построений специального назначения, когда в стесненных условиях необходимо обеспечить высокую точность, данная методика назначения весов измерений может дать эффект при практических применениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Большаков, В.Д. Теория математической обработки геодезических измерений / В.Д. Большаков, П.А. Гайдаев. – М.: Недра, 1977. – 367 с.
2. Левданский, П.М. Уравнение и оценка точности нуль-свободных сетей нивелирования и GPS-построений, минуя регуляцию / П.М. Левданский, Н.С. Сырова, А.П. Присяжнюк // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2001. – № 3(5). – С. 22 – 23.
3. Большаков, В.Д. Практикум и теории математической обработки геодезических измерений: учеб. пособие для геодезических спец. вузов / В.Д. Большаков, Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1984. – 352 с.
4. Практикум по высшей геодезии / Н.В. Яковлев [и др.]: учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1982. – 368 с.
5. Рабинович, Б.Н. Практикум по высшей геодезии / Б.Н. Рабинович. – М.: Геодезиздат, 1961. – 339 с.

Поступила 22.03.2007