

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

На правах рукописи

УДК 692.522.8

Харланов  
Иван Владимирович

Исследование напряженно-деформированного состояния зоны среза сборно-  
монолитного перекрытия «ДАХ»

1-70 80 01 Строительство зданий и сооружений

Магистерская диссертация

на соискание степени магистра технических наук

Научный руководитель  
Бадалова Е.Н.  
кандидат технических наук, доцент

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Лазовский Е.Д. \_\_\_\_\_

Новополоцк, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| Содержание .....   | 2  |
| Перечень сокращений .....  | 4  |
| Введение .....   | 5  |
| Общая характеристика работы .....  | 7  |
| Цель и задачи исследования .....   | 7  |
| Научная новизна .....  | 7  |
| Положения, выносимые на защиту: .....  | 8  |
| Личный вклад магистранта .....   | 8  |
| Структура и объем магистерской диссертации .....   | 8  |
| Глава 1 Аналитический обзор литературы по теме исследования .....                                      | 9  |
| 1.1 Характеристика сборно-монолитного перекрытия «ДАХ» .....   | 9  |
| 1.2 Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил ...                             | 11 |
| 1.2.1 Прочность бетона .....   | 11 |
| 1.2.2 Работа арматуры на растяжение .....  | 12 |
| 1.2.3 Нагельный эффект .....   | 12 |
| 1.2.4 Зацепление бетона по берегам трещин .....  | 13 |
| 1.2.5 Пролет среза .....   | 14 |
| 1.2.6 Эффект размера .....   | 14 |
| 1.2.7 Процент продольного армирования .....  | 15 |
| 1.2.8 Форма сечения .....  | 15 |
| 1.2.9 Положение контактного шва .....  | 16 |
| 1.3 Методы расчета сборно-монолитных конструкций на действие поперечной силы согласно ТНПА РБ .....    | 16 |
| 1.3.1 Общий метод расчета .....  | 17 |
| 1.3.2 Модель наклонных сечений .....   | 19 |
| 1.3.3 Стержневая модель .....  | 23 |
| 1.4 Прочие методы, изложенные в ТНПА РБ .....  | 24 |
| 1.4.1 Расчет элементов без поперечной арматуры .....   | 24 |
| 1.4.2 Модели «распорок и тяжей» .....  | 27 |
| 1.5 Подходы к определению прочности на действие поперечной силы, изложенные в научной литературе ..... | 29 |
| 1.5.1 Формула Robert J. Frosch .....   | 29 |
| 1.5.2 Модель Краснощекова Ю.В. .....   | 30 |
| 1.6 Методы учета влияния контактного шва на сопротивление действию поперечной силы .....               | 31 |
| 1.6.1 Ограничение разрушения по контактному шву .....  | 31 |

|  |    |
|--|----|
| 1.6.2 Усовершенствование МСФТ путем учета отслоения по контактному шву при расчете ширины трещины .....      | 32 |
| Выводы по главе 1 .....  | 34 |
| Глава 2 Экспериментально-теоретическое исследование прочности балки перекрытия «ДАХ» .....                   | 35 |
| 2.1 Методика проведения экспериментальных исследований .....   | 35 |
| 2.2 Анализ результатов экспериментальных исследований .....  | 38 |
| Выводы по главе 2 .....  | 43 |
| Глава 3 Расчет прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ» .....                        | 44 |
| 3.1 Расчет с применением стержневой модели .....   | 44 |
| 3.2 Расчет по методу наклонных сечений .....   | 44 |
| 3.3 Расчет по эмпирическому методу как железобетонной конструкции, неармированной поперечной арматурой ..... | 45 |
| 3.4 Расчет на основании общего метода .....  | 45 |
| 3.5 Подход Robert J. Frosch .....  | 46 |
| 3.6 Расчет по арочной аналогии Краснощекова Ю.В. ....  | 46 |
| Выводы по главе 3 .....  | 47 |
| Заключение .....   | 49 |
| Основные научные результаты диссертации: .....   | 49 |
| Перспективы развития .....   | 49 |
| Список использованных источников .....   | 50 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ А .....   | 55 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б .....   | 56 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ В .....   | 57 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Г .....   | 58 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Д .....   | 59 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Е .....   | 61 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Ж .....   | 62 |

**ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ**

MCFT – модифицированная теория полей сжатия (англ. «modified compression field theory»)

STM – расчет по моделям распорок и тяжей (англ. «strut and tie modelling»)

НДС – напряженно-деформированное состояние

ТНПА – технические нормативные правовые акт(ы)

## ВВЕДЕНИЕ

Железобетонные конструкции, кроме сборного и монолитного исполнения, могут быть и в сборно-монолитном варианте, который позволяет сочетать преимущества сборной и монолитной технологий. Сборно-монолитные конструкции состоят из сборных элементов и монолитного бетона, работающих совместно.

Сборно-монолитная технология позволяет распределить процессы между производством конструкций и их монтажом для большей эффективности обоих процессов. Производство конструкций на предприятиях позволяет выполнить работы, которые проблематично осуществить на площадке, а также повысить качество и контроль процессов, которые хоть и могут быть выполнены в построечных условиях, но с меньшим уровнем контроля. Данный подход приводит к повышению качества конструкций и снижению воздействий на окружающую среду ввиду контроля зоны расходования ресурсов и более экономного их потребления.

Для перекрытий заводское изготовление дает больший ассортимент доступных технологических операций, нежели возведение в построечных условиях. Заводское исполнение позволяет гарантировать набор прочности бетона за счет обработки и контроля температурно-влажностного режима, производить предварительное напряжение арматуры в контролируемых условиях, более высоком уровне контроля охраны и безопасности труда.

Использование сборно-монолитных конструкций по сравнению со сборными конструкциями ведет к уменьшению расхода арматурной стали и обеспечению высокой пространственной жесткости.

Одна из основных областей применения сборно-монолитных конструкций – перекрытия зданий. К этому виду конструкций относится перекрытие типа «ДАХ», в состав которого входят сборные балки с выпусками арматурных каркасов, блоки межблочного заполнения и монолитный слой бетона поверх сборных элементов.

При устройстве перекрытия «ДАХ» часть работ, связанная с изготовлением арматурных каркасов, балок и блоков несъемной опалубки, выполняется на предприятии. Это позволяет произвести каркас достаточно сложной конструкции с постоянной точностью на заводских аппаратах и отказаться от использования щитов опалубки при монтаже, что ведет к снижению количества требуемых средств механизации, устройств и оборудования на строительной площадке, а также отсутствию необходимости их транспортирования. С другой стороны, по сравнению со сборной технологией, поставляемые на строительную площадку элементы сборно-монолитных конструкций имеют меньшую массу, что также

скажется на затратах на их транспортирование и монтаж. Все это позволяет снизить воздействия на окружающую среду при всех процессах, начиная с производства элементов до устройства самих перекрытий.

Не последнее место при проектировании конструкций занимает вопрос экономичности проектного решения. Изучение НДС приопорной зоны сборно-монолитных перекрытий в целом и перекрытий «ДАХ» в частности позволит точнее производить расчеты, не допуская перерасхода материалов при малых нагрузках, либо принимать конструкции способными воспринять большую нагрузку. В связи с этим актуальным является проведение сравнительного анализа методов расчета прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ».

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Цель и задачи исследования

Целью работы является сравнительный анализ методов расчета прочности наклонного сечения применительно к сборно-монолитным перекрытиям «ДАХ».

Для этого необходимо решить следующие задачи:

- установить особенности работы и напряжённо-деформированного состояния приопорной зоны сборно-монолитных конструкций при действии поперечных сил;
- исследовать существующие методы расчета прочности наклонного сечения железобетонных конструкций при действии поперечных сил;
- провести экспериментальное исследование фрагмента сборно-монолитного перекрытия «ДАХ»;
- произвести расчет прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ» с использованием существующих методик расчета и выполнить сравнительный анализ результатов расчета с экспериментальными данными.

Объектом исследования выступает фрагмент сборно-монолитного перекрытия «ДАХ», предметом – напряжённо-деформированное состояние приопорной зоны фрагмента сборно-монолитного перекрытия.

### Научная новизна

Научная новизна состоит в анализе факторов прочности приопорной зоны сборно-монолитных конструкций и сравнительном анализе моделей, описывающих её предельное состояние при действии поперечной силы, а также в применении методов к расчету прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ».

### **Положения, выносимые на защиту:**

- характеристика напряжённо-деформированного состояния приопорной зоны сборно-монолитных перекрытий типа «ДАХ»;
- сравнительный анализ методов расчета прочности наклонных сечений на действие поперечной силы для сборно-монолитных перекрытий типа «ДАХ»;
- возможности улучшения основанных на модифицированной теории полей сжатия методов расчета для определения прочности на действие поперечной силы сборно-монолитных перекрытий типа «ДАХ»;
- результаты экспериментально-теоретического исследования прочности, жесткости и трещиностойкости фрагмента сборно-монолитного перекрытия «ДАХ».

### **Личный вклад магистранта**

Личный вклад заключается в формулировке цели и задач исследования, анализе литературных источников, проведении экспериментального исследования фрагмента перекрытия «ДАХ-2», обработке результатов эксперимента, сравнительном анализе методов расчета прочности наклонного сечения применительно к сборно-монолитному перекрытию «ДАХ».

### **Структура и объем магистерской диссертации**

Текст магистерской диссертации включает в себя: введение, общую характеристику работы, основную часть, представленную 3-мя главами, заключение, список использованной литературы из 51 источника, 7 приложений.

Общий объем диссертации составляет 62 страниц, в том числе: 25 рисунков – на 14 страницах, 7 приложений – на 8 страницах.



## ГЛАВА 1

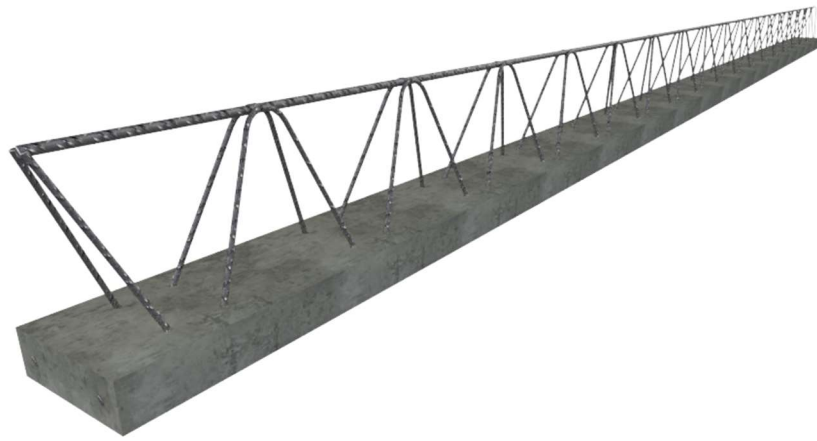
# АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 1.1 Характеристика сборно-монолитного перекрытия «ДАХ»

С точки зрения [1] перекрытие «ДАХ» относится к часторебристым сборно-монолитным перекрытиям, имеющим сборные элементы с выпусками арматуры в виде раскосной решетки.

Перекрытие «ДАХ» может быть отнесено к группе легких сборно-монолитных перекрытий, представленной также перекрытиями TERIVA [2–4] и МАРКО [5].

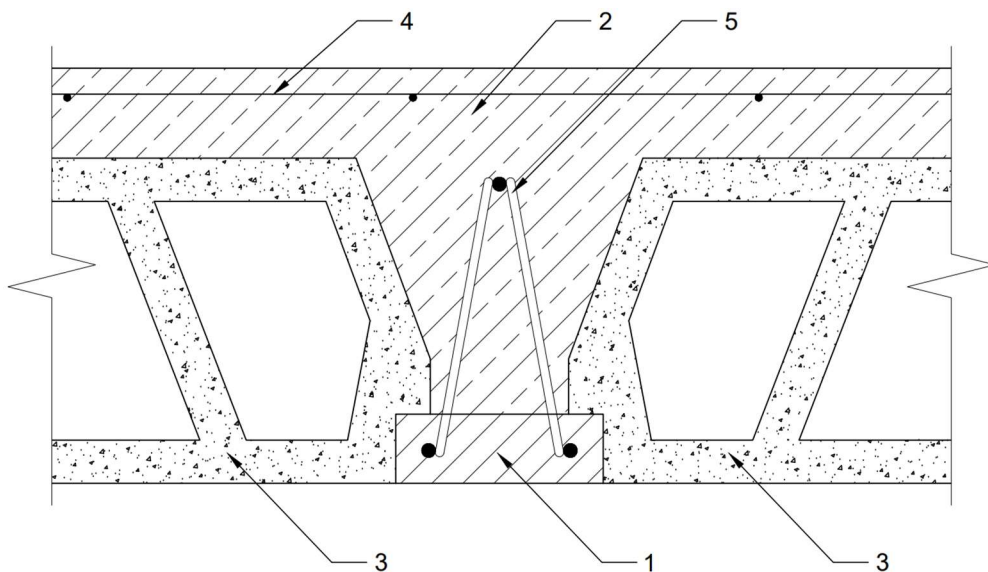
Основными конструктивными элементами данных перекрытий являются сборные балки с арматурными выпусками (рисунок 1.1) и блоки межбалочного заполнения. Пространственный каркас балок в сечении состоит из продольных арматурных стержней, расположенных по трем углам равнобедренного треугольника, и поперечной арматуры из изогнутой в виде «змейки» проволоки по равным по длине сторонам вышеупомянутого треугольника. Каркас при производстве сборной балки заливают бетоном так, чтобы нижние продольные стержни оказались в бетонном элементе сечением 120×40 мм, а верхняя часть каркаса стала выпусками арматуры. Полученный элемент при устройстве перекрытия, кроме несущей функции, выполняет также роль несъемной опалубки. Несъемной опалубкой служат и сборные блоки (рисунок 1.2), выполненные из легкого бетона, поризованной керамики или пенополистирола, которые опираются на балки. После установки сборных элементов в проектное положение конструкция перекрытия бетонируется с укладкой арматурной сетки поверх блоков. В результате образуется перекрытие, фрагменты которого эквивалентны балкам двутаврового сечения с более широкой верхней полкой (рисунок 1.3) [2–7].



**Рисунок 1.1 – Общий вид сборной балки с арматурными выпусками сборно-монолитного перекрытия «ДАХ»**



**Рисунок 1.2 – Общий вид сборных блоков сборно-монолитного перекрытия «ДАХ», выполненных из керамзитобетона**



1 – сборная балка с арматурными выпусками; 2 – монолитный бетон; 3 – пустотные блоки; 4 – арматурная сетка; 5 – арматурные выпуски в виде раскосной решетки.

**Рисунок 1.3 – Поперечный разрез перекрытия «ДАХ»**

Преимуществом данных перекрытий считается их конструкция, которая позволяет вести монтаж в стесненных условиях и без средств механизации. Это вызвано малой массой элементов: масса 6 м балки около 80 кг, а блока около 15 кг. В качестве недостатка выступает необходимость установки опор под сборными балками во время возведения и затвердевания бетона, ввиду высокой гибкости сборных балок [2, 3, 6].

## **1.2 Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил**

Для рассмотрения моделей работы железобетонных изгибаемых конструкций на действие поперечной силы необходимо понять физические процессы, происходящие в материалах приопорной зоны.

Для описания этих процессов А. А. Кондратчик и О. Г. Гарах [8] предлагают факторы («базисные переменные») и их классификацию, с помощью которой эти факторы можно представить следующим образом:

- относящиеся к прочностным и деформационным характеристикам материалов (прочность бетона, работа арматуры на растяжение, нагельный эффект, зацепление бетона по берегам трещины);
- связанные с геометрическими характеристиками элемента (пролет среза, эффект размера, процент продольного армирования, форма сечения, положение контактного шва);
- особенности внешних воздействий.

### **1.2.1 Прочность бетона**

Прочность бетона задействована в нескольких механизмах сопротивления.

Наиболее часто упоминаемым можно назвать прочность в сжатом бетоне над вершиной трещины [1, 8–12]. При этом существуют различные мнения о характере НДС в этой зоне. У. Yang [13], В.В. Молош, А.Е. Желткович [14] и В.Б. Филатов [и др] [15] называют приводящими к разрушению касательные напряжения. Однако А. Н. Морозов [16] утверждает, что разрушения от сжимающих усилий по

нормальному и от сдвигающих по наклонному сечениям, проходящим через вершину трещины, происходят одновременно, если прежде достигаются предельные напряжения в растянутой зоне. С этим согласен и Ю. В. Краснощеков [17].

Кроме того, как подмечает V.I. Travush [18], прочность бетона оказывает влияние на анкеровку арматуры и, следовательно, учет отгибов при расчете прочности наклонного сечения [1, 12].

Также А. Н. Морозов [16] в своей работе делает допущение, что от прочности бетона зависит зацепление поверхностей берегов трещины.

Все вышеперечисленные процессы учитываются при расчетах прочностью бетона, определяемой по степенным функциям, разницу в которых в разных нормах мира отмечает В.В. Тур [19, 20].

### **1.2.2 Работа арматуры на растяжение**

Кроме очевидной работы поперечной и наклонной арматуры, а также отгибов продольной арматуры, сопротивление поперечная сила осуществляет и продольная арматура [9, 15, 21].

А.А. Кондратчик и О.Г. Гарах [8] утверждают, что при отсутствии поперечной арматуры разрушение происходит «либо одновременно с появлением наклонной трещины, либо после небольшого увеличения нагрузки». Также эти авторы подтверждают, что ориентированная по траектории растягивающих усилий арматура эффективнее, и приводят замечание, что несмотря на явный факт вовлечения поперечной арматуры в работу вплоть до достижения предельных усилий, возможно происходит перерасход арматуры, ввиду того что усилия могли бы восприниматься и за счет других факторов.

### **1.2.3 Нагельный эффект**

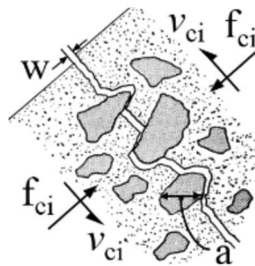
В работе наклонного сечения имеет место фактор, который зачастую именуется «нагельным эффектом» [9, 10, 13–15, 22]. С точки зрения А. Suvorov [21] нагельным эффектом называется работа арматуры не в продольном направлении, а

в поперечном, и поэтому считается, что нагельный эффект возникает во всех стержнях, пересекающих трещину, а не только в продольных. С этим согласен В.Б. Филатов [15]. В [21] также отмечается, что значимость данного эффекта неоднократно оспаривалась и трудно оценима из-за одновременного действия сил зацепления вдоль берегов трещины.

В разных работах оценка вклада нагельного эффекта в прочность сильно разнится, от незначительного в виде 1-2% [21] и 2-5% [23] до 40% [13].

#### **1.2.4 Зацепление бетона по берегам трещин**

Как в ТНПА РБ [12, п. 7.2.2.4], так и в ряде работ [9–11, 13–15] имеется упоминание о влиянии на прочность конструкций зацепления бетона по берегам трещины. Суть явления в том, что, образовавшись, трещина проходит по граням заполнителя, огибая его. При попытке сдвига заполнитель контактирует с бетоном, который огибал его прежде, и оказывает сопротивление дальнейшему смещению берегов трещины [14] (рисунок 1.4). Дополнительную ясность вводит английское определение этого эффекта – «aggregate interlock», буквально переводимое как «замыкание заполнителя». За счет данного явления согласно [17] напряжения трения вдоль наклонной трещины достигают почти 50% призмочной прочности бетона.



$v_{ci}$  и  $f_{ci}$  – наклонные и нормальные по отношению к плоскости трещины напряжения в бетоне;  
 $w$  – ширина раскрытия трещины;  $a$  – размер зерен заполнителя [22].

**Рисунок 1.4 – Зацепление по берегам трещины**

### **1.2.5 Пролет среза**

Пролетом среза называют расстояние  $a$  от опоры до точки приложения сосредоточенного усилия, а также эквивалентное расстояние, равное отношению максимального значения эпюры моментов к опорному значению эпюры поперечных сил, либо относительная величина, являющаяся отношением этого расстояния к рабочей высоте сечения  $d$  [19, 24–26].

Малая величина пролета среза может вызывать арочный эффект. В [19] предлагается следующее определение данного термина: «эффект, который характеризуется сопротивлением сжатого подкоса, воспринимающего полное усилие среза и расположенного по направлению “опора – сила в пролете”». Там же отмечается, что арочный эффект имеет место только в коротких жестких балках ( $l/d < 10$ ) при малых пролетах среза ( $a/d < 2,5$ ).

Суть арочного эффекта в том, что при равном значении действующей поперечной силы сопротивление конструкции при величине пролета  $a/d$  меньше 2,5 будет расти с уменьшением этого отношения [13, 19, 24–26].

Арочный эффект гораздо проще рассматривать, если принять, что он вызван малым пролетом среза, который и будет корректнее назвать фактором прочности. Имеется и другой взгляд. И.Н. Старишко [24] приравнивает влияние пролета среза и арочного эффекта к влиянию момента и поперечной силы.

### **1.2.6 Эффект размера**

При больших размерах неармированных конструкций имеет место эффект размера [19, 22, 27, 28]. Сущность эффекта в том, что относительная прочность на действие поперечной силы становится ниже при росте размера сечения [28, 29].

R.J. Frosch [et al.] [27] предлагают не учитывать эффект размера для балок, имеющих поперечную арматуру и высоту сечения менее 2,5 м. Кроме того, как можно понять из [22, 28, 29], влияние эффекта размера на балках с малой высотой не замечалось. Поскольку перекрытия типа «ДАХ» имеют поперечную арматуру и относительно небольшую высоту, учет данного фактора для них второстепенен.

### **1.2.7 Процент продольного армирования**

Влияние процента продольного армирования разделяется с прочими факторами, связанными с армированием, и относится скорее к эффекту размера [15]. К схожему мнению пришел и А.С. Силантьев [23], предлагая точку зрения, согласно которой процент продольного армирования влияет на высоту сжатой зоны, где и происходит сопротивление срезу. Однако Силантьев [23] не отрицает, что сопротивление срезу самой арматуры также имеет место, хоть и в меньшей степени.

Ранее отмеченная разница в оценке процента армирования в [8, 16, 23] может быть обусловлена разными пролетами среза. Кондратчик и Гарах [8] упоминают об увеличении прироста прочности за счет увеличения процента армирования при увеличении пролета среза.

### **1.2.8 Форма сечения**

И. Н. Старишко [24], W. Pansuk и Y. Sato [30] отмечают влияние свеса и жесткости полок тавровых балок на сопротивление поперечным силам. Это всё выражается в том, что тавровые балки при одинаковом поперечном армировании лучше сопротивляются действию поперечных сил, чем балки с прямоугольным сечением. При этом снижение прочности с увеличением пролета среза у тавровых балок ниже, т.е. при большем пролете среза влияние полок выше, чем при меньшем. При этом разница в прочности весьма велика: тавровые балки без поперечной арматуры прочнее прямоугольных на 32-62%, а с поперечным армированием на 60-100% [24].

Важно замечание [30] о том, что полки могут оказывать влияние на сопротивление поперечной силе, если разрушение происходит по сжатой зоне бетона.

Возможно, описанная в [24] разница в поведении балок с разной формой сечения при изменении пролета среза во многом обусловлена тем, что за пролёт среза принимается относительная величина, зависящая от рабочей высоты. Более корректным было бы применение, например, плеча пары внутренних сил арматуры и сжатой зоны бетона, т.е. показателя, который явно отличается у тавровых и прямоугольных балок при равных рабочих высотах.

### **1.2.9 Положение контактного шва**

Всё прежде приведённое больше касалось НДС непосредственно самого наклонного сечения, а в работе [31] поднимается вопрос о НДС приопорной зоны сборно-монолитных балок. А. Halicka и Ł. Jabłoński [31] утверждают, что прочность на приопорных участках зависит от прочности контактного шва, и наоборот, прочность самого шва зависит от прочности сечения на действие поперечной силы. Это выражается в том, что трещины по контактному шву ведут к снижению прочности, а наклонные трещины способствуют появлению трещин по контактному шву.

Относительно закономерностей, связанных с положением контактного шва, авторы [31] приходят к выводу, что для тавровых сечений более низкое положение шва снижает шанс разрушения по контактному шву.

## **1.3 Методы расчета сборно-монолитных конструкций на действие поперечной силы согласно ТНПА РБ**

Проектирование сборно-монолитных конструкций в РБ регулирует [1], который при расчетах на действие поперечных сил предлагает [1, п. 5.3.1] использование общей деформационной модели в соответствии с [12, п. 5.5.3.8, 7.2.2.24 – 7.2.2.29]. Но также допустимы для применения в расчетах и “модель наклонных сечений, включающая уравнения равновесия внешних и внутренних сил в расчетном наклонном сечении”, и “стержневая модель, состоящая из сжатых и растянутых поясов, соединенных между собой сжатыми и растянутыми раскосами, и использующая уравнения равновесия внешних и внутренних сил в расчетном сечении”, которые именуются «упрощёнными идеализированными моделями» [1, п. 5.3.1.1].



### 1.3.1 Общий метод расчета

Для использования [12, п. 7.2.2.24 – 7.2.2.29] предлагает два подхода к определению прочности на действие поперечной силы на основании общей деформационной модели, которые и позволяют использовать инструменты, описанные выше. Первый, описанный в [12, п. 7.2.2.24], связан с определением расчётных поперечных сил, воспринимаемых элементом, не имеющим поперечного армирования  $V_{Rd,ct}$ , и элементом, имеющим поперечное армирование  $V_{Rd,sy}$ , при значении напряжений, устанавливаемым по диаграммам деформирования бетона и арматуры в зависимости от средних значений относительных деформаций. В это случае условие прочности выглядит следующим образом

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,ct} + V_{Rd,sy} \leq 0,25\alpha f_{cd} b_w z \quad (1.1)$$

где  $V_{Sd}$  – расчетная поперечная сила, вызванная нагрузкой;

$\alpha f_{cd}$  – расчетное сопротивление бетона, с учетом длительного действия нагрузок, неблагоприятного способ их приложения и т. д.;

$b_w$  – расчетная ширина балки при расчетах на действие перерезывающих сил;

$z$  – плечо внутренней пары сил.

Второй подход основывается на принятии напряжений в арматуре равными расчетному сопротивлению. При этом [12, п. 7.2.2.27] предлагает следующее условие прочности

$$V_{Sd} \leq \beta_3 \sqrt{\alpha f_{cd}} \cdot b_w z + \frac{A_{sw} f_{ywd} z}{S} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \leq 0,25\alpha f_{cd} b_w z \quad (1.2)$$

где  $\beta_3$  – коэффициент, зависящий от величины средних значений главных относительных деформаций растяжения;

$A_{sw}$  – площадь поперечной арматуры в расчетном сечении;

$f_{ywd}$  – расчетное сопротивление арматуры;

$S$  – шаг поперечных стержней;

$\theta$  – угол наклона сжатого подкоса к продольной арматуре (продольной оси элемента);

$\alpha$  – угол наклона поперечной арматуры к продольной оси элемента.

Коэффициент  $\beta_3$  определяется по формуле

$$\beta_3 = \frac{0,33 \cot \theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \leq \frac{0,18}{0,3 + \frac{24w_k}{a + 16}} \quad (1.3)$$

где  $\varepsilon_1$  – средние значения главных относительных деформаций растяжения;

$w_k$  – ширина раскрытия наклонной трещины;

$a$  – максимальный размер зерна крупного заполнителя, использованного для приготовления бетонной смеси.

Как очевидно из (1.3) коэффициент  $\beta_3$  учитывает упоминаемое в п. 1.2.4 зацепление по берегам трещины.

Общий метод расчета в [12] основан на модифицированной теории полей сжатия [19, 32]. Из [32] можно подчеркнуть идеи, заложенные в общий метод расчета, и их связь с МСФТ, которая сама является развитием теории полей сжатия, разработанной по результатам испытаний. При этом МСФТ имеет дальнейшее развитие, которое не было учтено при разработке общего метода расчета [22].

Модифицированная теория полей сжатия считает, что угол наклонной трещины, который коррелирует с ориентацией элементарных площадок напряжений в бетоне, может быть отличным от  $45^\circ$ . Помимо сжимающих и растягивающих напряжений в бетоне МСФТ учитывает напряжения, вызванные трением в наклонной трещине между её берегами [32, 33]. МСФТ описывается уравнениями равновесия и уравнениями, связывающими напряжения и деформации. Для расчета предлагается разбивать поперечное сечение конструкции по высоте на “слои”. Суммарные внутренние усилия “слоев” уравниваются с внешними усилиями. Предельное состояние конструкции наступает при достижении поперечной арматурой и/или бетоном сжатой зоны предельных относительных деформаций.

### 1.3.2 Модель наклонных сечений

Описанию модели наклонных сечений описана в [1, п. 5.3.2], а также в [12, п. 7.2.2.2, 7.2.2.7 – 7.2.2.14]. В первом применительно к сборно-монолитным конструкциям, а во втором в общем случае.

Метод предлагает проверку прочности на действие поперечной силы по наклонной трещине и по сжатой полосе между наклонными трещинами, а также на действие изгибающего момента по наклонной трещине [1, п. 5.3.2.1, 12, п. 7.2.2.2].

При применении метода к сборно-монолитным конструкциям предлагается разделять их на два типа (рисунок 1.5). К типу 1 относятся конструкции, сечение которых состоит из сборного элемента и монолитного бетона по высоте, а к типу 2 – по ширине [1, п. 5.3.2.2].

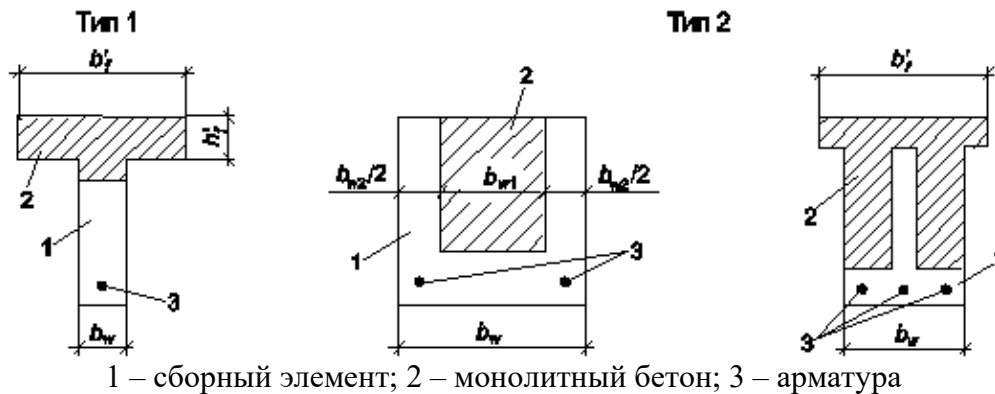
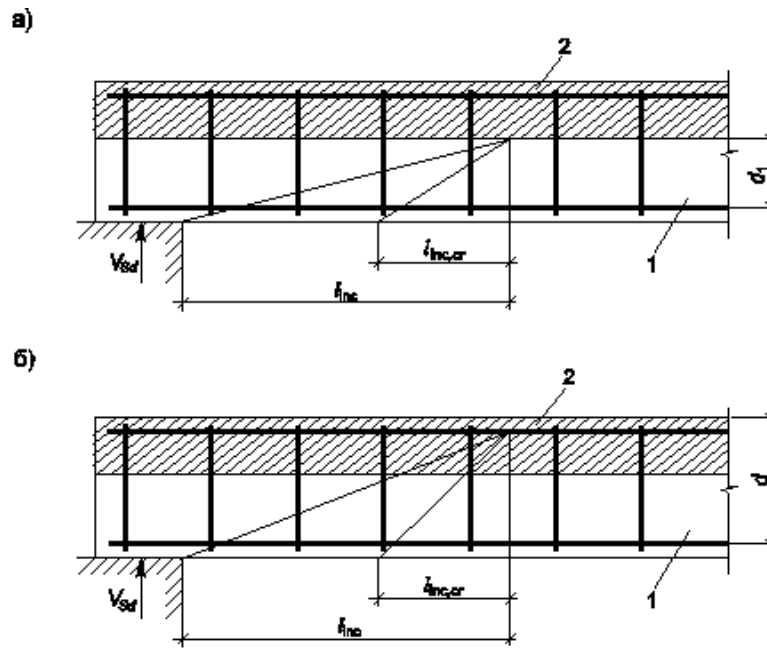


Рисунок 1.5 – Типы сечений по модели наклонного сечения [1]

Кроме того, расчет проводится по двум наклонным сечениям (рисунок 1.6). В первом случае принимают рабочую высоту сечения для сборного элемента  $d_1$  (или  $d$ ) с учетом ширины участков сечения, состоящего из бетона сборного элемента и монолитного бетона с соответствующими расчетными сопротивлениями. Во втором случае расчет ведут по рабочей высоте составного сечения  $d$  и ширине сборно-монолитного элемента, принимая расчетное сопротивление бетона составного сечения равным расчетному сопротивлению монолитного бетона.



1 – сборный элемент; 2 – монолитный бетон  
 а — по рабочей высоте сборного элемента; б — по рабочей высоте сборно-монолитного элемента

**Рисунок 1.6 – Виды наклонных сечений по модели наклонных сечений [1]**

Условие прочности в модели наклонных сечений состоит из нескольких, описывающих расчетные ситуации. Условие на обеспечение прочности по наклонной трещине достаточно обычного вида, а трактовка прочности [1, п. 5.3.2.4, 12, п. 7.2.2.7] сходна с таковой у общего метода расчета в (1.1)

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (1.4)$$

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{sw} \quad (1.5)$$

где  $V_{Rd}$  – поперечная сила, воспринимаемая наклонным сечением, т.е. прочность на действие поперечной силы;

$V_{cd}$  – поперечное усилие, воспринимаемое бетоном над вершиной наклонной трещины;

$V_{sw}$  – сумма проекций на нормаль к продольной оси элемента предельных усилий в поперечных стержнях (хомутах), пересекающих наклонную трещину.

Формула, определяющая  $V_{cd}$ , зависит от типа сборно-монолитной конструкции, а кроме того, как выше отмечалось, проверка по прочности наклонного сечения предполагает две расчетные ситуации, для которых формула

также разнится [1, п. 5.3.2.5 – 5.3.2.6]. Балки перекрытия «ДАХ» относятся к типу 1, и формулы определения  $V_{cd}$  для них имеют вид

– при расчете по рабочей высоте сборного элемента

$$V_{cd} = \frac{\eta \alpha f_{ctd1} b_w d_1^2}{l_{inc}} \quad (1.6)$$

– при расчете по рабочей высоте сборно-монолитного элемента

$$V_{cd} = \frac{\eta(1 + \eta_f) \alpha f_{ctd2} b_w d^2}{l_{inc}} \quad (1.7)$$

но не менее

$$\eta_{c3} \cdot (1 + \eta_f) \cdot \alpha f_{ctd2} \cdot b_w \cdot d \quad (1.8)$$

где  $\eta$  – коэффициент равный отношению плеча внутренних усилий в сечении  $z$  к рабочей высоте  $d$ ;

$\alpha f_{ctd1}$ ,  $\alpha f_{ctd2}$  – расчетное сопротивление бетона растяжению соответственно сборной и монолитной частей с учётом длительного действия нагрузок, неблагоприятного способа их приложения и т. д.;

$b_w$  – ширина стенки сечения;

$d_1$ ,  $d$  – рабочая высота сборной и монолитной части соответственно (рисунок 1.6);

$l_{inc}$  – длина проекции наклонного сечения на продольную ось конструкции;

$\eta_f$  – коэффициент, зависящий от ширины и высоты сжатых полок, учитывающий их влияние, упомянутое в п. 1.2.8.;

$\eta_{c3}$  – постоянный коэффициент, равный 0,6 для формулы (1.8).

Используемая в (1.6) и (1.7) величина  $l_{inc}$  определяется по ряду формул согласно [1, п. 5.3.1.6], и там же она ограничена условием

$$1 \leq \cot \theta = \frac{l_{inc}}{d} \leq 2,5 \quad (1.9)$$

В случае определения  $V_{sw}$  оба источника предлагают одинаковый подход, связанный с удельной прочностью арматуры  $v_{sw}$  на длину проекции опасной наклонной трещины на продольную ось элемента [1, п. 5.3.2.7, 12, п. 7.2.2.10]:

$$v_{sw} = \frac{f_{ywd} \cdot A_{sw}}{S} \quad (1.10)$$

$$V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc,cr} \quad (1.11)$$

Формула, по которой определяется длина проекции опасной наклонной трещины  $l_{inc,cr}$ , зависит от расчетной ситуации и типа сборно-монолитной конструкции аналогично  $V_{cd}$  [1, п. 5.3.2.7]. Для балок перекрытия «ДАХ» она имеет вид:

– при расчете по рабочей высоте сборного элемента

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{\eta_{c2}(1 + \eta_N)\alpha f_{ctd1} b_w d_1^2}{v_{sw}}} \quad (1.12)$$

– при расчете по рабочей высоте сборно-монолитного элемента

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{\eta_{c2}(1 + \eta_f)\alpha f_{ctd2} b_w d^2}{v_{sw}}} \quad (1.13)$$

Проверка прочности на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной сжатой полосе между наклонными трещинами представлена в [1, п. 5.3.2.8]. Условие имеет следующий вид

$$V_{sd} \leq \sum_{i=1} 0,3\eta_{w,1i} \cdot \eta_{c,t,i} \cdot f_{cdi} \cdot b_i \cdot d \quad (1.14)$$

где  $\eta_{w,1i}$  – коэффициент, учитывающий влияние поперечных стержней;

$\eta_{c,t,i}$  – коэффициент, зависящий от прочности бетона сборного элемента и монолитного бетона;

$f_{cdi}$  – прочность на сжатие бетона сборного элемента и монолитного бетона;

$b_i$  – ширина сечения сборного элемента и монолитного бетона.

Такая же проверка есть и в [12, п. 7.2.2.11], пусть и в несколько другой формулировке и без учета особенностей сборно-монолитных конструкций.

Проверка на действие изгибающего момента по наклонной трещине согласно [12, п. 7.2.2.12] состоит в сравнении момента, действующего по сторонам от трещины, с моментами сопротивления разных видов арматуры (поперечной, продольной, отгибов), пересекающих трещину относительно точки в сечении, соответствующей центру тяжести эпюры сжимающих напряжений в бетоне.

Упрощенная модель наклонных сечений согласно [10] основана на исследованиях В.И. Мурашева, М.С. Боришанского, А.А. Гвоздева, А.Б. Голышева, А.С. Залесова, Ю.А. Климова, В.В. Тура и др. и первоначально была в нормах СССР, откуда и была перенесена в [1, 12].

### 1.3.3 Стержневая модель

Расчет на основе стержневой модели описан в [1, п. 5.3.3, 12, п. 7.2.2.15-7.2.2.23, 34, п. 6.2.3]. Условие прочности в целом аналогично (1.4) и имеет вид

$$V_{sd} \leq V_{Rd,sy} \quad (1.15)$$

Однако величина  $V_{Rd,sy}$  определяется по формуле

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{S} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (1.16)$$

При этом значение  $V_{Rd,sy}$ , полученное из (1.16), не должно превышать величины

$$V_{Rd,max} = b_w z v_1 f_{cd}^* \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (1.17)$$

где  $v_1$  – коэффициент снижения прочности бетона, учитывающий влияние наклонных трещин, зависящий от прочности бетона на сжатие;

$f_{cd}^*$  – расчетное сопротивление бетона сжатию соответственно сборной и монолитной частей сечения, в зависимости от того, как выполнено ребро: из монолитного или сборного бетона.

Также необходимо отметить, что в [34, п. 6.2.1] данный метод расчета заложен в качестве общего для армированных поперечной арматурой изгибаемых элементов.

Очевидно, что стержневая модель является версией ферменной аналогии Риттера-Мёрша, что можно подтвердить как минимум по [9, 35], а также по многим другим источникам, упомянутым в данной работе.

Ферменная аналогия была одной из первых моделей, описывающих работу бетона под действием поперечной силы [17]. Последующие модели были разработаны с целью исправить её недостатки. Одним из недостатков данного метода по мнению авторов [36] является то, что «основываясь на гипотезе плоских сечений, модель ферменной аналогии определяет сопротивление поперечной силе, полагая равномерное распределение сжимающих и растягивающих напряжений по всему конструктивному элементу», что ведет к невозможности учета неоднородности в элементе и ошибкам при расчете.

## 1.4 Прочие методы, изложенные в ТНПА РБ

### 1.4.1 Расчет элементов без поперечной арматуры

В уже упомянутых нами ТНПА имеются два несколько различающихся подхода к расчету элементов без поперечной арматуры, изложенные в [12, п. 7.2.1] и [34, п. 6.2.2].

Условие прочности при расчете на действие поперечной силы для неармированных поперечной арматурой элементов представлено в [12, п. 7.2.1.1] и схоже с (1.4). Расчетная сила, воспринимаемая элементом без поперечного армирования согласно [12, п. 7.2.1.2] определяется следующим образом

$$V_{Rd,ct} = \left( 0,12k \cdot 100\rho_l \cdot f_{ck}^{1/3} - 0,15\sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (1.18)$$

$$\text{но не менее } V_{Rd,ct,min} = (0,4f_{ctd} - 0,15\sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (1.19)$$

где  $k$  – коэффициент, зависящий от рабочей высоты сечения  $d$ , учитывающий эффект размера (п. 1.2.6) [19];



$\rho_l$  – процент продольного армирования. В расчете учитывается продольная растянутая арматура, заведённая за расчетное сечение на длину не менее суммы длины анкеровки и рабочей высоты сечения  $d$ ;

$f_{ck}$  – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию;

$\sigma_{cp}$  – средние растягивающие напряжения, вызванные осевым усилием или преднапряжением;

$V_{Rd,ct,min}$  – минимально возможное значение  $V_{Rd,ct}$ ;

$f_{ctd}$  – расчетное сопротивление бетона растяжению.

Не лишним будет отметить, что выражение (1.18) является общим, но в ряде случаев подход к расчету элементов, не имеющих поперечного армирования, может быть другим:

- для сечений на участке, располагаемом между внутренней гранью опоры и точкой, получаемой в результате пересечения продольной оси элемента с линией, наклоненной под углом  $45^\circ$  к внутренней грани площадки опирания, может не проводиться проверка прочности [12, п. 7.2.1.4];
- если расчетное сечение располагается на расстоянии  $0,5d \leq x < 2d$  от грани опоры и продольная арматура имеет надежную анкеровку по требованиям [12], прочность сечения на действие поперечной силы определяется по несколько модифицированной версии формулы (1.18), ограниченной условием [12, п. 7.2.1.5]

$$V_{Rd,ct} = \left( 0,12k \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \left( \frac{2d}{x} \right) - 0,15\sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (1.20)$$

$$\text{но не более } V_{Rd,ct,max} = 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \quad (1.21)$$

где  $x$  – расстояние от рассматриваемого сечения до точки приложения усилия;

$v$  – коэффициент, зависящий от  $f_{cd}$ ;

$V_{Rd,ct,max}$  – максимально возможное значение  $V_{Rd,ct}$ .

Данные допущения введены для учёта арочного эффекта, имеющего место при малом пролете среза [19].

Подход, изложенный в [34, п. 6.2.2], в целом аналогичен (1.18)-(1.21) и предлагает определять расчетное сопротивление поперечной силе по следующей формуле [34, п. 6.2.2(1)]

$$V_{Rd,c} = \left( C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right) \cdot b_w d \quad (1.22)$$

$$\text{но не менее } V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (1.23)$$

где  $V_{Rd,c}$  – расчетное значение сопротивления поперечной силе;

$C_{Rd,c}$  – коэффициент, нормируемый национальным приложением;

$k_1$  – коэффициент, нормируемый национальным приложением;

$v_{min}$  – коэффициент, зависящий от  $k$  и  $f_{ck}$ .

Тем не менее, отличие в подходах есть в корректировке на арочный эффект для преднапряженных конструкций. В отличие от [12, п. 7.2.1.5] учет арочного эффекта согласно [34, п. 6.2.2(6)] производится путем умножения сосредоточенной нагрузки, приложенной с пролетом среза  $a_v$ , удовлетворяющим условию  $0,5d \leq a_v \leq 2d$ , на поправочный коэффициент  $\beta$ , определяемый как

$$\beta = a_v / 2d \quad (1.24)$$

где  $a_v$  – расстояние от опоры до сосредоточенной силы.

Также отмечается, что «для  $a_v \leq 0,5d$ , как правило, необходимо использовать значение  $a_v = 0,5d$ » [34, п. 6.2.2(6)]. В остальном по учету арочного эффекта требования [12] и [34] сходны. Аналогичны указания норм по отсутствию необходимости расчета «...в сечениях, которые находятся вблизи опоры на расстоянии, меньшем, чем точка пересечения центральной оси сечения и линии, наклоненной под углом  $45^\circ$  от внутренней грани опоры» [12, п. 7.2.1.4; 34, п. 6.2.2(3)].

Как отмечается в [19, с. 17], формулы (1.20)–(1.23) имеют достаточно обычный вид для такого рода выражений в большом числе норм мира, имея в своей основе ядро  $C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}$ , которое говорит, что прочность неармированных поперечной арматурой элементов зависит от процента армирования продольной арматурой, соответствующей определенным требованиям, и прочности бетона на сжатие.

Первоначальная версия формулы представленной в [12, 34] для расчета на действие поперечной силы элементов без поперечного армирования, была

предложена Теодором Зутти по результатам анализа серии испытаний, а после эта формула была модифицирована множеством ученых до современного вида [19].

#### **1.4.2 Модели «распорок и тяжей»**

В ТНПА РБ мы находим ещё один метод расчета на действие поперечных сил, описанный в [34], – модели «распорок и тяжей». Суть моделей «распорок и тяжей» изложена в [34, п. 5.6.4(3)]:

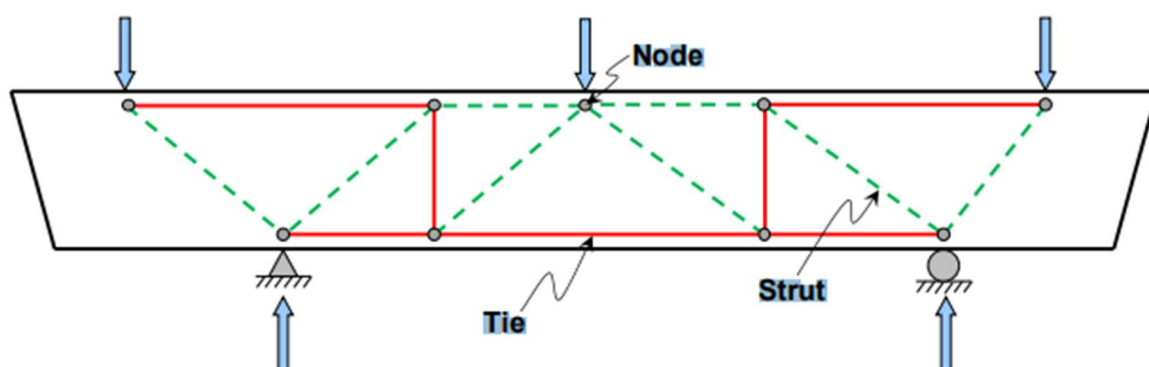
«Модели «распорки и тяжи» состоят из распорок, представляющих поля сжимающих напряжений, тяжей, представляющих арматуру, и соединительных узлов. Усилия в элементах модели «распорки и тяжи» определяются, как правило, при соблюдении равновесия с приложенными нагрузками в предельном состоянии по несущей способности».

В [36] имеется более краткая формулировка:

«Модель «Распорки и тяжи» основана на действительной физической модели железобетонного конструктивного элемента под нагрузкой, в соответствии с которой последний в условиях нагружения может быть представлен в виде системы сжатых полей в бетоне и растянутых полей в бетоне и арматуре».

Т.е. STM предлагает приводить конструкцию к набору из распорок, тяжей и узловых элементов на их пересечении и рассмотреть прочности каждого из них [36].

Идея метода в том, чтобы «1) на основании принципа «траектории эффекта нагрузки», учитывающего места расположения сосредоточенных сил и опорных реакций; 2) используя характерную схему трещинообразования; 3) посредством расчета в любом программном комплексе, использующем метод конечных элементов и позволяющем наглядно представить систему сжатых и растянутых полей в условиях нагружения» [36, 37], построить стержневую систему, эквивалентную рассчитываемому элементу (рисунок 1.7).



Node – узел; tie – тяж; strut – распорка

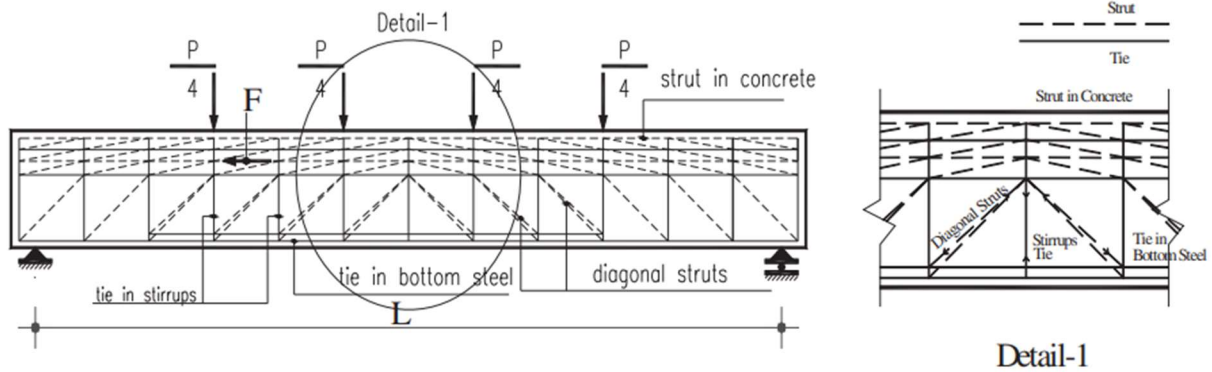
**Рисунок 1.7 – Модель «Распорки и тяжи» и её элементы [37, рис. 2.3]**

STM позволил устранить недостатки ферменной аналогии, представленной в ТНПА РБ в виде стержневой модели [36]. При этом модель «распорок и тяжей» является развитием идей ферменной аналогии с учетом ранее оговоренных факторов [17, 36, 38].

Метод достаточно гибок. Нельзя не отметить то, что это единственный из методов, который способен легко учитывать такие особенности конструкций как криволинейность очертаний и присутствие отверстий в конструкции, а также применим как к плоским, так и пространственным расчетам, а не просто рассматривает сечение с некоторыми особенностями в его форме или очертании [39, 40].

Однако при рассмотрении ранее названных источников появляются некоторые вопросы относительно его применения для элементов, нагруженных распределенными нагрузками, а также для сборно-монолитных конструкций. Первое решается предлагаемым в [37, п. 2.5] переходом от распределённой нагрузки к группе сосредоточенных сил, приложенных к узлам.

Адаптацию метода к расчету сборно-монолитных конструкций с выводом о её успешности предложили М. Mahmoud [et al.] [41], моделируя контактный шов с помощью тяжей и распорок (рисунок 1.8).



Detail-1 – фрагмент 1; Strut – распорка; Tie – тяж; tie in stirrups – тяж в хомутах; tie in bottom steel – тяж в нижней арматуре; diagonal struts – наклонная распорка; strut in concrete – распорка в бетоне

**Рисунок 1.8 – Модель «распорки и тяжи» для сборно-монолитной балки с контактными швами под полками [41]**

## 1.5 Подходы к определению прочности на действие поперечной силы, изложенные в научной литературе

### 1.5.1 Формула Robert J. Frosch

Robert J. Frosch [27, 42] предлагает подход, отличающийся простотой и возможностью учитывать нелинейную работу бетона, а также обладающий возможностями адаптации к большому числу конструкций, в том числе тех, которые требуют учета эффекта размера (п. 1.2.6). По сути предлагается усовершенствовать формулу, привычную для американских норм по расчету бетонных конструкций [27].

Прочность сечения согласно модели Robert J. Frosch определяется по схожей с (1.5) идее о вкладе в работу сечения двух компонент: сопротивления бетона и сопротивления арматуры. Интерес в [27] представляет первая компонента, определяемая по формуле

$$V_c = 5\sqrt{f'_c}b_w c \quad (1.25)$$

где  $f'_c$  – прочность бетона на сжатие;

$c$  – расстояние от верха сечения до нейтральной оси.

Подход интересен применением в формуле бетонной составляющей прочности величины  $c$ , расстояния от верха сечения до нейтральной оси, т.е. по сути высоты сжатой зоны, что авторы и подтверждают при адаптации формулы для преднапряженных конструкций без трещин, когда заменяют  $c$  на полную высоту сечения. Задача определения высоты сжатой зоны бетона имеет несколько решений в зависимости от учета или не учета нелинейности работы бетона по нормальным сечениям. Например, для определения  $c$  можно воспользоваться как методом предельных усилий, так и иными более точными методиками. Авторы [27] предлагают определять  $c$  по формуле

$$c = \left( \sqrt{2\rho_l n + (\rho_l n)^2} - \rho_l n \right) d \quad (1.26)$$

где  $n$  – отношение модуля упругости стали  $E_s$  к модулю упругости бетона  $E_c$ .

### 1.5.2 Модель Краснощекова Ю.В.

Краснощеков Ю.В. [43], критикуя современные теории расчета, указывает на раздельное рассмотрение прочности на действие изгибающих моментов и поперечных сил, что препятствует учету их взаимного влияния. Основываясь на арочном эффекте, который автор объясняет траекторией главных сжимающих напряжений, предлагается методика расчета. Она состоит в представлении балки условной аркой с затяжкой (рисунок 1.9).

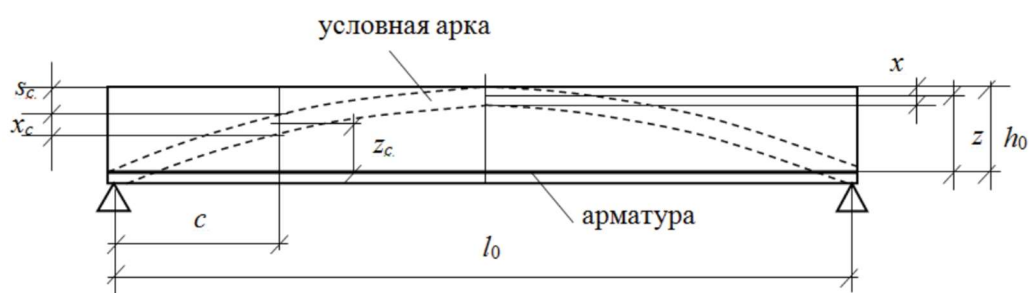


Рисунок 1.9 – Схема балки с условной аркой по траектории главных сжимающих напряжений [17]

Тогда усилия в нормальном сечении будут выглядеть как показывает рисунок 1.10. Рассматривая равновесие этого сечения, Краснощеков [43] предлагает следующую формулу для определения сопротивления поперечной силе

$$Q = \frac{R_{b,sh} b_w \left( z + \frac{Q_{sw} c}{2N_s} \right)}{1 + \frac{R_{b,sh} b_w c}{N_s}} \quad (1.27)$$

где  $Q$  – предельное усилие, воспринимаемое элементом;

$R_{b,sh}$  – прочность бетона на сдвиг;

$Q_{sw}$  – усилие, воспринимаемое поперечной арматурой;

$N_s$  – усилие, воспринимаемое продольной арматурой;

$c$  – то же, что  $a_v$  в (1.24).

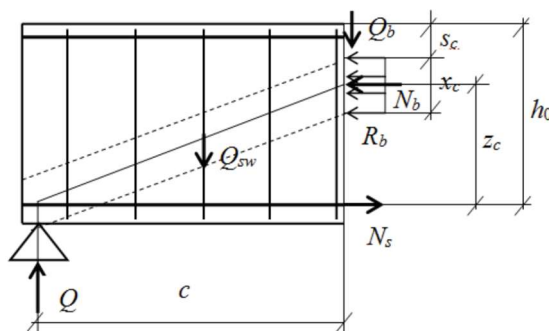


Рисунок 1.10 – Схема расчетных усилий в нормальном сечении [17]

## 1.6 Методы учета влияния контактного шва на сопротивление действию поперечной силы

### 1.6.1 Ограничение разрушения по контактному шву

В исследованиях [31] отмечается, что при разрушении сборно-монолитных конструкций от действия поперечных сил непременно возникает разрушение по контактному шву. При этом в некоторых случаях разрушение контактного шва

рассматривается как предельное состояние конструкции. Для учета последнего в сборно-монолитных конструкциях А. Halicka и Ł. Jabłoński [31] предлагают проверку на трещиностойкость шва в приопорной зоне

$$V_{Rd,i(cr)} \geq V_{Rd,w(cr)} \quad (1.28)$$

где  $V_{Rd,i(cr)}$  – значение поперечной силы, при котором образуется трещина по контактному шву;

$V_{Rd,w(cr)}$  – значение поперечной силы, при котором образуется наклонная трещина.

Схожий физический смысл имеет и проверка по [1, п. 5.4.2.2], которая ограничивает продольные сдвигающее напряжение в плоскости контакта сборно-монолитных элементов от расчетных воздействий ( $\tau_{sdj}$ ) расчетным сопротивлением сдвигу ( $\tau_{Rdj}$ ).

### **1.6.2 Усовершенствование МСФТ путем учета отслоения по контактному шву при расчете ширины трещины**

Как отмечается в [44], при растрескивании по контактному шву работа сборно-монолитной конструкции меняется и совместная работа монолитного бетона и сборного элемента более невозможна. Если в [31] предлагается подход с проверкой того, чтобы данное явление не возникло, то в [44] предлагается учет оно в расчетах по МСФТ, что может быть адаптировано для общего метода расчета на действие поперечной силы в ТНПА РБ.

Большое значение в МСФТ [22] и методах, на ней основанных [12, 33, 44], имеет величина раскрытия трещины. Вместо привычной ширины трещины для подходов, основанных на модифицированной теории полей сжатия, А. Halicka [44] предлагает применять скорректированное значение ширины раскрытия трещин  $w'$ , которое учитывает раскрытие трещины по контактному шву и определяется по формуле

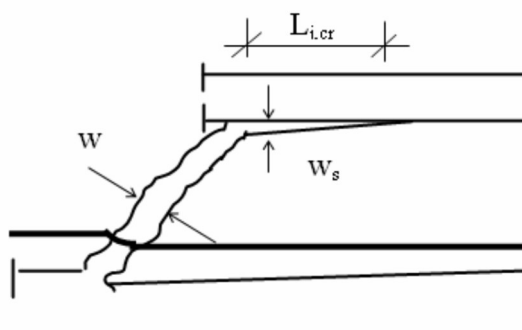
$$w' = w + \frac{w_s}{\cos \theta} \quad (1.29)$$



где  $w$  – ширина раскрытия трещины в случае монолитного сечения;

$w_s$  – ширина раскрытия трещины по контактному шву.

Иллюстрацией данного дополнения служит рисунок 1.11.



**Рисунок 1.11 Влияние раскрытия трещины по контактному шву на ширину наклонной трещины [44]**

Ширину раскрытия трещины по контактному шву А. Нalіска [44] предлагает определять по формуле

$$w_s = \frac{(\alpha D_{c,n} e_D - M_{sd}) \cdot L_{cr,j}^2}{2EJ} \quad (1.30)$$

где  $\alpha$  – отношение балочных жесткостей монолитной части  $E_n J_n$  к сборной  $E_p J_p$ ;

$D_{c,n}$  – результирующее усилие в сечении монолитной части сечения;

$e_D$  – эксцентриситет  $D_{c,n}$  относительно контактного шва;

$L_{j,cr}$  – длина отслоения по контактному шву;

$EJ$  – балочная жесткость сечения.

Для определения длины отслоения по контактному шву в [44] выведена следующая формула

$$L_{j,cr} = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha \cdot D_{c,n} \cdot e_D}{(q + \sigma_{ct,j}) \cdot b_j}} \quad (1.31)$$

где  $q$  – величина распределённой нагрузки;

$\sigma_{ct,j}$  – прочность контактного шва на растяжение;

$b_j$  – ширина сечения по контактному шву.

Рисунок 1.12 отображает физический смысл формулы (1.31).

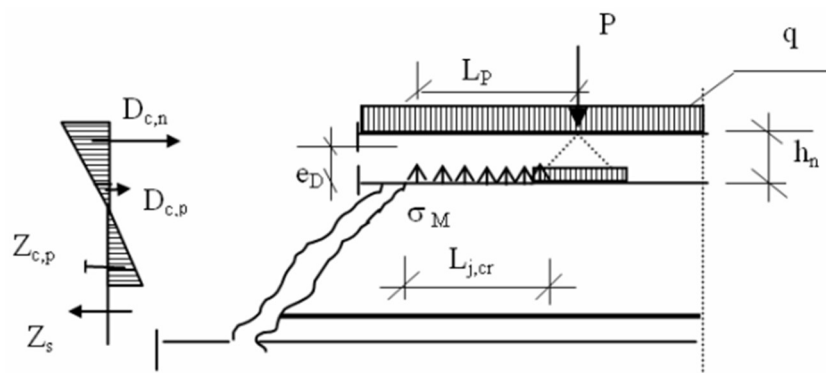


Рисунок 1.12 К определению длины отслоения по контактному шву [44]

### Выводы по главе 1

1. Общая черта большинства (за исключением формулы Зутти и STM) методов расчета прочности наклонного сечения железобетонных конструкций – подход к учету вклада поперечного армирования. Во всех перечисленных моделях отсутствует учет нагельного эффекта.

2. ТНПА РБ имеют в своем составе достаточно большое число теорий о работе наклонного сечения, воплощенные в методы расчета. Однако большинство методов не учитывают эффект размера, форму сечения и влияние контактного шва. Последние два фактора важны для оценки сопротивления перекрытия типа «ДАХ».

## ГЛАВА 2

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ БАЛКИ ПЕРЕКРЫТИЯ «ДАХ»

#### 2.1 Методика проведения экспериментальных исследований

Опытным образцом является фрагмент сборно-монолитного перекрытия «ДАХ-2», равнозначный двутавровой балке с шириной верхней полки 500 мм, шириной стенки по наиболее узкому участку сечения 80 мм и высотой 300 мм (рисунок 2.1). Сборная часть перекрытия – балка поперечным сечением 115...118x40 мм, армированная пространственным каркасом. Каркас изготовлен из арматуры класса S500 с диаметром продольных стержней 8 мм, поперечных стержней раскосной решетки 5 мм (рисунок 2.2). Длина конструкции 3640 мм, а расстояние между опорами, моделирующими балочное опирание, 3520 мм.

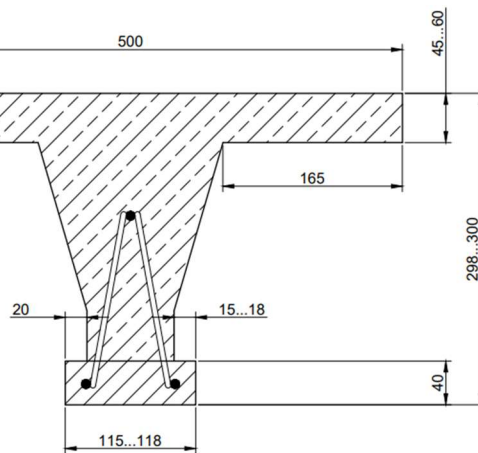


Рисунок 2.1 – Поперечное сечение испытанного фрагмента перекрытия «ДАХ-2»

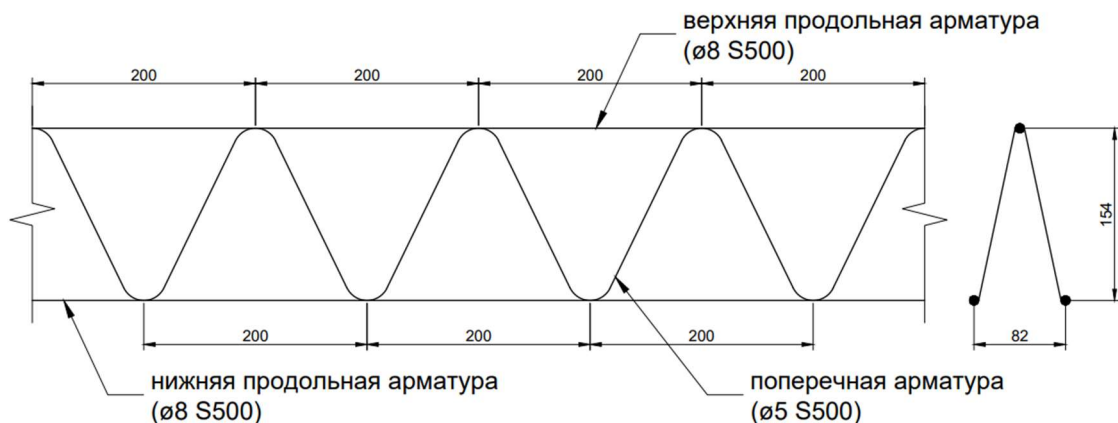
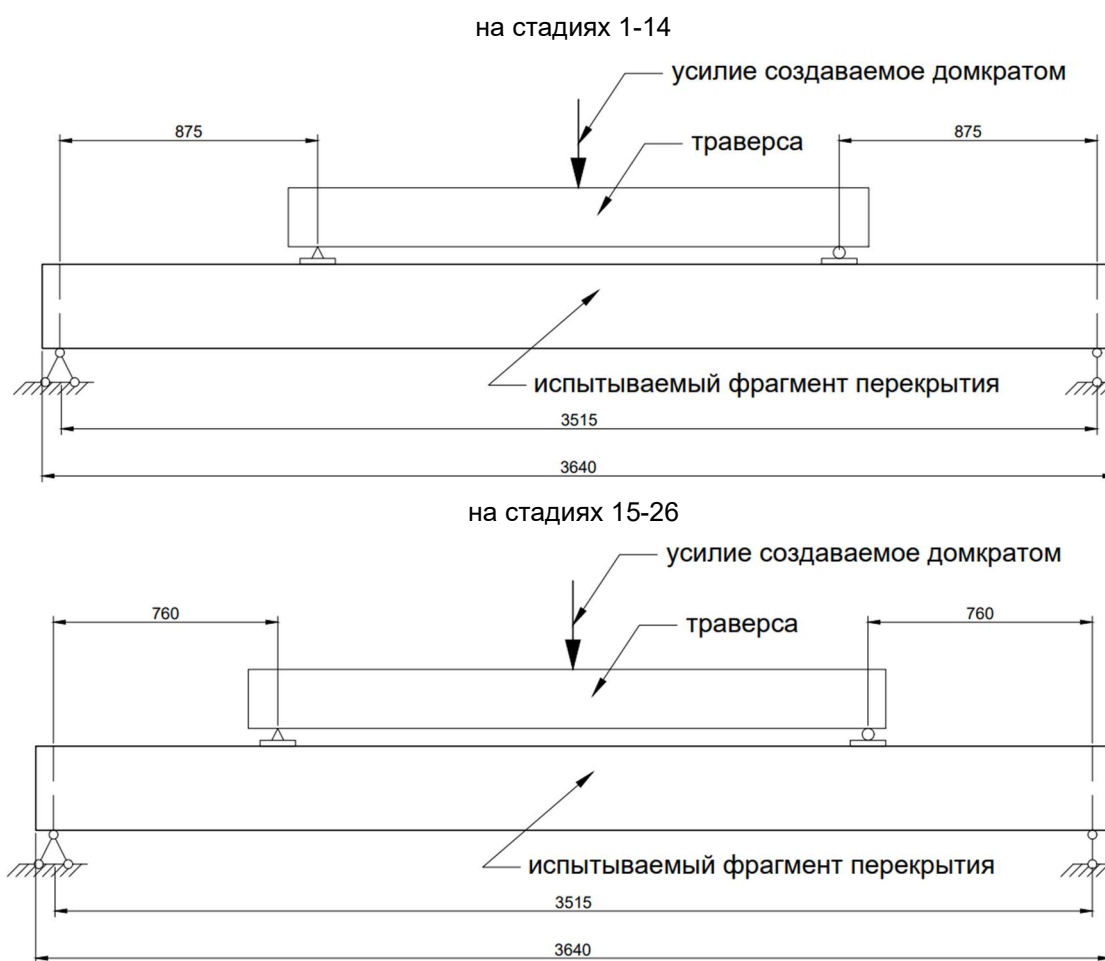


Рисунок 2.2 – Фрагмент каркаса сборных элементов перекрытия «ДАХ»

Бетонирование монолитной части перекрытия осуществлялось по пустотным блокам из лёгкого бетона. Перед проведением испытания блоки демонтировали.

Прочность бетона определялась с помощью измерителя прочности бетона методом ударного импульса ИПС-МГ4.03, давшего кубиковую прочность бетона сборной и монолитной частей фрагмента – 33 МПа.

Балка испытывалась по однопролетной балочной схеме (рисунок 2.3). Нагрузка создавалась с помощью гидравлического домкрата и передавалась на балку с помощью распределительной траверсы двумя сосредоточенными силами (рисунок 2.4 и рисунок 2.5). Режим нагружения был стадиями (Приложение А). На стадии 15 места приложения нагрузки и траверса были заменены (рисунок 2.5).



**Рисунок 2.3 – Схема испытаний**

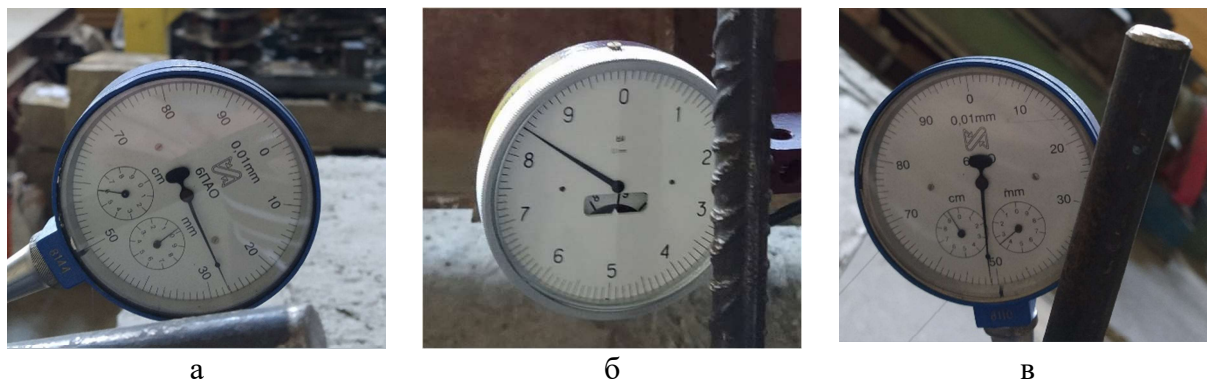
Прогибы измерялись с помощью прогибомеров часового типа (рисунок 2.6) 6-ПАО 0,01 на опорах и 6-ПАО (ПМ)-0,1 в середине пролета балки. Нагрузка на каждой стадии определялась как сумма показаний шкалы домкрата и веса оснастки (траверсы, опоры нижней траверсы, домкрата).



**Рисунок 2.4 – Внешний вид испытательной установки на стадиях 1-14**



**Рисунок 2.5 – Внешний вид испытательной установки на стадиях 15-26**

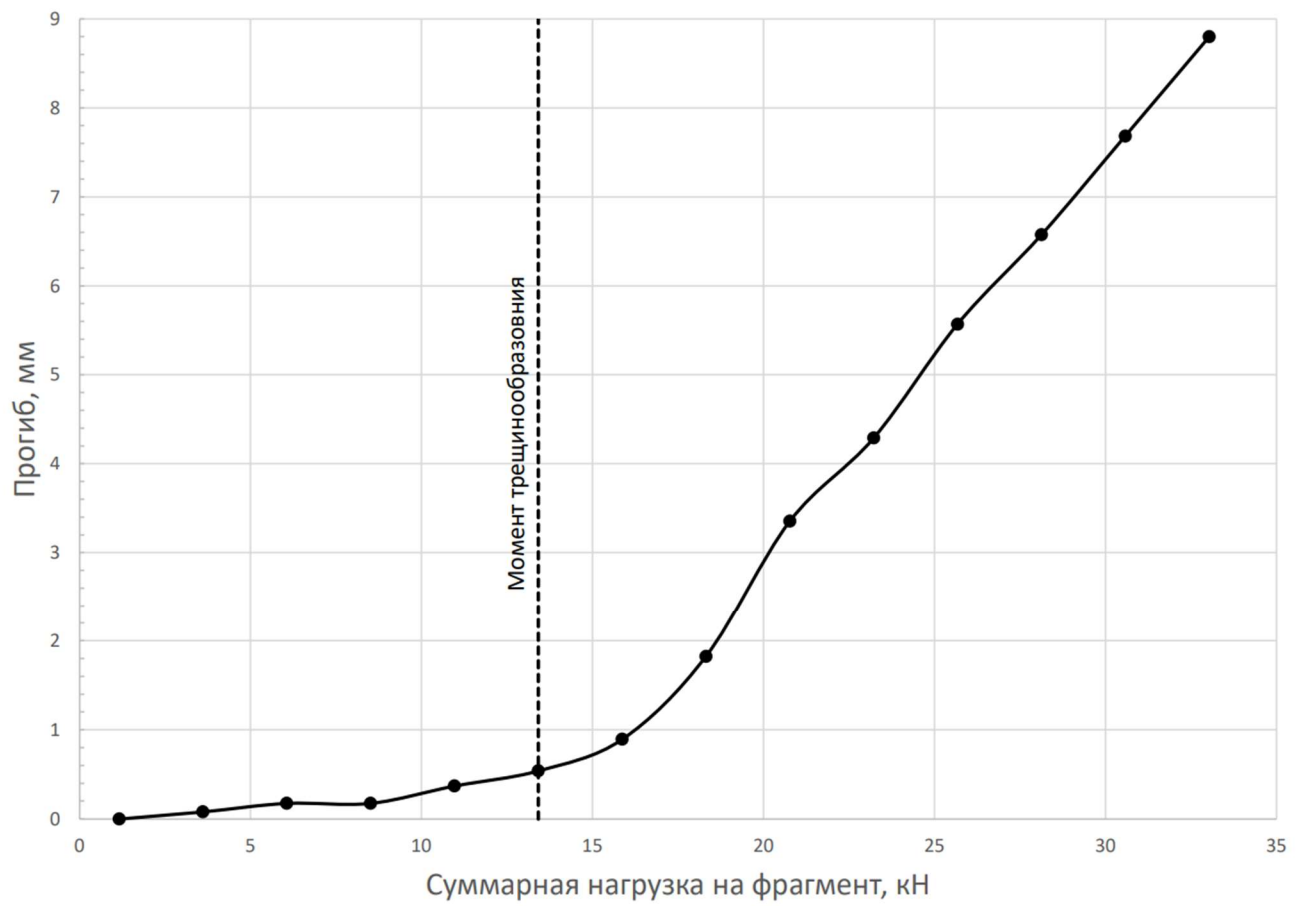


а и в – прогибомеры 6ПАО 0,01 на левой и правой опорах соответственно (сторона 2); б – прогибомер 6-ПАО (ПМ)-0,1 в середине пролета

**Рисунок 2.6 – Прогибомеры**

## 2.2 Анализ результатов экспериментальных исследований

На стадии 6 (суммарная нагрузка на фрагмент – 13,42 кН) произошло трещинообразование, что привело к более интенсивному росту прогиба (рисунок 2.7). С этой стадии шел рост числа трещин без их значительного раскрытия (рисунки 2.8-2.11). На стадии 25 (82,88 кН) трещины стали значительно расширяться, после чего на стадии 26 при суммарной нагрузке на фрагмент 86,3 кН произошло разрушение по сечению, нормальному к продольной оси конструкции, в результате разрыва арматуры растянутой зоны (рисунок 2.12) с последующим разрушением бетона сжатой зоны (рисунок 2.13). В результате испытанный фрагмент был разделен на две части: левую и правую.



**Рисунок 2.7 – Зависимость прогиба от суммарной нагрузки на фрагмент**





Рисунок 2.8 – Левая часть балки после разрушения (сторона А)



Рисунок 2.9 – Левая часть балки после разрушения (сторона Б)

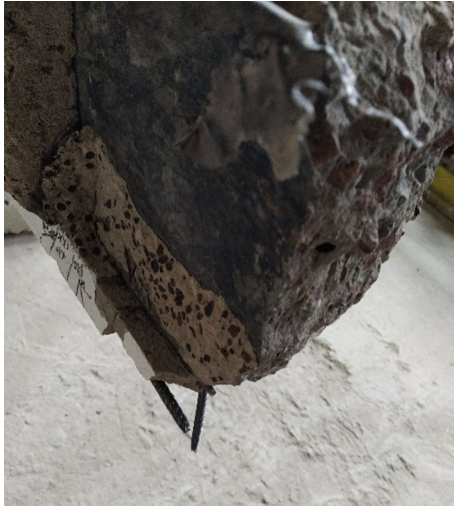




**Рисунок 2.10 – Правая часть фрагмента после разрушения (сторона А)**



**Рисунок 2.11 – Правая часть фрагмента после разрушения (сторона Б)**



левая часть балки



правая часть балки

**Рисунок 2.12 – «Шейки» на продольной и поперечной арматуре****Рисунок 2.13 – Разрушенный фрагмент перекрытия**

Поведение испытанного фрагмента в плане трещинообразования несколько отличается от привычного для изгибаемых железобетонных элементов образования трещин и последующего их раскрытия. Вместо большего раскрытия существующих трещин происходило образование новых по всему пролету фрагмента. На 6 стадии начальная ширина раскрытия трещин была 0,05 мм, на стадии 8 ширина составила 0,1 мм, после этого рост трещин вплоть до 25 стадии не наблюдался. При этом трещины были вертикальными или имеющими небольшой наклон к продольной оси. Как можно заключить из [45–47], такое поведение нетипично для балок ни с наклонной, ни с вертикальной поперечной арматурой. Ровно как и для сборно-монолитных конструкций прямоугольного или таврового сечения, у которых процесс трещинообразования начинается с появления трещин, а после их развития [31, 48].

Однако схожий с испытанным фрагментом характер трещинообразования можно наблюдать у балок с предварительным напряжением [49–51]. Надо отметить ещё одно сходство наблюдаемого трещинообразования с таковым у

преднапряженных балок, описанного в [51], заключающегося в том, что трещины образуются с одинаковым шагом. Можно предположить, что в случае фрагмента перекрытия «ДАХ» на шаг оказала влияние поперечная арматура, поскольку наблюдаемый шаг трещин (около 200 мм) близок по величине шагу поперечной арматуры образца. Такой характер трещинообразования может быть объяснен влиянием пространственного каркаса сборной балки на равномерное распределение усилий по длине конструкции.

## **Выводы по главе 2**

1. В результате экспериментального исследования установлен характер разрушения образца. Разрушение произошло по сечению, нормальному к продольной оси конструкции в результате разрыва арматуры растянутой зоны с последующим разрушением бетона сжатой зоны. Предельная нагрузка, которую может воспринять фрагмент перекрытия при данной схеме нагружения составила 86,31 кН. Установлено, что разрушение по нормальному сечению для испытанного образца наступило раньше, нежели по наклонному.

2. Выявлены особенности трещинообразования сборно-монолитного перекрытия «ДАХ», которые состоят в образовании нормальных трещин по всему пролету балки и отсутствии роста их ширины раскрытия, что объясняется влиянием пространственного каркаса на работу конструкции.

## ГЛАВА 3

### РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ НАКЛОННОГО СЕЧЕНИЯ СБОРНО- МОНОЛИТНОГО ПЕРЕКРЫТИЯ «ДАХ»

#### 3.1 Расчет с применением стержневой модели

Стержневая модель без учета каких-либо прочих факторов (влияния свесов полок, зацепления по берегам трещины, влияние малого пролета среза, нагельного эффекта и пр.) рассматривает только работу поперечной арматуры и сопротивление бетона сжатию, за счёт которого ограничивается работа арматуры.

Результаты расчета (Приложение Б) показали, что стержневая модель недооценивает прочность элемента:  $V_{Rd} = 32,70$  кН при поперечной силе, соответствующей разрушающей нагрузке, 44,48 кН.

#### 3.2 Расчет по методу наклонных сечений

Метод наклонных сечений, в отличие от стержневой модели, учитывает форму сечения, а также работу продольной арматуры при расчете на действие изгибающего момента по наклонной трещине.

В противоположность стержневой модели, метод наклонных сечений оценивает прочность значительно выше, чем значение разрушающей нагрузки. Такие данные получены при оценке прочности по всем трем критериям: по наклонной трещине, полосе между трещинами, моменту в наклонной трещине (Приложение В).

### 3.3 Расчет по эмпирическому методу как железобетонной конструкции, неармированной поперечной арматурой

Модифицированная формула Зутти учитывает наибольшее число факторов: работу бетона над вершиной трещины, влияние продольной арматуры на работу этого бетона, эффект размера и влияние малого пролета среза.

При проектировании расчет по данной модели необходимо провести для определения, есть ли необходимость устанавливать поперечную арматуру.

Расчет перекрытия «ДАХ» как железобетонной конструкции, неармированной поперечной арматурой, выполнен по причине отсутствия анкеровки поперечной арматуры в сжатой зоне. Однако расчет показал, что прочность наклонного сечения без учета поперечной арматуры составляет 23,38 кН в соответствии с [12] и 12,2 кН в соответствии с [34] (Приложение Г), что значительно меньше максимальной поперечной силы, соответствующей разрушению.

Следует также отметить существующую разницу между результатами расчета наклонного сечения в соответствии с требованиями СНБ 5.03.01-02 [12] и ТКП EN 1992-1-1-2009 [34]: первый нормативный документ даёт более высокий показатель прочности наклонного сечения, чем второй.

### 3.4 Расчет на основании общего метода

Общий метод, по сути, использует модель работы поперечной арматуры стержневой модели, но кроме того учитывает трение по берегам трещины. Также он позволяет учесть вклад контактного шва в работу на сопротивление поперечной силе (п. 1.6.2).

Использовать рекомендуемую [9, с. 241] таблицу зависимостей не представляется возможным ввиду того, что получаемые значения выходят далеко за пределы таблицы. Поэтому для определения  $\theta$  используется формула, изложенная в [33] (Приложение Д).

Ввиду того, что прочность, определенная по общему методу, меньше поперечной силы, соответствующей разрушающей нагрузке (30,79 кН < 44,48 кН) нет необходимости производить учет большего раскрытия трещин за счет отслоения контактного шва, упомянутого в п. 1.6.2.

### 3.5 Подход Robert J. Frosch

Как уже отмечалось, Robert J. Frosch предложил достаточно простой метод, который может менять свою точность за счет применения разных моделей работы нормального сечения. Это позволяет учитывать полку в тавровых сечениях. Данный метод расчета оценивает прочность сечения 54,05 кН (Приложение Е).

### 3.6 Расчет по арочной аналогии Краснощекова Ю.В.

Арочная аналогия с точки зрения самого Краснощекова должна учитывать совместное действие поперечной силы и изгибающего момента. При этом метод учитывает только работу сжатой зоны бетона и поперечной и продольной арматуры.

Предельное усилие, воспринимаемое элементом при расчете по данному методу, – 26,31 кН (Приложение Ж), что меньше поперечной силы, действующей при разрушении образца.

Результаты сравнительного анализа приведены в таблице 3.1.



**Таблица 3.1– Предельные усилия, определенные при расчете и испытании**

| Метод определения  | Значение поперечной силы, кН |
|--|------------------------------|
| Стержневая модель [12, 34]   | 32,70                        |
| Метод наклонных сечений:<br>- прочность по наклонному сечению<br>- прочность по сжатой полосе между наклонными трещинами<br>- поперечная сила, соответствующая изгибающему моменту в трещине | 161,56<br>289,32<br>90,27    |
| Эмпирическая формула для неармированных поперечной арматурой элементов:<br>- по [12]<br>- по [34]  | 23,38<br>12,20               |
| Общий метод расчета [1, 12] с определением угла наклона трещины по [33]  | 30,79                        |
| Арочная модель Краснощекова [17]   | 26,31                        |
| Robert J. Frosch [27, 42]  | 54,05                        |
| Поперечная сила, соответствующая разрушающей нагрузке при испытании  | 44,48                        |

### Выводы по главе 3

1. В результате сравнения расчетных значений прочности с экспериментальными данным было выявлено, что общий метод, стержневая модель и формула Краснощекова недооценивают прочность фрагмента перекрытия «ДАХ». Проблема отсутствия сходимости результатов заключается не в данных подходах, а отсутствии их адаптации для расчета перекрытий типа «ДАХ».

2. Метод наклонный сечений и методика, предложенная Robert J. Frosch, определили предельную поперечную силу выше, чем соответствующая разрушению. Для проверки сходимости результатов расчетов с экспериментальными данными требуется проведение дополнительных испытаний.

3. Наиболее перспективным методом расчета прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ» является МСФТ, которая позволяет определить параметры напряженно-деформированного состояния на любом этапе нагружения конструкции и для поперечного сечения любой конфигурации.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации:

1. В результате экспериментального исследования установлен характер разрушения фрагмента сборно-монолитного перекрытия «ДАХ». Выявлены особенности трещинообразования перекрытия, которые состоят в образовании нормальных трещин по всему пролету балки и отсутствии роста их ширины раскрытия, что объясняется влиянием пространственного каркаса на работу конструкции.

2. Выявлены факторы, влияющие на прочность приопорной зоны изгибаемых конструкций. Рассмотрены методы, применяемые для расчета сборно-монолитных конструкций.

3. Выполнен сравнительный анализ методов расчета прочности наклонного сечения применительно к сборно-монолитным перекрытиям «ДАХ». Наиболее перспективным методом расчета прочности наклонного сечения сборно-монолитного перекрытия «ДАХ» является МСФТ, которая позволяет определить параметры напряженно-деформированного состояния на любом этапе нагружения конструкции и для поперечного сечения любой конфигурации.

### Перспективы развития

1. Для выявления особенностей работы пространственного каркаса и его влияния на работу конструкции, а также для получения данных о напряженно-деформированном состоянии перекрытия типа «ДАХ» требуется проведение дополнительных экспериментально-теоретических исследований.

2. Усовершенствование методов расчета прочности наклонного сечения, основанных на модифицированной теории полей сжатия, позволит учесть особенности работы сборно-монолитного перекрытия типа «ДАХ» на действие поперечной силы.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Железобетонные сборно-монолитные конструкции. Правила проектирования = Жалезабетонныя зборна-маналітныя канструкцыі. Правілы праектавання : ТКП 45-5.03-97-2009 (02250). – Введ. 01.01.2010. – Минск : РУП «Стройтехнорм», 2009. – 88 с.
2. Соколовская, Е. И. Применение современных решений перекрытий при строительстве и реконструкции / Е. И. Соколовская ; науч. рук. В. Ф. Зверев // Современные методы расчетов и обследований железобетонных и каменных конструкций : материалы 72-й студенческой научно-технической конференции, 13 мая 2016 г. / Белорусский национальный технический университет, Строительный факультет. - Минск, 2016. – С. 74-81.
3. Ермолаева, Т.Г. Сборно-монолитные перекрытия типа «ДАХ», их конструктивные особенности, достоинства и недостатки / Т.Г. Ермолаева, К.А. Костюрина // Электронный сборник трудов молодых специалистов Полоцкого государственного университета. Вып. 9 (79). Строительство / Министерство образования Р. Беларусь, Полоцкий государственный университет. – Новополоцк : ПГУ. – 2015. – 129–131 с.
4. Регионы, +7 (812) 493-41-46 СПб +7 (499) 754-64-00 Мск 8 (800) 505-7-432. Сборно-монолитная система перекрытий TERIVA [Электронный ресурс] / +7 (812) 493-41-46 СПб +7 (499) 754-64-00 Мск 8 (800) 505-7-432 Регионы, С.-П. 195112, E. -mail: Office@teriva.biz. – Режим доступа: <http://teriva.biz/sbornomonolitnaya-sistema-perekrytij-teriva-3.html/>. – Дата доступа: 11.04.2020.
5. Перекрытия сборно-монолитные, балочные перекрытия системы МАРКО, самые легкие в России перекрытия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.kolumb.ru/perekrytia.php>. – Дата доступа: 11.04.2020.
6. Боголейко, А. В. Сборно-монолитная конструкция перекрытий системы «ДАХ» / А. В. Боголейко, П. В. Смальцер, М. В. Маркиянчик // Современные методы расчетов и обследований железобетонных и каменных конструкций : материалы 68-й студенческой научно-технической конференции, 15 мая 2012 г. / Белорусский национальный технический университет ; ред. В. Ф. Зверев [и др.] – Минск : БНТУ, 2012. - С. 7-11. – С. 5.
7. Абакумов, Р.Г. Виды сборно-монолитных перекрытий и возможности их использования при воспроизводстве зданий / Р.Г. Абакумов, Аль киари Мохаммед Яхья али // Инновационная наука. – 2017, № 2-1. – С. 25-27.
8. Повышение эффективности использования арматуры приопорной зоны железобетонных балочных элементов / А. А. Кондратчик, О. Г. Гарах // Вестник

Полоцкого государственного университета. Сер. F, Прикладные науки. Строительство. - 2007. - № 6. - С. 60-64.

9. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования / ред. Т.М. Пецольт, В.В. Тур. – Брест: БГТУ, 2003. – 380 с.

10. Коцюрубенко, О. Н. Анализ некоторых нормативных методов расчета железобетонных элементов на действие поперечной силы / О. Н. Коцюрубенко, О. М. Крантовська, В. М. Карпюк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць. - Рівне : НУВГП, 2016. - Вип. 32. - С. 197-207.

11. Филатов, В. Б. Расчетная модель наклонного сечения изгибаемого железобетонного элемента без поперечной арматуры. / В. Б. Филатов, Е. В. Блинкова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук.. – 2013. – № 6-2.

12. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – Введ. 01.07.2003. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2003. – 140 с.

13. Yang, Y. Shear Behaviour of Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement : Thesis ... Ph.D. / Y. Yang. – Delft: Norwegian University of Science and Technology, 2014. – 370 p.

14. Молош, В. В. Сопротивление срезу железобетонных конструктивных элементов за счет зацепления контактирующих поверхностей в трещине / В. В. Молош, А. Е. Желткович // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2016. – № 1. – С. 46–52.

15. Анализ расчетных моделей при расчете прочности наклонных сечений железобетонных балок на действие поперечных сил / В.Б. Филатов [и др.] // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16, № 4-3. – С. 642-635.

16. К теории прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям / А. Н. Морозов // Промышленное и гражданское строительство. - 2018. - № 2. - С. 53-59.

17. Краснощеков, Ю. В. Расчетная модель сопротивления поперечной силе железобетонных изгибаемых элементов / Ю. В. Краснощеков // Вестник СибАДИ. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 182-192.

18. Ultimate state of the support zone of reinforced concrete beams / V.I. Travush [et al.] // Magazine of Civil Engineering. – 2018. – Vol. 83 – P. 165-174.

19. Тур, В. В. Новые подходы к определению сопротивления срезу балочных элементов без поперечного армирования: Часть 1 – Обзор расчетных моделей /

В. В. Тур, А. П. Воробей // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2019. – № 1. – С. 13-20 : ил. – Библиогр.: с. 20 (52 назв.).

20. Тур, В. В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. – Брест : БГТУ, 2000. – 400 с.

21. Suvorov A. — An overview of the possibilities of nonlinear deformation model in analyzing the formation and development of the nagel effect // Урбанистика. – 2018. – № 2. – С. 70 - 75.

22. Sadeghian, V. The Modified Compression Field Theory: Then And Now / Vahid Sadeghian, Frank Vecchio // Aci Structural Journal. – 2018. – Vol. 328.

23. Экспериментальные исследования влияния продольного армирования на сопротивление изгибаемых железобетонных элементов без поперечной арматуры по наклонным сечениям / А. С. Силантьев // Промышленное и гражданское строительство. - 2012. - № 1. - С. 58-61.

24. Старишко, И. Н. Результаты экспериментальных исследований влияния основных факторов на несущую способность по наклонным сечениям в изгибаемых железобетонных балках прямоугольного и таврового профиля / И. Н. Старишко // Вестник МГСУ. – 2016. – № 7. – С. 18-35.

25. Снежкина, О. В. Исследование работы железобетонных балок с пролетом среза  $a/h_0=0,5$  / О. В. Снежкина, А. А. Киселев, Р. А. Ладин // Молодой ученый. — 2014. — № 16 (75). — С. 102-104.

26. Ладин, Р. А. Характер трещинообразования коротких железобетонных балок при разрушении по сжатой зоне / Р. А. Ладин, О. В. Снежкина, М. В. Кочеткова // Молодой ученый. — 2014. — № 4 (63). — С. 210-213.

27. A Unified Approach to Shear Design / R.J. Frosch [et al.] // Concrete International. – 2017. – Vol. 39, № 9. – P. 47-52.

28. Тур, В.В. Влияние размерного эффекта на сопротивление срезу балочных элементов без поперечного армирования / В.В. Тур, А.П. Воробей // Строительство и реконструкция. – 2019. – Т. 82, № 2. – С. 43-60.

29. Kani, G.N.J. How Safe are Our Large Reinforced Concrete Beams? / G.N.J. Kani // ACI Journal Proceedings. – 1967. – Т. 64, № 3.

30. Pansuk, W. Shear Mechanism of Reinforced Concrete T-Beams with Stirrups / W. Pansuk, Y. Sato // АСТ. – 2007. – Vol. 5, № 3. – P. 395-408.

31. Halicka, A. Shear failure mechanism of composite concrete T-shaped beams / A. Halicka, Ł. Jabłoński // Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings. – 2016. – Vol. 169, № 1. – P. 67-75.
32. Малиновский, В.Н. Методы расчета прочности по наклонным сечениям железобетонных элементов на основе теории полей сжатия / В. Н. Малиновский, П. В. Кривицкий // Збірник наукових праць [Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка]. Сер. : Галузеве машинобудування, будівництво. – 2014. – № 3(2). – С. 86-95.
33. Bentz, E.C. Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements / E.C. Bentz, F.J. Vecchio, M.P. Collins // ACI Structural Journal. – 2006. – Vol. 103, № 4.
34. Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1992-1-1-2009. – Введ. 01.01.2010. – Минск : РУП «Стройтехнорм», 2010. – 312 с.
35. Grandić, D. Shear resistance of reinforced concrete beams in dependence on concrete strength in compressive struts / D. Grandić, P. Sculac, I. Stimac-Grandic // Teh. vjesn. – 2015. – Vol. 22 – P. 925-934.
36. Санникова, О. Г. Основные положения модели «Распорки и тяжи» для определения сопротивления срезу железобетонных элементов / О. Г. Санникова, В. В. Тур // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. F, Строительство. Прикладные науки. – 2018. – № 16. – С. 19-29.
37. Williams, C Strut-and-Tie Model Design Examples for Bridges: Final Report FHWA/TX-12/5-5253-01-2 / C. Williams, D. Deschenes, O. Bayrak // Center for Transportation Research, The University of Texas, Austin. – June 2012.
38. Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models FHWA/TX-06/0-4371-2 / M.D. Brown [et al.]. // Center for Transportation Research, The University of Texas, Austin. – April 2006.
39. Yun, Y.M. A Three-Dimensional Strut-and-Tie Model for a Four-Pile Reinforced Concrete Cap / Y.M. Yun, H.-S. Chae, J.A. Ramirez // АСТ. – 2019. – Vol. 17, № 7. – P. 365-380.
40. Schlaich, J. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models / J. Schlaich, K. Schiifer // The Structural Engineer. – 1991. – Vol. 69, № 6. – P. 113-125.
41. Interfacial shear behavior of composite flanged concrete beams / M. Mahmoud [et al.] // HBRC Journal. – 2013. – Vol. 10.
42. Wolf, T.S. Shear Design of Prestressed Concrete: A Unified Approach / T.S. Wolf, R.J. Frosch // J. Struct. Eng. – 2007. – Vol. 133, № 11. – P. 1512-1519.

43. Краснощеков, Ю. В Расчетная модель сопротивления п.pdf.
44. Halicka, A. Analysis of support zones in composite concrete beams using MCFT / A. Halicka // Archives of Civil and Mechanical Engineering. – 2006. – Vol. 6, № 4. – P. 49-66.
45. Mohamed, H.A. Effect of using swimmer bars on the behavior of normal and high strength reinforced concrete beams / H.A. Mohamed // Ain Shams Engineering Journal. – 2017. – Vol. 8, № 1. – P. 29-37.
46. The effects of inclined shear reinforcement in reinforced concrete beam / N.F. Zamri [et al.] // MJCE. – 2018. – Vol. 30, № 1.
47. Saravanakumar, P. Influence of vertical and inclined shear reinforcement on shear cracking behavior in reinforced concrete beams / P. Saravanakumar, A. Govindaraj – P. 9.
48. Halicka, A. Influence new-to-old concrete interface qualities on the behaviour of support zones of composite concrete beams / A. Halicka // Construction and Building Materials. – 2011. – Vol. 25, № 10. – P. 4072-4078.
49. Said, D.A.I. Strengthening of Reinforced Concrete T- Section Beams Using External Post-Tensioning Technique / D.A.I. Said, D.M. Al-Fendawy // Journal of Engineering. – 2015. – Vol. 21, № 12. – P. 17.
50. Ghallab, A. Ultimate strength of externally strengthened prestressed beams / A. Ghallab, A.W. Beeby // Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings. – 2002. – Vol. 152, № 4. – P. 395-406.
51. Кривицкий, П. В. Влияние основных факторов на сопротивление преднапряженных железобетонных балок с канатной отогнутой арматурой изгибу с поперечной силой / П. В. Кривицкий, В. Н. Малиновский // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2016. – № 1. – С. 93–97.

Таблица А.1 – Показания приборов во время испытания фрагмента перекрытия

| № стадии | Нагрузка, кг | Нагрузка, кН | Отсчеты прогибомеров, мм |       |       | Прогиб, мм |
|----------|--------------|--------------|--------------------------|-------|-------|------------|
|          |              |              | ЛО                       | СП    | ПО    |            |
| 1        | 118          | 1,157        | 60,27                    | 88,40 | 93,60 | 0          |
| 2        | 368          | 3,609        | 60,26                    | 88,50 | 93,57 | 0,080      |
| 3        | 618          | 6,061        | 60,25                    | 88,60 | 93,57 | 0,175      |
| 4        | 868          | 8,512        | 60,25                    | 88,60 | 93,57 | 0,175      |
| 5        | 1118         | 10,964       | 60,25                    | 88,80 | 93,56 | 0,370      |
| 6        | 1368         | 13,416       | 60,24                    | 89,00 | 93,51 | 0,540      |
| 7        | 1618         | 15,868       | 60,19                    | 89,40 | 93,47 | 0,895      |
| 8        | 1868         | 18,319       | 60,11                    | 90,40 | 93,41 | 1,825      |
| 9        | 2118         | 20,771       | 60,02                    | 92,00 | 93,36 | 3,355      |
| 10       | 2368         | 23,223       | 59,91                    | 93,00 | 93,34 | 4,290      |
| 11       | 2618         | 25,675       | 59,73                    | 94,40 | 93,28 | 5,570      |
| 12       | 2868         | 28,126       | 59,56                    | 95,50 | 93,26 | 6,575      |
| 13       | 3118         | 30,578       | 59,42                    | 96,70 | 93,22 | 7,685      |
| 14       | 3368         | 33,030       | 59,28                    | 97,90 | 93,19 | 8,800      |
| 15       | 3451         | 33,844       |                          |       |       |            |
| 16       | 3951         | 38,747       |                          |       |       |            |
| 17       | 4451         | 43,651       |                          |       |       |            |
| 18       | 4951         | 48,554       |                          |       |       |            |
| 19       | 5451         | 53,458       |                          |       |       |            |
| 20       | 5951         | 58,361       |                          |       |       |            |
| 21       | 6451         | 63,265       |                          |       |       |            |
| 22       | 6951         | 68,168       |                          |       |       |            |
| 23       | 7451         | 73,072       |                          |       |       |            |
| 24       | 7951         | 77,975       |                          |       |       |            |
| 25       | 8451         | 82,879       |                          |       |       |            |
| 26       | 8801         | 86,311       |                          |       |       |            |

### Расчет по стержневой модели [12, 33] в Mathcad 15

Исходные данные

$$f_{cm} := 33 \text{ MPa} \quad \alpha := 66 \text{ deg} \quad s := 200 \cdot \text{mm} \quad b_w := 80 \text{ mm} \quad A_{sw} := 19.6 \cdot 2 \cdot \text{mm}^2$$

$$\nu := 0.6 \left( 1 - \frac{f_{cm}}{250 \cdot \text{MPa}} \right) = 0.521 \quad d := (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm} \quad z := 0.9 \cdot d$$

$$f_{ywk} := 500 \text{ MPa}$$

Сопротивление поперечной силе принимается как наименьшее из:

$$V_{Rd.sy}(\theta) := \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywk} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \sin(\alpha)$$

$$V_{Rd.max}(\theta) := b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cm} \cdot \frac{(\cot(\theta) + \cot(\alpha))}{1 + (\cot(\theta))^2}$$

т.е

$$V_{Rd}(\theta) := \min(V_{Rd.sy}(\theta), V_{Rd.max}(\theta))$$

Поскольку при разном значении угла значение функции отличается, но задан диапазон углов, при которых необходима проверка. Вычислим минимальное значение функции прочности от угла на отрезке

$$\theta := 1 \cdot \text{deg}$$

Given

$$1 \leq \cot(\theta) \leq 2.5$$

$$\theta := \text{Minimize}(V_{Rd}, \theta) = 45.023 \cdot \text{deg}$$

Прочность на действие поперечной силы тогда составит

$$V_{Rd}(\theta) = 32.704 \cdot \text{kN}$$



### Расчет прочности сечений наклонных к продольной оси элемента по модели наклонных сечений [1, 13] в Mathcad 15

#### Исходные данные

$$\begin{aligned}
 f_{cm} &:= 33 \text{ MPa} & f_{ctm} &:= 2.6 \text{ MPa} & E_{cm} &:= 31 \cdot \text{MPa} \\
 b_w &:= 80 \text{ mm} & s &:= 200 \cdot \text{mm} & d &:= (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm} & \eta &:= 0.9 \\
 b_f &:= 500 \cdot \text{mm} & h_f &:= 50 \cdot \text{mm} & z &:= \eta \cdot d & a_v &:= 760 \cdot \text{mm} & \theta &:= 1 \text{ deg} \\
 f_{ywk} &:= 500 \text{ MPa} & f_{yk} &:= 500 \text{ MPa} & A_{sw} &:= 19.6 \cdot 2 \cdot \text{mm}^2 = 39.2 \cdot \text{mm}^2 & A_{sl} &:= 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot 2 = 100.6 \cdot \text{mm}^2 & E_s &:= 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\
 \alpha &:= 66 \text{ deg} & \text{ORIGIN} &:= 1 & \eta_N &:= 0 & \eta_{c1} &:= 1 & \eta_{c2} &:= 2 & \eta_{c3} &:= 0.6
 \end{aligned}$$

$$\eta_f := \min \left[ 0.75 \cdot \frac{(b_f - b_w) h_f}{b_w \cdot d}, 0.5 \right] = 0.5 \quad \eta_{w1} := \min \left( 1 + 5 \cdot \frac{E_s \cdot A_{sw} \cdot 2}{E_{cm} \cdot b_w \cdot s}, 1.3 \right) = 1.3 \quad v_{sw} := \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk}}{s} \cdot \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

$$l_{inc.cr} := \sqrt{\frac{\eta_{c2} \cdot (1 + \eta_f) \cdot f_{ctm} \cdot b_w \cdot (d)^2}{v_{sw}}} = 452.212 \cdot \text{mm} \quad l_{inc}(\theta) := \cot(\theta) \cdot d$$

$$V_{sw} := v_{sw} \cdot l_{inc.cr}$$

$$V_{cd}(\theta) := \max \left[ \frac{\eta \cdot (1 + \eta_f) \cdot f_{ctm} \cdot b_w \cdot d^2}{l_{inc}(\theta)}, \eta_{c3} \cdot (1 + \eta_f) \cdot f_{ctm} \cdot b_w \cdot d \right]$$

Учитывая, что прочность есть функция от угла наклона трещины, определим минимум функции на отрезке рекомендованном [1, 13]

Given

$$1 \leq \cot(\theta) \leq 2.5$$

$$\theta := \text{Minimize}(V_{cd}, \theta) = 26.6 \cdot \text{deg}$$

$$l_{inc} := l_{inc}(\theta) = 561.144 \cdot \text{mm}$$

$$V_{cd} := V_{cd}(\theta) = 52.603 \cdot \text{kN}$$

#### Определение прочности по наклонному сечению

$$V_{Rd} := V_{cd} + V_{sw} = 161.56 \cdot \text{kN}$$

#### Определение прочности по сжатой полосе между наклонными трещинами

$$V_{Rd,max} := 0.3 \cdot \eta_{w1} \cdot \eta_{c1} \cdot f_{cm} \cdot b_w \cdot d = 289.318 \cdot \text{kN}$$

#### Определение прочности по наклонной трещине на действие изгибающего момента

$$M_{sw} := v_{sw} \cdot \frac{l_{inc}^2}{2} \quad M_s := f_{yk} \cdot A_{sl} \cdot z$$

$$M_{Rd} := M_s + M_{sw} = 50.655 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Соответствующие данным моментам поперечные силы для схемы нагружения, как на испытании фрагмента, можно определить как

$$V_{Rd,1} := \frac{M_{Rd}}{l_{inc}} = 90.271 \cdot \text{kN}$$

### Расчет прочности по эмпирическим зависимостям для неармированных поперечной арматурой конструкций [12, 33]

#### Исходные данные

$$f_{cm} := 33 \text{ MPa} \quad f_{ctm} := 2.6 \cdot \text{MPa}$$

$$b_w := 80 \text{ mm} \quad d := (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm}$$

$$A_{sI} := 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot 2 = 100.6 \cdot \text{mm}^2$$

$$k := 1 + \sqrt{\frac{200 \cdot \text{mm}}{d}} = 1.844 \quad \rho_I := \frac{A_{sI}}{b_w \cdot d} = 0.448 \cdot \%$$

#### Определение прочности неармированной поперечной арматурой конструкции по СНБ 5.03.01-02 [12]

$$V_{Rd.ct} := \left[ 0.12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_I \cdot f_{cm})^{\frac{1}{3}} \frac{\text{MPa}}{\sqrt[3]{\text{MPa}}} \right] b_w \cdot d = 12.202 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Rd.ct.min} := 0.4 \cdot f_{ctm} \cdot b_w \cdot d = 23.379 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Rd.c} := \max(V_{Rd.ct}, V_{Rd.ct.min}) = 23.379 \cdot \text{kN}$$

#### То же по ТКП EN 1992-1-1-2009 [33]

$$\nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\text{MPa}}{\sqrt{\text{MPa}}} = 0.503 \cdot \text{MPa}$$

$$C_{Rd.c} := \frac{0.18}{1.5}$$

$$V_{Rd.ct} := \left[ C_{Rd.c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_I \cdot f_{cm})^{\frac{1}{3}} \frac{\text{MPa}}{\sqrt[3]{\text{MPa}}} \right] b_w \cdot d = 12.202 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Rd.ct.min} := \nu_{min} \cdot b_w \cdot d = 11.315 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Rd.c} := \max(V_{Rd.ct}, V_{Rd.ct.min}) = 12.202 \cdot \text{kN}$$

### Расчет прочности фрагмента перекрытия с использованием общего метода [1, 13] и формулы для определения угла наклона, предложенной в [44]

#### Исходные данные

$$\begin{aligned}
 f_{cm} &:= 33 \cdot \text{MPa} & b_f &:= 500 \cdot \text{mm} & h_f &:= 50 \cdot \text{mm} & E_{cm} &:= 31 \cdot \text{MPa} & b_w &:= 80 \text{mm} \\
 f_{yk} &:= 500 \text{MPa} & \alpha &:= 66 \text{deg} & s &:= 200 \cdot \text{mm} & E_s &:= 2 \cdot 10^5 \text{MPa} & d &:= (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm} & z &:= 0.9 \cdot d \\
 A_{sw} &:= 19.6 \cdot 2 \cdot \text{mm}^2 = 39.2 \cdot \text{mm}^2 & A_{sl} &:= 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot 2 = 100.6 \cdot \text{mm}^2 \\
 a_g &:= 20 \text{mm} & a_v &:= 730 \cdot \text{mm}
 \end{aligned}$$

#### Шаг трещин по экспериментальным данным

$$s_x := s$$

$$s_{xe} := \frac{35 \cdot s_x}{a_g + 16 \cdot \text{mm}} = 194.444$$

Для получения достоверного результата требуется осуществить ряд итераций. Ниже приведена последняя итерация, позволяющая получить удовлетворительную сходимость заданной величины поперечной силы с показателем прочности сечения.

$$\begin{aligned}
 V_{Sd} &:= 30.788 \text{kN} \\
 M_{Sd} &:= V_{Sd} \cdot a_v = 22.475 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} & v &:= \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot z}
 \end{aligned}$$

#### Определяем требуемые деформационные характеристики

$$\theta := 75 \text{deg} \quad \varepsilon_1 := 0.1 \quad \varepsilon_x := 0.1$$

Given

$$\theta = \left( 29 \text{deg} + 7000 \cdot \varepsilon_x \cdot \text{deg} \right) \left( 0.88 + \frac{s_{xe}}{2500} \right)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_{Sd}}{z} + 0.5 \cdot V_{Sd} \cdot \cot(\theta)}{E_s \cdot A_{sl}}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \theta \end{pmatrix} := \text{Find}(\varepsilon_x, \theta) = \begin{pmatrix} 4.853 \times 10^{-3} \\ 1.053 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_x = 4.853 \times 10^{-3}$$

$$\theta = 60.313 \cdot \text{deg}$$

Given

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \left[ \varepsilon_x + 0.002 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{v}{f_{cm}} \cdot (\tan(\theta) + \cot(\theta)) \cdot (0.8 + 170 \cdot \varepsilon_1)} \right] \right] \cdot (\cot(\theta))^2$$

$$\varepsilon_1 := \text{Find}(\varepsilon_1) = 6.501 \times 10^{-3}$$

$$w_k := s \cdot \varepsilon_1 = 1.3 \cdot \text{mm}$$

$$\beta_3 := \min \left( \frac{0.33 \cdot \cot(\theta)}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}}, \frac{0.18}{0.3 + \frac{24 \cdot w_k}{a_g + 16 \cdot \text{mm}}} \right)$$

Рассчитываем сопротивление

$$V_{Rd} := \beta_3 \cdot \sqrt{f_{cm}} \cdot \frac{\text{MPa}}{\sqrt{\text{MPa}}} \cdot b_w \cdot z + \frac{A_{sw} \cdot f_{yk} \cdot z}{s} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) = 30.789 \cdot \text{kN}$$

Погрешность

$$\frac{|V_{Sd} - V_{Rd}|}{\min(V_{Sd}, V_{Rd})} = 3.302 \times 10^{-3} \%.$$

### Расчет по формуле, предложенной Robert J. Frosch [27]

#### Исходные данные

$$f_{cm} := 33 \text{ MPa} \quad \alpha := 66 \text{ deg} \quad s := 200 \cdot \text{mm} \quad b_w := 80 \text{ mm} \quad b_f := 500 \cdot \text{mm}$$

$$d := (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm}$$

$$f_{ywk} := 500 \text{ MPa} \quad f_{yk} := 500 \text{ MPa} \quad A_{sl} := 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot 2 = 100.6 \cdot \text{mm}^2 \quad A_{sw} := 19.6 \cdot 2 \cdot \text{mm}^2$$

$$E_{cm} := 31 \cdot \text{MPa} \quad E_s := 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\rho_l := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = 0.448 \cdot \%$$

$$n := \frac{E_s}{E_{cm}} = 6.452 \times 10^3$$

Для применения данного метода необходимо найти высоту сжатой зоны бетона. В [27] предложена следующая формула

$$c := \left[ \sqrt{2 \cdot \rho_l \cdot n + (\rho_l \cdot n)^2} - \rho_l \cdot n \right] \cdot d = 276.295 \cdot \text{mm}$$

Формула имеет некоторые недостатки. Поэтому для определения высоты сжатой зоны используем формулу из [9]

$$c := \frac{A_{sl} \cdot f_{yk}}{0.81 \cdot b_f \cdot f_{cm}} = 3.764 \cdot \text{mm} \quad z := d - \frac{c}{2} = 279.118 \cdot \text{mm}$$

$$V_c := 5 \sqrt{f_{cm}} \cdot \frac{\text{MPa}}{\sqrt{\text{MPa}}} \cdot b_f \cdot c = 54.05 \cdot \text{kN}$$

### Расчет по арочной модели Краснощекова [42]

#### Исходные данные

$$\begin{aligned}
 f_{cm} &:= 33 \text{ MPa} & \alpha &:= 66 \text{ deg} & s &:= 200 \cdot \text{mm} & b_w &:= 80 \text{ mm} \\
 d &:= (300 - 19) \cdot \text{mm} = 281 \cdot \text{mm} & z &:= 0.9d = 252.9 \cdot \text{mm} \\
 f_{yw} &:= 500 \text{ MPa} & f_{yk} &:= 500 \text{ MPa} & A_{sl} &:= 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot 2 = 100.6 \cdot \text{mm}^2 & A_{sw} &:= 19.6 \cdot 2 \cdot \text{mm}^2 \\
 a_v &:= 760 \cdot \text{mm}
 \end{aligned}$$

$$V_{Rd, sy} := \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yw} \cdot (1 + \cot(\alpha)) \sin(\alpha) = 32.722 \cdot \text{kN}$$

Для расчета по арочной модели необходимо определить прочность бетона на сдвиг. Воспользуемся подходом, который в [19] приписывается системе еврокодов

$$R_{b, sh} := \sqrt[3]{f_{cm}} \cdot \frac{\text{MPa}}{\sqrt[3]{\text{MPa}}}$$

Прочность конструкции на действие поперечной силе тогда равна:

$$V_{Rd} := \frac{R_{b, sh} \cdot b_w \cdot \left( z + \frac{V_{Rd, sy} \cdot a_v}{2 \cdot A_{sl} \cdot f_{yk}} \right)}{1 + \frac{R_{b, sh} \cdot b_w \cdot a_v}{A_{sl} \cdot f_{yk}}} = 26.312 \cdot \text{kN}$$