

УДК 534.832.524:621.671

**ПОСТРОЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА
ДЛЯ РАСЧЕТА ВИБРАЦИИ ЕГО КОРПУСА
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИНАМИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ**

*канд. техн. наук В.Е. ПИТОЛИН
(Новополюцкая ТЭЦ)*

Изучение тех или иных физических явлений, например, вибрации и шума центробежного насоса на лопастной частоте и гармониках, для их снижения, удобно выполнять на компьютерной расчетной модели. Такая модель строится на базе теоретических построений, полученных по результатам исследования кинематических характеристик процесса вибровозбуждения линейных колебательных систем, в качестве которых можно представить конструктивные элементы центробежного насоса. Полученные теоретические зависимости и алгоритмы расчета достаточно легко реализуются в компьютерной модели средствами объектно ориентированного программирования, такими как MatCAD или Borland Studio 6. Такая компьютерная модель явления может быть использована для разностороннего исследования процесса без дополнительных материальных затрат. Результаты компьютерного моделирования в последующем должны сопоставляться с данными натурных испытаний, после чего делается вывод о степени соответствия математической модели исследуемому физическому явлению.

Вопросам снижения вибрации и шума промышленного оборудования посвящено достаточно большое количество работ [1, 2]. Особенно большое внимание уделено вибрации механизмов на оборотной частоте вращения ротора, вызванной силами дисбаланса [3].

Вибрация и шум центробежных машин: центробежных насосов, компрессоров, вентиляторов, полностью определяется уровнем вибрации и шума на лопастной частоте и гармониках, но до настоящего времени исследован не достаточно глубоко.

Создание расчетной модели центробежного насоса (ЦН) для ее представления в ПЭВМ наиболее целесообразно выполнить на базе кинематической схемы процесса возбуждения вынужденных колебаний. Рабочее колесо ЦН при своем вращении подвергается воздействию радиальной (поперечной) силы, действующей на него со стороны перекачиваемой среды. Вследствие конечного числа лопастей рабочего колеса эта сила имеет динамическую составляющую, изменяющуюся по периодическому закону:

$$f_R = F_R e^{i\omega t + \varphi_R}, \quad (1)$$

где F_R – амплитуда динамической составляющей поперечной силы на частоте ω ; ω – угловая частота процесса, кратная частоте вращения и числу лопастей рабочего колеса; φ_R – фаза гармонического процесса изменения силы f_R по отношению к некоторому опорному сигналу, жестко связанному с рабочим колесом (например, с контрастной меткой на валу ЦН).

Под воздействием динамической составляющей радиальной силы рабочее колесо ЦН будет смещаться вследствие конечной жесткости консольной части вала электродвигателя. Но в этом случае, в силу закона сохранения количества движения и теоремы о неподвижности центра масс изолированной системы тел, корпус насоса с учетом массы жидкости, заполняющей его рабочие органы, а также жесткостей его опорных и неопорных связей получит соответствующее смещение в противоположном направлении.

Схему типового центробежного насоса с консольным расположением рабочего колеса иллюстрирует рисунок 1, а его кинематический аналог, положенный в основу расчетной компьютерной модели вибрации корпуса ЦН, показан на рисунке 2.

Расчетная кинематическая схема представляет собой упрощенную двухмассовую систему тел, связанных между собой конечной жесткостью. Такое представление ЦН при расчете вибрации его корпуса на лопастной частоте и гармониках продиктовано прежде всего тем обстоятельством, что сила f_R является внутренней в системе и действует именно между этими телами.

В более общем случае при исследовании колебательных движений корпуса ЦН возможно и более подробное разбиение на большее число масс, связанных конечными жесткостями между собой, как это принято, например, в строительной механике.

Для диапазона частот менее 300 Гц двухмассовое представление кинематической схемы ЦН достаточно точно отображает ее поведение под воздействием первой и второй гармоники динамической составляющей поперечной силы f_R .

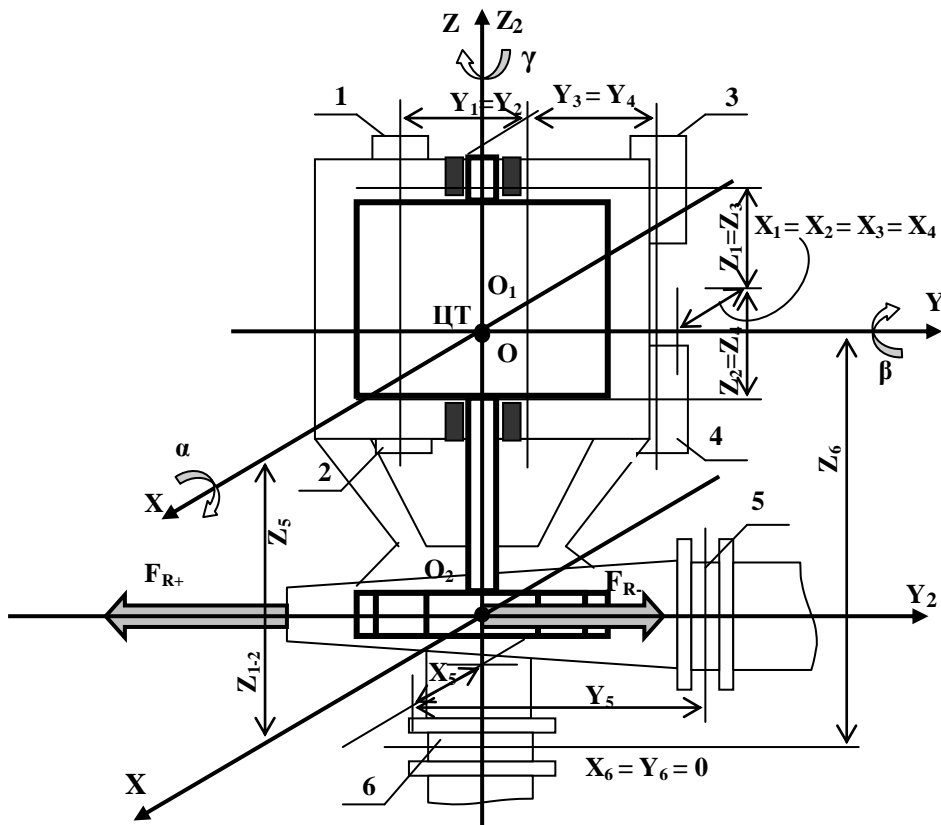


Рис. 1. Схема центробежного насоса вертикального исполнения.
1, 2, 3, 4 – опорные амортизаторы; 5, 6 – гибкие вставки в трубопроводы

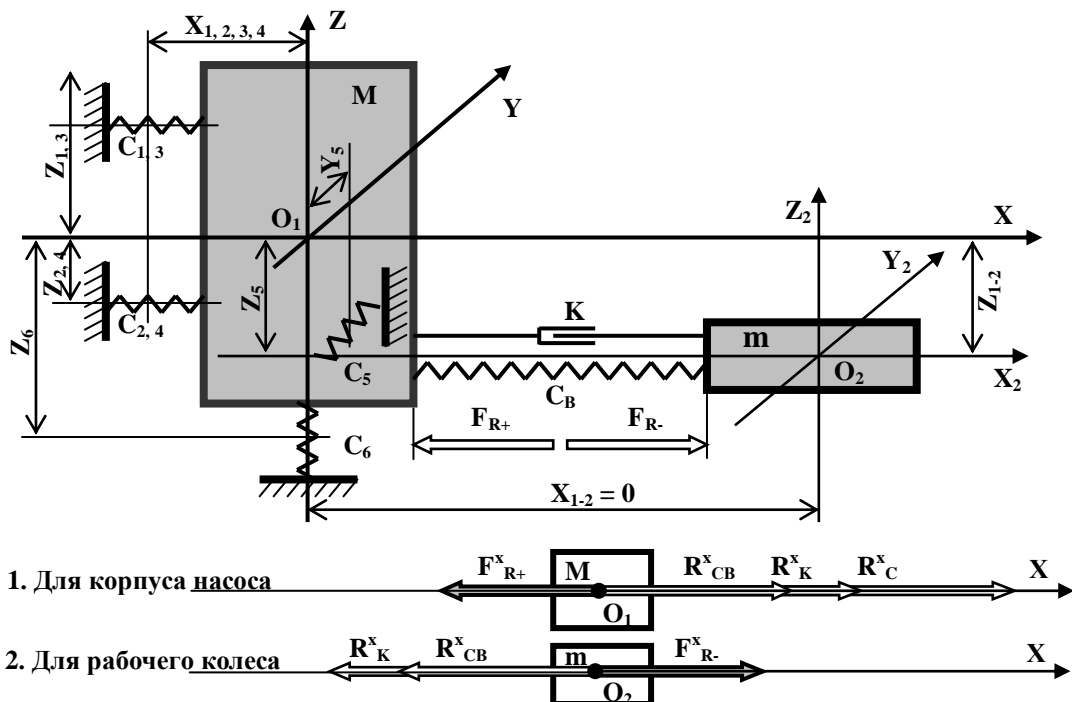


Рис. 2. Кинематическая схема центробежного насоса,
используемая для расчета вибрации его корпуса на лопастной частоте и гармониках

Для обоснования вышесказанного утверждения обычно выполняется следующий эксперимент [1]:

- 1) на корпус насоса устанавливаются акселерометры, располагающиеся в одной плоскости, перпендикулярной оси вращения, в двух диаметрально противоположных точках;
- 2) зафиксированные ими спектры вибрации накладывается друг на друга (рис. 3);
- 3) максимальная частота, с которой начинается существенное расхождение спектров, является граничной, до которой корпус ЦН колеблется как абсолютно твердое тело.

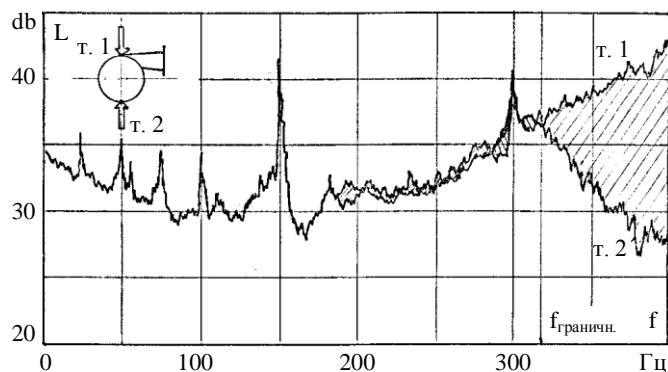


Рис. 3. Определение граничной частоты колебаний корпуса ЦН, как твердого тела

При выводе дифференциальных уравнений движения масс в системе, изображенной на рисунке 2, ее необходимо упростить за счет представления масс рабочего колеса m и корпуса центробежного насоса M отдельными друг от друга, заменяя связи реакциями связей.

В частности, для массы m в проекции на ось OX можно записать:

$$F_{R-}^x = m\ddot{x}_2 + R_k^x + R_{ce}^x,$$

где $R_k^x = k\dot{x}_2^2$ – проекция силы вязкого сопротивления, пропорциональная квадрату скорости тела в неподвижной среде (гидродинамическое демпфирование), на ось OX ; $R_{ce}^x = C_e(x_2 - x_1)$ – проекция упругой реакции консольной части вала на ось OX .

С учетом выражения (1) получим первое дифференциальное уравнение движения для рабочего колеса ЦН в проекции на ось OX :

$$m\ddot{x}_2 + k\dot{x}_2^2 + C_e(x_2 - x_1) = F_{R-}^x e^{i(\omega t + \varphi_R^x)}. \quad (2)$$

Аналогично выводится уравнение движения корпуса насоса. При этом полагается, что сила F_{R+} , приложенная к жидкости, мгновенно передается корпусу насоса, т.е. жидкость считается несжимаемой. Такое допущение справедливо, так как длина звуковой волны в перекачиваемой среде в диапазоне частот до 300 Гц не менее 8-ми метров, в то время как расстояние от оси рабочего колеса до корпуса насоса в среднем составляет 0,25 метра, что удовлетворяет условию представления волновых структур жесткими [4].

Необходимо отметить, что гидравлическая часть насоса связана с гидравлической системой, т.е. не является полностью изолированной. В связи с этим возможно появление составляющих силы F_{R+} , ориентированных вдоль оси выходного патрубка ЦН, обусловленных пульсирующим истечением среды из гидравлической части насоса. Эти составляющие будут полностью определяться жесткостными характеристиками системы в ближайшей окрестности волновой структуры, т.е. на расстоянии менее 8-ми метров. Для упрощения расчетной схемы этот процесс не учитывается.

Вывод дифференциального уравнения движения корпуса ЦН в проекции на ось OX выполняется согласно схеме, представленной на рисунке 2.

$$F_{R+}^x = M\ddot{x}_1 + R_k^x + R_c^x + R_{ce}^x,$$

где $R_k^x = -K\dot{x}_2^2$ – проекция силы вязкого сопротивления (гидродинамическое демпфирование); $R_c^x = C_{\sum x} x_1$ – проекция результирующей упругих реакций связей крепления насоса на ось OX ; $R_{ce}^x = C_e(x_1 - x_2)$ – проекция упругой реакции консольной части вала привода на ось OX .

Получим второе дифференциальное уравнение движения в проекции на ось OX для корпуса ЦН:

$$M\ddot{x}_1 - K\dot{x}_2^2 + C_{\sum x} x_1 + C(x_1 - x_2) = F_{R+} e^{i(\omega t + \varphi_R^+)} . \quad (3)$$

В связи с тем, что рассматриваемая система, состоящая из двух связанных сосредоточенных масс, обладает шестью степенями свободы, то таких уравнений будет двенадцать, поэтому можно записать их более компактно в матричной форме:

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{q}_1 - K \dot{q}_2^2 + C_A q_1 + C_B q_1 - q_2 &= F_{R+} ; \\ m \ddot{q}_2 + K \dot{q}_2^2 + C_B q_2 - q_1 &= F_{R-} . \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь $[M]$ – диагональная матрица инерционных коэффициентов, характеризующих корпус ЦН:

$$M = \begin{bmatrix} M & & & & & 0 \\ & M & & & & \\ & & M & & & \\ & & & J_{Mx} & & \\ & & & & J_{My} & \\ 0 & & & & & J_{Mz} \end{bmatrix} , \quad (5)$$

где J_{Mx}, J_{My}, J_{Mz} – главные центральные моменты инерции корпуса ЦН, как твердого тела.

Необходимо отметить, что система координат, относительно которой осуществляется отсчет координат векторов $\{q_1\}$ и $\{q_2\}$, жестко связана с центром масс системы, который с некоторыми допущениями можно считать совпадающим с центром тяжести корпуса насоса. Направления главных координатных осей, как правило, в исходном состоянии совпадают с координатными осями, связанными с корпусом ЦН.

В уравнениях (4) $[m]$ – диагональная матрица инерционных коэффициентов, характеризующих рабочее колесо.

$$m = \begin{bmatrix} m & & & & & 0 \\ & m & & & & \\ & & m & & & \\ & & & J_{mx} + z_5^2 m & & \\ & & & & J_{my} + z_5^2 m & \\ 0 & & & & & J_{mz} \end{bmatrix} , \quad (6)$$

где m – приведенная масса рабочего колеса насоса.

С целью упрощения системы уравнений предполагается, что деформируемая часть вала привода – это консольная часть вала электродвигателя, ограниченная с одной стороны центральной плоскостью опорного подшипника, с другой – меридиональной плоскостью рабочего колеса. Она лишена собственной массы. Массы M и m – недеформируемы.

$[C_A]$ – матрица жесткостных коэффициентов упругих связей амортизирующего крепления насоса.

$$C_A = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} . \quad (7)$$

Жесткостные коэффициенты можно определить, руководствуясь рекомендациями [1]. Для схемы, показанной на рисунке 1, эти коэффициенты имеют следующие выражения, определяемые системой уравнений (8).

$$\left. \begin{aligned}
 C_{11} &= \sum_i C_{xi}; \\
 C_{12} &= C_{13} = C_{14} = C_{23} = C_{25} = C_{36} = 0; \\
 C_{15} &= \sum_i C_{xi} z_i; \\
 C_{16} &= -\sum_i C_{xi} y_i; \\
 C_{22} &= \sum_i C_{yi}; \\
 C_{24} &= -\sum_i C_{yi} z_i; \\
 C_{26} &= \sum_i C_{yi} x_i; \\
 C_{33} &= \sum_i C_{zi}; \\
 C_{34} &= \sum_i C_{zi} y_i; \\
 C_{35} &= \sum_i C_{zi} x_i; \\
 C_{44} &= \sum_i C_{yi} z_i^2 + C_{zi} y_i^2; \\
 C_{45} &= -\sum_i C_{zi} x_i y_i; \\
 C_{46} &= -\sum_i C_{yi} x_i z_i; \\
 C_{55} &= \sum_i C_{zi} x_i^2 + C_{xi} z_i^2; \\
 C_{56} &= -\sum_i C_{xi} y_i z_i; \\
 C_{66} &= \sum_i (C_{xi} y_i^2 + C_{yi} x_i^2);
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Кроме того $C_{ij} = C_{ji}$ при $i \neq j$ (i – номер строки; j – номер столбца).

$[C_B]$ – матрица жесткостных коэффициентов деформируемой части вала привода.

$$C_B = \begin{bmatrix} \frac{3EJ}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l) & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3} & 0 & \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l) & 0 & \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l)^2 & 0 & 0 \\ \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l) & 0 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^3}(2z_5 - l)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где l – длина консольной части вала привода; EJ – жесткость консольной части вала привода на изгиб.

В модели заделка вала в подшипнике предполагается жесткой. Если консольная часть вала выполнена ступенчатой или конусной, в модели она заменяется эквивалентным валом постоянного сечения.

$[K]$ – диагональная матрица коэффициентов демпфирования.

$$K = \begin{bmatrix} K & & & & 0 \\ & K & & & \\ & & 0 & & \\ & & & Kz_5^2 & \\ & & & & Kz_5^2 \\ 0 & & & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Коэффициент гидравлического демпфирования K может быть оценен по формуле для расчета местного гидравлического сопротивления плохообтекаемых тел:

$$K = \xi g \rho^2 S_M,$$

где S_M – площадь поперечного сечения рабочего колеса; ξ – коэффициент местного гидравлического сопротивления; ρ – плотность перекачиваемой среды.

Коэффициент местного гидравлического сопротивления определяется по рекомендациям [5].

$\{F_R\}$ – вектор-столбец амплитудных значений сил, действующих в системе:

$$F_R = \begin{bmatrix} F_R^x \\ F_R^y \\ 0 \\ F_R^x z_5 \\ F_R^y z_5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_{R+} = - F_{R-}.$$

$\{q_1\}$, $\{q_2\}$ – векторы-столбцы виброперемещений центров тяжести масс M и m соответственно под действием сил $\{F_R\}$.

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}.$$

Решение системы волновых уравнений вида (2) и (3) в матричной форме может привести к неразрешимым сложностям, поэтому необходимо воспользоваться некоторыми упрощениями, обычно применяющимися в подобных случаях. Необходимо исключить из системы уравнений (4) слагаемые, определяющие процесс демпфирования в системе, что вполне допустимо для случаев, когда частота возмущающей силы ω существенно (на 10 % и более) отличается от собственной (резонансной) частоты колебаний рабочего колеса на консольной части вала привода ω_0 [2]:

$$\omega_0^2 \approx \frac{C}{M_{np}} = \frac{3EJ}{l^3} \cdot \frac{M+m}{Mm}.$$

После чего уравнения (4) из матричной формы преобразуются в обычную алгебраическую и решаются относительно $\{q_1\}$, исключением $\{q_2\}$. Для этого значения \ddot{q}_i заменяется на $-\omega^2 q_i$ согласно известному из теории колебаний соотношению для гармонического процесса.

Затем приводятся подобные члены, в результате чего уравнения (4) преобразуются к виду:

$$Q_1 D = F_R. \quad (11)$$

Методы решения систем уравнений вида (11) разработаны достаточно хорошо. В стандартных библиотеках систем объектно ориентированного программирования (MatCAD) можно найти несколько прикладных методов, например, широко используется метод Гаусса.

В результате решения системы уравнений (11) определяются амплитудные значения виброперемещений центра тяжести корпуса насоса под действием динамических составляющих поперечной силы $\{F_R\}$:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{bmatrix}.$$

Амплитудные значения виброперемещений в плоскости, перпендикулярной оси вращения и проходящей через центр рабочего колеса, отстоящей на величину z_i от центра тяжести корпуса ЦН, определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} X_{li} &= X_1 + z_i \sin \alpha_1 ; \\ Y_{li} &= Y_1 + z_i \sin \beta_1 , \end{aligned} \right\}$$

а относительные уровни виброускорений в тех же точках и направлениях в децибелах:

$$\left. \begin{aligned} L_{xi} &= 20 \lg \frac{\omega^2 X_{li}}{A_0} ; \\ L_{yi} &= 20 \lg \frac{\omega^2 Y_{li}}{A_0} , \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $A_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$ – стандартное пороговое значение виброускорения [1].

Значения уровней вибрации, рассчитанных по формуле (12) для конкретных точек корпуса центробежного насоса, можно проверить на практике с помощью переносного акселерометра.

В заключение следует отметить, что все слагаемые, входящие в систему уравнений (4) и (11), определены, за исключением динамических составляющих поперечных сил f_R , действующих на рабочее колесо ЦН, на различных режимах его эксплуатации. Методы расчета численных значений амплитуд и фаз этих сил сами по себе достаточно интересны, строятся на базе теории турбулентных струй, но их изложение выходит за рамки настоящей статьи.

Вывод. Предложена для реализации на ПЭВМ расчетная модель вибровозбуждения корпуса центробежного насоса (компрессора, вентилятора) под действием динамических составляющих поперечной силы, действующей со стороны перекачиваемой среды на рабочее колесо центробежного насоса. Корпус насоса под воздействием реакции этих сил смещается в противоположном направлении с учетом наложенных упругих связей со стороны вала привода и амортизирующего крепления.

Расчетная модель построена на базе теории колебаний линейных систем и может быть использована для разработки эффективных мероприятий по снижению вибрации этих механизмов на лопастной частоте и гармониках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вибрация в технике: справочник: в 6-ти т. – Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – 252 с.
2. Вибрация в технике: справочник в 6-ти т. – Т. 4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавандела. – М.: Машиностроение, 1981. – 509 с.
3. Основы балансировочной техники / под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1975. – Т. 1: Уравновешивание жестких роторов и механизмов. – 528 с.
4. Гризодуб, Ю.Н. Применение теории пассивных четырехполосников к расчету распространения колебаний давления в разветвленных гидравлических системах авиадвигателей / Ю.Н. Гризодуб // Автоматика и телемеханика. – 1950. – № 2. – С. 105 – 120.
5. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1975. – 560 с.

Поступила 02.12.2009