УДК 528.063

О ПОИСКЕ НЕОБХОДИМОГО КОЛИЧЕСТВА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ УСТРАНЕНИЯ ДЕФЕКТА КОНФИГУРАЦИИ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Е.В. ГРИЩЕНКОВ
(Полоцкий государственный университет)

При уравнивании нуль-свободных геодезических сетей (не содержащих необходимого количества исходных пунктов), когда матрица коэффициентов уравнений поправок имеет столбцевой дефект ранга d > 0, для устранения дефекта применяют соответствующие дополнительные условия, что приводит к матрице с линейно-независимыми столбцами. Утверждение о том, что дополнительный способ имеет меньший объем вычислений в сравнении со всеми классическими способами неверно, так как в специальном способе есть излишние вычислительные процедуры. В статье уделено внимание устранению дефекта конфигурации путем поиска необходимого количества дополнительных измерений. Доказывается, что дополнительные измерения могут быть обнаружены, зная реальное (найденное по схеме сети) и теоретическое (соответствующее число избыточных измерений) число условных уравнений. На примере сети четырехугольников без диагоналей показано, что найденное правило помогает вести быстрый поиск необходимого количества дополнительных измерений для устранения дефекта конфигурации в геодезических сетях.

Введение. Как отмечал Ю.И. Маркузе [1], нуль-свободными называют сети, в которых при уравнивании параметрическим способом возникает система нормальных уравнений $R\Delta x + b = 0$ с дефектом $d > 0$ ранга матрицы R. При этом d_{max} равно 1, 4, 7 соответственно в нивелирных, плановых и пространственных сетях. К ним относят и сети, имеющие минимальное число исходных данных ($d = 0$). Для того чтобы различать нуль-свободные сети между собой, с целью конкретизации можно указать, какие из факторов остаются нуль-свободными, например: (x, y) – нуль-свободная сеть, в которой не определено начало координат; (α, m) – нуль-свободная сеть с неопределенными ориентацией и масштабом; (x, y, α) – нуль-свободная сеть с заданным только ее масштабом; (x, y, m) – нуль-свободная сеть, задана только ориентация, и т.д. Наконец, свободной назовем сеть, когда $d = 0$, т.е. фиксированы все факторы, образующие (в плановых сетях) вектор $Z = (X_0, Y_0, \alpha, m)^T$.

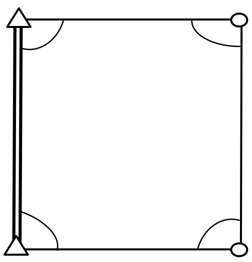

Рис. 1. Сеть с дефектом конфигурации

Величину d называют также дефектом данных. Кроме дефекта данных в геодезической сети может возникнуть дефект конфигурации d_k, означающий, что неизвестные не могут быть определены даже при $d = 0$ (рис. 1). Хотя в этом случае число измеренных величин (углов) равно числу определяемых неизвестных координат $k = 4$. Последние не могут быть определены.

Дефект данных d определяется числом линейно зависимых столбцов матрицы A в уравнениях поправок $V = A\Delta x + L$, а дефект конфигурации – числом ее зависимых строк. Для того чтобы определить все неизвестные, необходимое число независимых друг от друга измерений n_d должно быть не менее $n_k = k - d$.

Основная часть. Понятие «дефект конфигурации», введённое проф. Ю.И. Маркузе в [1], находит широкое применение при анализе причин появления деления на ноль при вычислении обратной матрицы параметрических нормальных уравнений в процессе оптимального проектирования или уравнивания геодезических сетей.

Наиболее простое построение с дефектом конфигурации показано на рисунке 1 [1]. Этот случай может появиться и в геодезической практике (рис. 2).

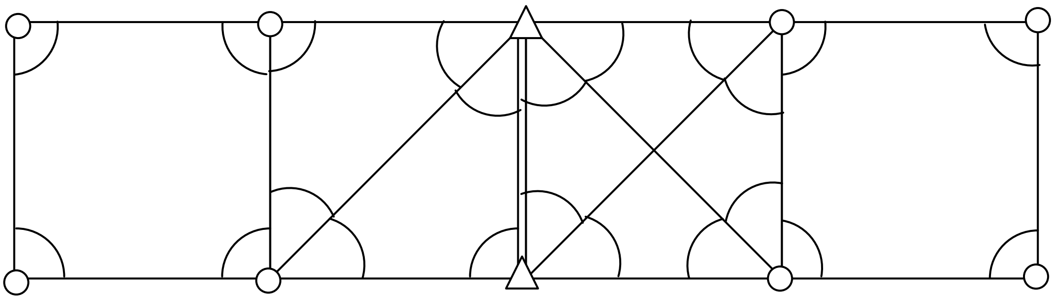

Рис. 2. Сеть с дефектом конфигурации

Избавиться от дефекта конфигурации можно с помощью дополнительных измерений углов или чаще всего сторон. В каком месте следует запроектировать дополнительное измерение, решает исполнитель. Например, если в геодезической сети на рисунке 1 горизонтальные углы равны 90º, то дополнительная сторона между определяемыми пунктами не избавит от дефекта данных и поэтому необходимо измерить сторону между исходным и определяемым пунктами.

Для анализа геодезических сетей введём обозначения: $r^{реальное}$ – количество независимых условных уравнений, определённых по схеме сети. Для рисунка 1 оно равно 1 условию фигур, а для рисунка 2 получим 8 условий (7 условий фигур и 1 условие полюса);

$$r^{теоретическое} = N - t,$$

где N – количество измерений; t – число необходимых измерений.

Для рисунка 1 $r^{теоретическое}$ равно нулю; для рисунка 2 (N = 22; t = 16) равно 6.

Нетрудно доказать, что сеть содержит дефект конфигурации, если

$$r^{реальное} - r^{теоретическое} \geq 1\,. \tag{1}$$

С помощью неравенства (1) можно решить такую задачу, сколько необходимо запроектировать дополнительных измерений ($N^{доп.}$), чтобы в сети отсутствовал дефект конфигурации при правильном назначении этих измерений:

$$N^{доп.} = r^{реальное} - r^{теоретическое}\,. \tag{2}$$

Для рисунка 1 $N^{доп.}$ = 1, а для рисунка 2 $N^{доп.}$ = 2.

При проектировании дополнительных измерений могут возникать новые условия, в этом случае $N^{доп.}$ необходимо рассчитывать заново.

Применим формулу (2) для геодезической сети (рис. 3), предложенной И.В. Зубрицким [2].

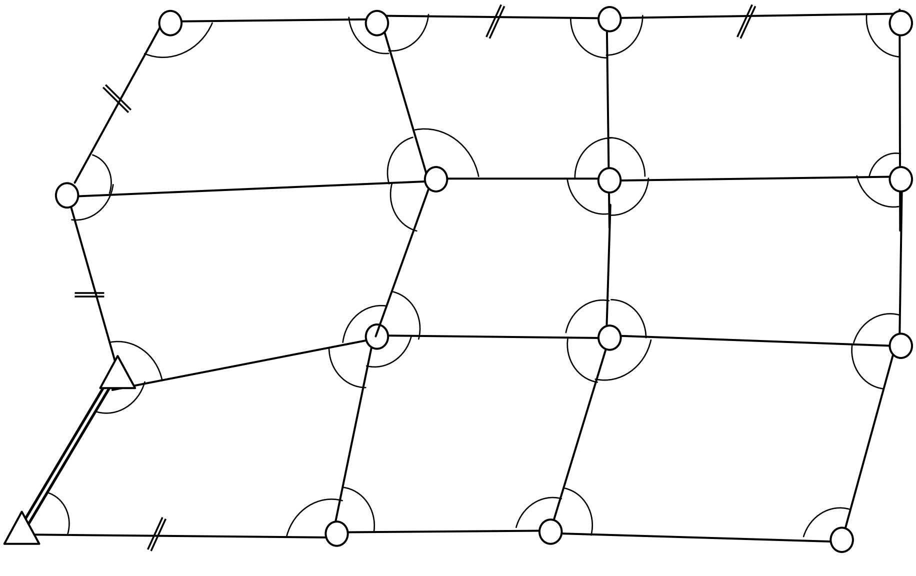

Рис. 3. Сеть четырёхугольников без диагоналей

Для сети на рисунке 3 найдём N = 36; t = 28; $r^{теоретическое}$ = 8, а $r^{реальльное}$ =13 (9 условий фигур и 4 условных уравнения горизонта). При этом $N^{доп.}$ = 13 – 8 = 5.

Назначение дополнительных сторон (на рисунке 3 знаком —‖— изображена измеренная сторона) – задача сложная. Если измерить все стороны в сети, показанной на рисунке 3, то получим обычную строительную сетку [3], не имеющую дефекта конфигурации:

$r^{реальльное}$ = (9 условий фигур + 4 условия горизонта + 18 условий координат) = 31;

$r^{теоретическое}$ = (N = 36 углов + 23 стороны = 59; t = 28) = 31.

На рисунке 4 приведены сети [4] с дефектом конфигурации, подобные построению на рисунке 1.

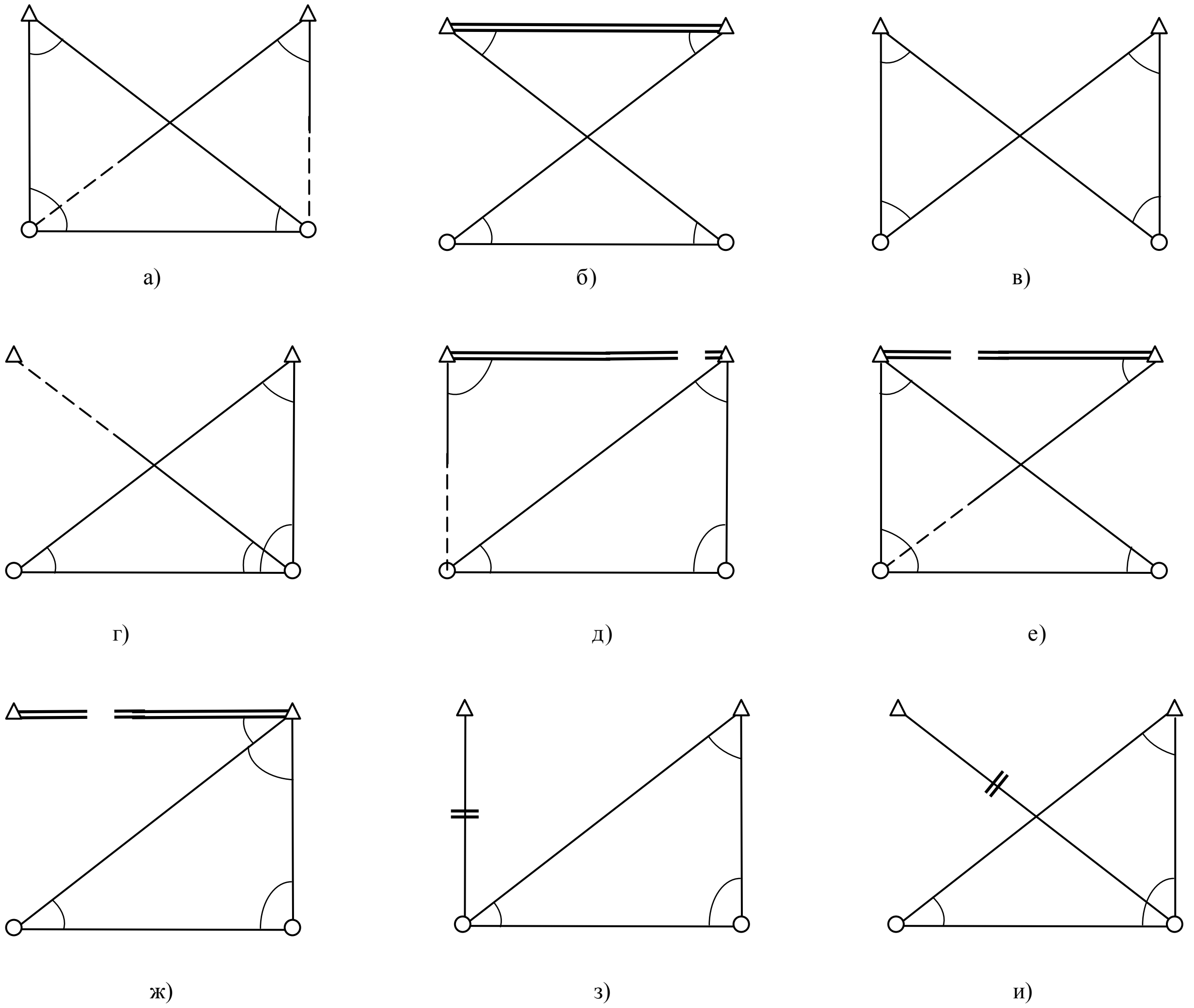

Рис. 4. Сети с дефектом конфигурации

На рисунках 5, 6 и 7 показаны сети с дефектами конфигурации для $3^х$, $4^х$ и 6 определяемых пунктов, для которых $N^{доп.} = 1$ (одна сторона между исходным и определяемым пунктами).

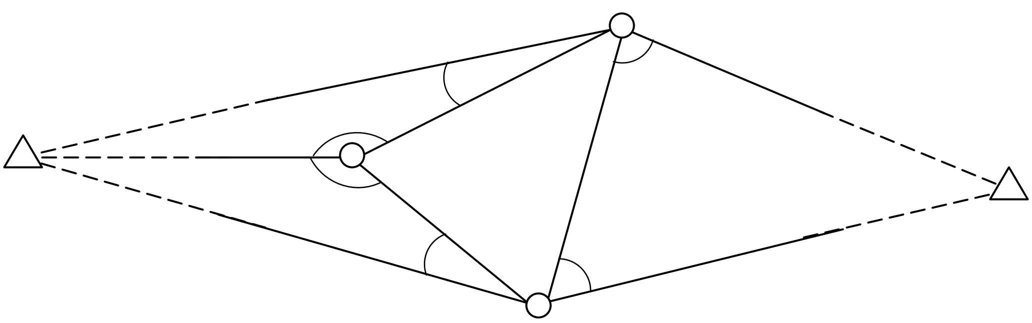

Рис. 5. Сеть с дефектом конфигурации

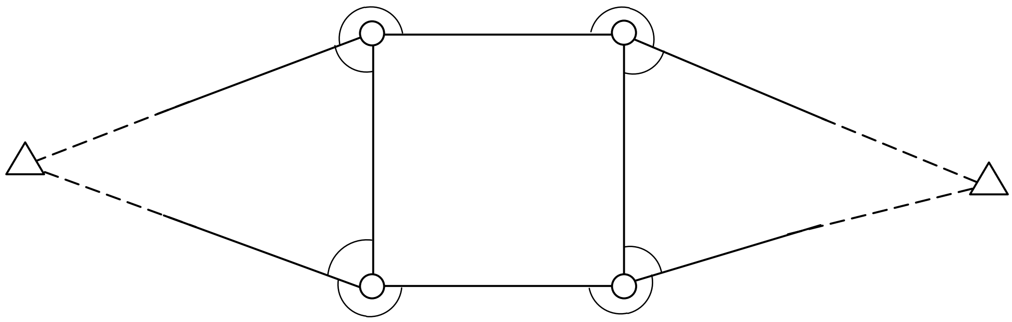

Рис. 6. Сеть с дефектом конфигурации

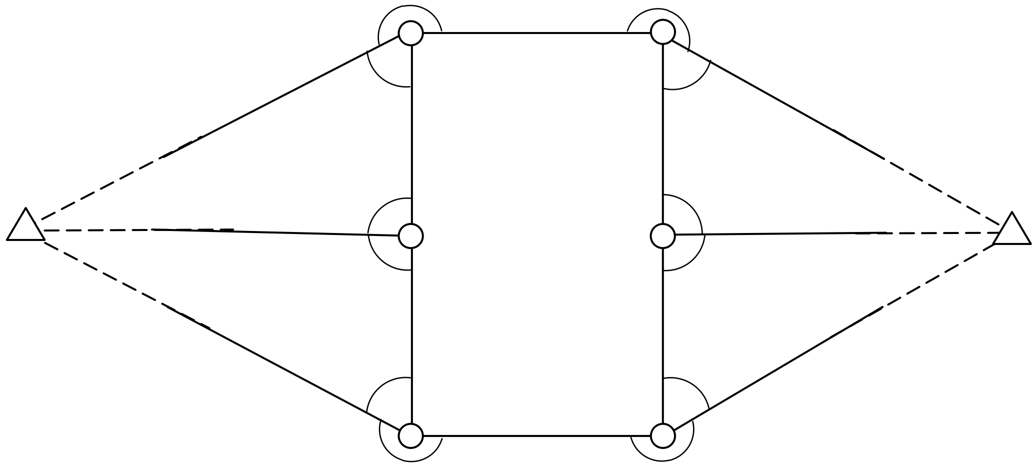

Рис. 7. Сеть с дефектом конфигурации

Выше даны геодезические построения, в которых возникает одно условие фигур и $N^{доп.} = 1$.

В **заключение** отметим, что дефект конфигурации может встречаться достаточно часто, и в процессе проектирования геодезических сетей необходимо стремиться к тому, чтобы $N^{доп.} = 0$.

Для подсчёта $N^{доп.}$ требуется находить $r^{реальное}$. Эта задача решается исполнителем по схеме геодезической сети и не подлежит автоматизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркузе, Ю.И. Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1989. – 248 с.
2. Зубрицкий, И.В. Метод четырёхугольников без диагоналей в геодезии и его точность / И.В. Зубрицкий // Уравновешивание и оценка точности сетей геодезического съёмочного обоснования: сборник. – Минск: Изд-во «Урожай», 1965.
3. Лебедев, Н.Н. Курс инженерной геодезии / Н.Н. Лебедев. – М.: Недра, 1974. – 360 с.
4. Грищенков, Е.В. Анализ качества построения однократных засечек двух пунктов по двум исходным / Е.В. Грищенков, Л.Ф. Зуева // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2006. – № 1(20). – С. 24 – 25.

Поступила 15.10.2009