ВОПРОСЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Выпуск I6 Серия общетехническая 1968

УДК 621.391.145

В.К. Железняк

СПЕКТР ОГИБАЮЩЕЙ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПАРАЗИТНОЙ ЧМ В СИСТЕМЕ ЗАПИСЬ-ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ

Рассматриваются процессы обогащения спектрального состава сигналов при прохождении через систему запись-воспроизведение с учетом нелинейности тракта и воздействия паразитной АМ и паразитной ЧМ.

Рассмотрим спектр огибающей паразитной амплитудной модуляции сигнала вида

$$U_{вх} = U_0 + U_{m_1} \cdot \sin \omega_1 t \qquad (I)$$

с учетом нелинейности системы и наличия паразитной частотной модуляции. Нелинейные искажения канала запись-воспроизведение оценим с помощью следующего полинома с нечетными степенями*:

$$U_{вых} = a_1 U_{вх} - a_3 U_{вх}^3 + a_5 U_{вх}^5, \qquad (2)$$

где $U_{вых}$, $U_{вх}$ – напряжения на выходе и входе системы;

a_1, a_3, a_5 – постоянные коэффициенты.

* Коэффициенты при четных членах полинома для упрощения расчетов принимаем равными нулю. Это допущение полностью оправдано для системы магнитной записи-воспроизведения сигнала [1].

Полагаем, что ω_1-произвольная частота, U_{m1}- произвольная амплитуда.

Амплитуда каждой составляющей является функцией времени $g(t)$. Тогда выражение (I) может быть представлено в виде:

$$U_{вх} = U_0[1+mg(t)] + U_{m1}[1+m_1 g(t)] \sin \omega_1 t, \qquad (3)$$

где m, m_1- коэффициенты, характеризующие величину модуляции амплитуды.

Пусть модуляция по амплитуде производится многочастотным сигналом вида

$$\sum_{i=1}^{M} U_i \cos \Omega_{Ai} t, \qquad (4)$$

а модуляция по частоте - суммой косинусоидальных составляющих, представленных в общем виде выражением [2]:

$$a = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ldots \sum_{u=-\infty}^{\infty} \left[J_n\left(\frac{\omega_1}{\Omega_1}\right) J_m\left(\frac{\omega_2}{\Omega_2}\right) \ldots J_u\left(\frac{\omega_k}{\Omega_k}\right) \times \right.$$
$$\left. \times \cos \left| \omega_0 t + \alpha_0 + n(\Omega_1 t + \varphi_1) + m(\Omega_2 t + \varphi_2) + \ldots + u(\Omega_k t + \varphi_k) \right] \right.^{*}. \qquad (5)$$

Учитывая выражение (4), представим выражение (3) в следующем виде:

$$U_{вх} = U_0 \left[1 + \sum_{i=1}^{M} m_i g(t)\right] + U_{m1} \left[1 + \sum_{i=1}^{M} m_{1i}\, g(t)\right] \sin \omega_1 t. \qquad (6)$$

Из выражений (2) и (6) можно получить результаты, приведенные в статье [7] табл. I, подставив при этом $U_{m2}=0$.

Закон изменения огибающей $g(t)$ при АМ с учетом выражения (4) представляется равенством:

$$g(t) = \sum_{i=1}^{M} \cos \Omega_{Ai} t. \qquad (7)$$

Для функции $g(t)$, модулированной по частоте суммой косинусоидальных составляющих (5), была составлена табл. 2 [7].

---

* См. примечание на стр. 9.

Основная частота ω_1 модулируется по частоте суммой косинусоидальных составляющих (5) (см. табл. 6 [7]). Исключим частоту ω_2 с ее гармониками.

Для определения спектральных составляющих амплитудной модуляции из сигнала, представленного в табл. I [7], выделим основную частоту ω_1 с ее боковыми составляющими. Далее подадим сигнал на линейный детектор. Для линейного детектора [3]

$$y = |x| = (1+m\sin\Omega t)|\sin\omega_1 t|. \qquad (8)$$

Функцию $|\sin\omega_1 t|$ представим рядом Фурье [3]:

$$|\sin\omega_1 t| = \frac{2}{\pi}\left(1-\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{4r^2-1}\cos 2r\omega_1 t\right). \qquad (9)$$

В нашем случае по аналогии с выражением (9) запишем:

$$\left|\sum_{n_m=-\infty}^{\infty}\cdot\prod_{m=1}^{K} J_{n_m}(\beta_m)\sin\left[(\omega_1+\sum_{m=1}^{K}n_m\Omega_m)t+\sum_{m=1}^{K}n_m\cdot\varphi_m\right]\right| = \left|\sum_{n_m=-\infty}^{\infty}\cdot\prod_{m=1}^{K}J_{n_m}(\beta_m)\cdot\frac{\pi}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\left\{1-\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{4r^2-1}\cdot\cos 2r\left[(\omega_1+\sum_{m=1}^{K}n_m\Omega_m)t+\sum_{m=1}^{K}n_m\varphi_m\right]\right\}\right|. \qquad (10)$$

Таким образом, на выходе линейного детектора напряжение пропорционально напряжению модулирующей функции и напряжению частот, которые нетрудно отделить емкостью детектора

$$\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{4r^2-1}\cos 2r\left[(\omega_1+\sum_{m=1}^{K}n_m\Omega_m)t+\sum_{m=1}^{K}n_m\varphi_m\right].$$

Из табл. I [7] и выражения (10), считая, что коэффициент передачи детектора равен $K_д$ и фильтра K, представим интересующее нас выражение огибающей паразитной АМ в следующем виде:

$$K\cdot K_д\left\{a_1\left[1+\sum_{i=1}^{M}m_{1i}\,g(t)\right]U_{m1}-3a_3\left\{\left[1+\sum_{i=1}^{M}(2m_i+m_{1i})g(t)+\right.\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{M}(m_i m_{1j}+2m_{1i}m_{1j})g^2(t)+\frac{1}{4}\sum_{i,j,q=1}^{M}m_i m_j m_{1q}\,g^3(t)\right]U_0\;U_{m1}^2\;+$$

$$+\frac{1}{4}\left[1+3\sum_{i=1}^{M} m_{1i}g(t)+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{M} 3m_{1i}m_{1j}\,g^2(t)+\frac{1}{4}\sum_{i,j,q=1}^{M} m_{1i}\,m_{1j}\,m_{1q}\,g^3(t)\right]U_{m1}^3\Bigg\}+$$

$$+5a_5\Bigg\{\Bigg[1+\sum_{i=1}^{M}(4m_i+m_{1i})g(t)+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{M}(6m_i\,m_j+4m_i\,m_{1j})g^2(t)+$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{i,j,q=1}^{M}(4m_i\,m_j\,m_q+6m_i\,m_j\,m_{1q})g^3(t)+\ldots\Bigg]U_0^4U_{m1}+\frac{3}{2}\Bigg[1+\sum_{i=1}^{M}(2m_i+3m_{1i})g(t)+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{M}(3m_{1i}\,m_{1j}+6m_i\cdot m_{1j}+m_i\,m_j)g^2(t)+\frac{1}{4}\sum_{i,j,q=1}^{M}(6m_i\cdot m_{1j}\,m_{1q}+m_{1i}\,m_{1j}\,m_{1q}+$$

$$+3m_i\,m_j\,m_{1q})g^3(t)+\ldots\Bigg]U_0^2U_{m1}^3+\frac{1}{8}\Bigg[1+5\sum_{i=1}^{M}m_{1i}\,g(t)+10\sum_{i,j=1}^{M}\frac{1}{2}m_{1i}\,m_{1j}\,g^2(t)+$$

$$+10\sum_{i,j,q=1}^{M}\frac{1}{4}m_{1i}\,m_{1j}\,m_{1q}\cdot g^3(t)+\ldots\Bigg]U_{m1}^5\Bigg\}\frac{1}{2}\left|\sum_{n_m=-\infty}^{\infty}\prod_{m=1}^{K}J_{n_m}(\beta_m)\right|. \quad (II)$$

Таким образом, спектр огибающей паразитной АМ обогащается составляющими, обусловленными нелинейностью амплитудной характеристики канала. Составляющие спектра включают составляющие исходных частот модулирующего сигнала, их гармоники и комбинационные частоты. Комбинационные частоты образованы из произведения частотных составляющих модулирующего сигнала и их гармоник. Амплитуды комбинационных составляющих значительно превышают амплитуды гармоник.

Число гармоник в спектре огибающей паразитной АМ меньше числа комбинационных составляющих.

Увеличение количества спектральных составляющих и изменение их амплитуд в выходном сигнале обусловлено частотной модуляцией.

В случае модуляции по частоте многочастотным сигналом каждая спектральная составляющая становится несущей. Появляется ряд дополнительных боковых полос такой же частоты, как и в случае "чистой" ЧМ. Амплитуда колебаний несущей частоты уменьшается соответственно функции Бесселя J_0. Боковые составляющие разнятся на величину Ω_1, а амплитуды определяются соответствующими функциями Бесселя, представленными в таблицах.

Помимо основных боковых частот, получаемых в результате действия каждого отдельного модулирующего напряжения, будут появляться всевозможные комбинационные частоты с амплитудами, пропорциональными произведениям функций Бесселя, порядок которых равен порядку комбинационных частот. В спектре появляются частотные составляющие от суммы и разности модулирующих частот и их гармоник, а также от суммы и разности модулирующих этих составляющих со всеми другими частотами модуляции и их гармониками.

Рассмотрим в этой связи спектральную составляющую, являющуюся несущей, и пару симметрично расположенных по отношению к несущей боковых составляющих. Очевидно, что это не что иное как АМ колебание. Представим АМ колебание в виде трех косинусоидальных составляющих [4, 5]

$$U_0 \cos \omega t + \frac{1}{2} U_1 \cos[\omega t - (\Omega t + \theta_1)] + \frac{1}{2} U_2 \cos[\omega t + (\Omega t + \theta_2)], \quad (I2)$$

где ω - несущая частота;

θ_1, θ_2 - начальные фазы;

Ω - частота модулирующего колебания.

Преобразуем (I2) к следующему виду:

$$U_0 \cos \omega t \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_1}{U_0} \cos(\Omega t + \theta_1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_2}{U_0} \cos(\Omega t + \theta_2)\right] +$$

$$+ U_0 \sin \omega t \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{U_1}{U_0} \sin(\Omega t + \theta_1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{U_2}{U_0} \sin(\Omega t + \theta_2)\right]. \quad (I3)$$

Выражение (I3) представлено в общем виде. При $U_1 = U_2 = U$ и $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ получим:

$$U_0 \cos \omega t \left[1 + \frac{U}{U_0} \cos(\Omega t + \theta)\right], \quad (I4)$$

т.е. АМ колебание.

При $U_1 \neq U_2$ и $\theta_1 \neq \theta_2$ амплитуда огибающей находится [4, 5] из выражения:

$$U_{огиб} = U_0 \sqrt{A^2 + B^2}, \qquad (I5)$$

где A и B - коэффициенты, характеризующие величину амплитуды при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$, соответственно.

$$A = \left[1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{U_1}{U_0}\cos(\Omega t + \theta_1) + \frac{1}{2}\cdot\frac{U_2}{U_0}\cos(\Omega t + \theta_2)\right]; \qquad (I6)$$

$$B = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{U_1}{U_0}\sin(\Omega t + \theta_1) - \frac{1}{2}\cdot\frac{U_2}{U_0}\sin(\Omega t + \theta_2)\right]; \qquad (I7)$$

$$U_{огиб} = U_0 \sqrt{\left[1 + \frac{1}{2}\frac{U_1}{U_0}\cos(\Omega t + \theta_1) + \frac{1}{2}\frac{U_2}{U_0}\cos(\Omega t + \theta_2)\right]^2 + \left[\frac{1}{2}\frac{U_1}{U_0}\sin(\Omega t + \theta_1) - \frac{U_2}{U_0}\sin(\Omega t + \theta_2)\right]^2}. \qquad (I8)$$

Обозначив $\frac{U_1}{U_0} = m_1$; $\frac{U_2}{U_0} = m_2$ и произведя тригонометрические преобразования, представим выражение (I8) в виде:

$$U_{огиб} = U_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4}m_1^2 + \frac{1}{4}m_2^2 + \frac{1}{2}m_1 m_2 \cos(2\Omega t + \theta_1 + \theta_2) + m_1\cos(\Omega t + \theta_1) + m_2\cos(\Omega t + \theta_2)} \qquad (I9)$$

Обозначив

$$x = \frac{1}{4}\cdot m_1^2 + \frac{1}{4}m_2^2 + \frac{1}{2}m_1 m_2 \cos(2\Omega t + \theta_1 + \theta_2) + m_1\cos(\Omega t + \theta_1) + m_2\cos(\Omega t + \theta_2) \qquad (20)$$

и используя [6]

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 \ldots \qquad (2I)$$

для $n = \frac{1}{2}$, получим:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \ldots \qquad (22)$$

Произведя преобразование и пренебрегая членами с x в степени выше второй, из выражений (I9), (20) и (22) получим:

$$U_{огиб}=1+\frac{1}{16}m_1^2+\frac{1}{16}m_2^2+\frac{1}{2}m_1\cos(\Omega t+\theta_1)+\frac{1}{2}m_2(\Omega t+\theta_2)-\frac{1}{8}m_1m_2\cos(\theta_1-\theta_2)+$$

$$+\frac{1}{8}m_1m_2\cos(2\Omega t+\theta_1+\theta_2)-\frac{1}{16}m_1^2\cos(2\Omega t+2\theta_1)-\frac{1}{16}m_2^2\cos(2\Omega t+2\theta_2). \quad (23)$$

Учитывая уравнения (16) и (17), представим выражение (13) в виде:

$$AU_0\cos\omega t+BU_0\sin\omega t. \quad (24)$$

Первое слагаемое выражение (24) совпадает по фазе с несущим колебанием выражения (12), второе слагаемое отличается по фазе от несущего колебания на $\frac{\pi}{2}$. Первое слагаемое принято называть синфазной, а второе - квадратурной составляющей [5].

Из выражения (13) видно, что квадратурная составляющая отсутствует при $U_1=U_2=U$ и $\theta_1=\theta_2=\theta$.

Из выражения (23) видно, что квадратурная составляющая вызывает искажение огибающей, так как в спектре огибающей появляются дополнительные составляющие.

Модулированное колебание представим в виде:

$$U_0\sqrt{A^2+B^2}\cos(\omega t+\psi), \quad (25)$$

где

$$\psi=\operatorname{arc\,tg}\frac{B}{A}=\operatorname{arc\,tg}\frac{U_1\sin\theta_1+U_2\sin\theta_2}{U_1\cos\theta_1+U_2\cos\theta_2}.$$

Угол ψ характеризует появление фазовых искажений несущего колебания.

Таким образом, огибающая паразитной АМ при прохождении сигнала, состоящего из постоянной и гармонической составляющих, через систему запись-воспроизведение включает в себя гармоники и комбинационные частоты, обусловленные нелинейностью системы.

Увеличение количества спектральных составляющих и изменение соотношения их амплитуд обусловлено паразитной ЧМ.

Квадратурная составляющая вызывает искажение огибающей АМ за счет появления дополнительных составляющих.

Из-за перечисленных выше факторов огибающая АМ становится несимметричной.

Рассмотрим изменение спектра огибающей амплитудно-модулированного колебания, прошедшего через тракт магнитной записи.

Пусть U_{m1} в выражении (I) меняется по закону модулирующего сигнала:

$$U_{m1} = U_м \left(1 + \sum_{k=1}^{n} M_k G(t)\right), \tag{26}$$

где

$$G(t) = \sum_{k=1}^{n} \cos \Omega_k t. \tag{27}$$

Учитывая выражение (26), представим выражение (3) в следующем виде:

$$U_{вх} = U_0 \left[1 + m\, g(t)\right] + U_м \left(1 + \sum_{k=1}^{n} M_k G(t)\right)\left[1 + m_1\, g(t)\right] \sin \omega_1 t. \tag{28}$$

В результате прохождения сигнала (27) через систему запись-воспроизведение функция G(t) модулируется по частоте суммой косинусоидальных составляющих (5) аналогично (7). Из сигнала, представленного в табл. I [7], выделим основную частоту ω_1 с ее боковыми составляющими. Считаем, что такое выделение производится без искажений.

Выражение (8) запишем с учетом (26) и после несложных преобразований представим выражение при коэффициенте a_1 в виде:

$$K\left\{a_1\left[1 + \sum_{k=1}^{n} M_k G(t) + \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{n} m_{1i}\, g(t) \cdot M_k G(t)\right] U_м\right\}. \tag{29}$$

На основании (II), (26), (29) можно заключить, что выводы, сделанные для спектра огибающей паразитной АМ, полностью относятся и к спектру огибающей амплитудно-модулированного колебания.

Кроме того, спектр огибающей амплитудно-модулированного колебания содержит дополнительные составляющие за счет взаимодействия огибающей АМ и огибающей паразитной АМ (второй член выражения 29). Количество составляющих, их амплитуда зависят от m, M, β.

Выводы

1. Спектр огибающей паразитной амплитудной модуляции гармонического сигнала обогащен составляющими, обусловленными нелинейностью амплитудной характеристики.

2. Паразитная частотная модуляция дает ряд дополнительных составляющих, при этом изменяется и соотношение их амплитуд.

3. Неравномерность частотной характеристики системы и одновременное воздействие на сигнал паразитных АМ и ЧМ обуславливают появление квадратурных искажений, вызывающих искажения огибающей.

4. Из-за перечисленных выше факторов огибающая гармонического сигнала, обусловленная паразитной АМ, становится несимметричной.

5. Спектр огибающей амплитудно-модулированного колебания значительно сложнее спектра огибающей гармонического сигнала, т.е. содержит ряд дополнительных составляющих, обусловленных взаимодействием огибающих.

Литература

1. Zenner R.E. Magnetic Recording with AC Bias. Proc. IRE, Febr. 1951, v. 39, N 2.

2. Лауфер М.В. Спектральный состав частотно-модулированных колебаний при сложном периодическом законе модуляции. Сб. трудов Киевского института киноинженеров. 1954, вып. 2.

3. Харкевич А.А. Спектры и анализ. Физматгиз, 1962.

4. Егоров К.П. Передача телевизионных сигналов по линиям дальней связи. Связьиздат, 1953.

5. Зиновьев А.Л., Филиппов Л.И. Методы аналитического выражения радиосигналов. "Высшая школа", 1966.

6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1962.

7. Железняк В.К. Спектральный состав выходного сигнала в системе запись-воспроизведение при одновременном воздействии паразитной амплитудной и частотной модуляции. "Вопросы радиоэлектроники", серия Общетехническая, 1967, вып. 13.

Статья поступила 13 марта 1968 г.