

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»



М. В. Киселева, Е. З. Зевелева

ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Методические указания
для иностранных студентов
технических специальностей

Текстовое электронное издание

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
2020

УДК 514.18(075.8)

Одобрено и рекомендовано к изданию методической комиссией
механико-технологического факультета в качестве методических указаний
(протокол № 5 от 02.04.2020)

Кафедра технологии и оборудования машиностроительного производства

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

ст. преп. каф. архитектуры, О.Д. КУЗЯКОВА
канд. техн. наук, доц., зав. каф. автомобильного транспорта, Т.В. ВИГЕРИНА

Содержат примеры решения типовых задач по проекциям точки, взаимном положении прямых, прямой и плоскости, взаимном положении двух плоскостей, многогранникам и поверхностям вращения.

Предназначены для иностранных студентов технических специальностей.

2 – дополнительный титульный экран – производственно-технические сведения

Для создания текстового электронного издания «Основы начертательной геометрии» использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

Мария Владимировна Киселева
Елена Зевельевна Зевелева

ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Методические указания
для иностранных студентов
технических специальностей

Редактор *О.Ю. Тарасевич*

Подписано к использованию 28.10.2020.
Объем издания: 1,79 Мб. Заказ 576.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014.

ЛП № 02330/278 от 08.05.2014.

211440, ул. Блохина, 29,
г. Новополоцк,
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44
<http://www.psu.by>

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
КАК РАБОТАТЬ С МЕТОДИЧЕСКИМИ УКАЗАНИЯМИ	5
1. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ	6
2. ПРЯМАЯ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ	7
3. ПЛОСКОСТЬ. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ	10
4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ	17
ЛИТЕРАТУРА	28

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические указания предназначены для подготовки к практическим занятиям по разделу «Начертательная геометрия» иностранных студентов. Их цель: познакомить студентов с графическими методами отображения пространства, научить изображать геометрические формы на плоскости, по изображениям представлять их в пространстве, привить навыки самостоятельного решения позиционных и метрических задач.

Начертательная геометрия и ее методы находят применение в различных областях науки и техники: в машиностроении, архитектуре, строительстве, изобразительном искусстве.

Основным методом проецирования является ортогональное проецирование. Этот метод основан на проецировании пространственного объекта на две взаимно перпендикулярные плоскости лучами, перпендикулярными (ортогональными) к этим плоскостям.

В строительстве и машиностроении применяется также аксонометрическое проецирование. Изображения (чертежи), полученные с помощью такого проецирования, имеют высокую наглядность и простые построения.

В методических указаниях представлены основы начертательной геометрии. Более широко решение задач рассматривается при выполнении ЭПЮРОВ и на практических занятиях.

КАК РАБОТАТЬ С МЕТОДИЧЕСКИМИ УКАЗАНИЯМИ

Для каждой темы рекомендуется изучить соответствующий раздел теории в учебно-методическом комплексе «Начертательная геометрия и инженерная графика», часть 1 под общ. редакцией Яромовича С.В. [1] или в другой литературе по начертательной геометрии. Разобрать приведенный пример. В тетради выполнить задания, которые размещены после примера к соответствующей теме, перечерчивая все необходимые эпюры.

1. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ

Теория: [1] стр.9–19.

Проецирование выполняется на трех взаимно перпендикулярных плоскостях (рисунок 1.1):

P_1 – горизонтальная плоскость проекций;

P_2 – фронтальная плоскость проекций;

P_3 – профильная плоскость проекций.

Линии пересечения этих плоскостей называют осями проекций (координатными):

OX – ось абсцисс (линия пересечения плоскостей P_1 и P_2);

OY – ось ординат (линия пересечения плоскостей P_1 и P_3);

OZ – ось аппликат (линия пересечения плоскостей P_2 и P_3);

и рассматривают как систему прямоугольных декартовых координат с центром O .

Положение точки в пространстве определяется тремя координатами: $A(X, Y, Z)$.

Для получения прямоугольных проекций точки A необходимо из этой точки опустить перпендикуляры на плоскости проекций. Основания перпендикуляров являются проекциями данной точки:

A_1 – горизонтальная проекция точки;

A_2 – фронтальная проекция точки;

A_3 – профильная проекция точки.

Для получения более удобного чертежа необходимо совместить плоскости проекций P_1 и P_3 вместе с изображенными на них проекциями точки A с плоскостью проекций P_2 поворотом их вокруг осей OX и OZ в направлении, указанном стрелкой (рисунок 1.1). Такой совмещенный чертеж называется эпюром (от франц. «eplurer» – очищенный) (рисунок 1.2).

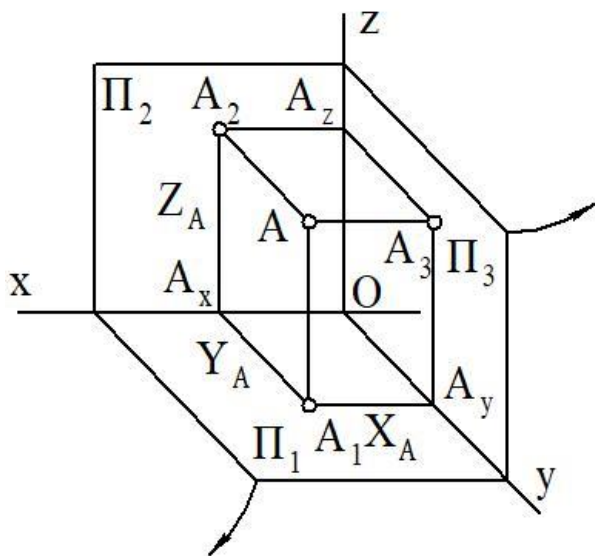


Рисунок 1.1. – Совмещение плоскостей проекций

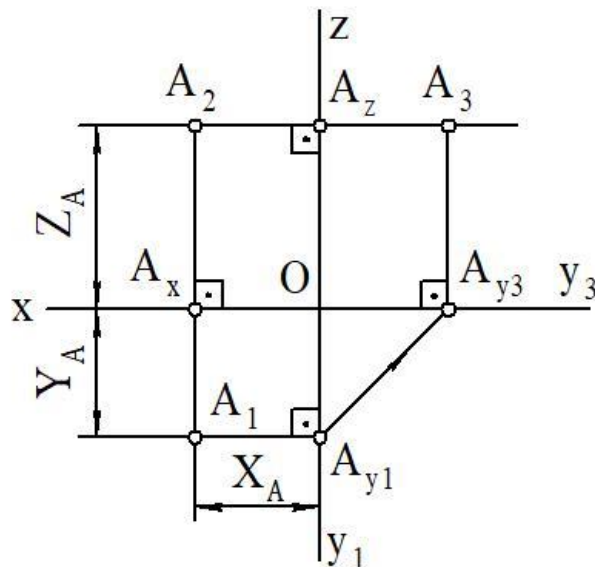


Рисунок 1.2. – Эпюр

Пример:

По координатам точки $A(10; 20; 15)$ построить эпюр точки. Определить в какой четверти или плоскости находится точка.

Решение:

Координаты точки $X=10, Y=20, Z=15$. Откладываем их на соответствующих осях и проводим линии связи. Обозначаем проекции (рисунок 1.3).

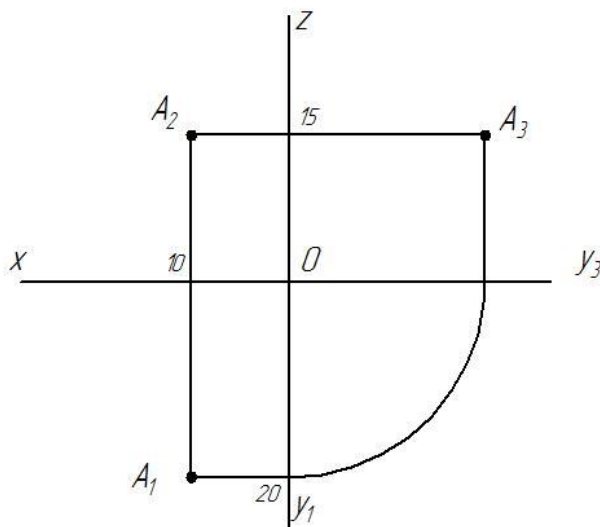
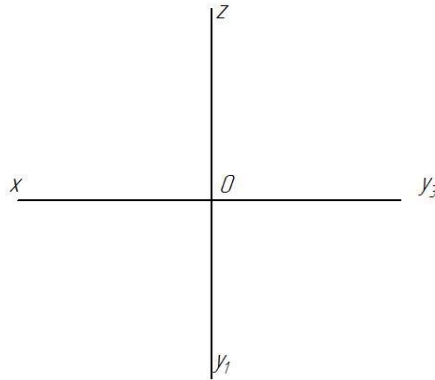


Рисунок 1.3. – Проекции к примеру

Т.к. все координаты отличны от нуля и анализируя расположение проекций делаем вывод, что точка принадлежит I четверти.

Задачи

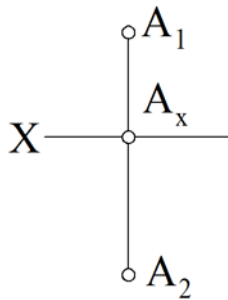
1. По заданным координатам x, y, z постройте эпюры точек. Ответьте на вопрос: «Где находится точка?»: А (25;20;0), В (15;10;0), С (0;15;0).



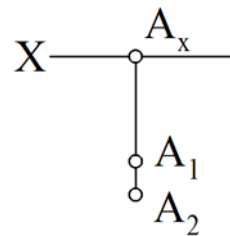
A— _____ B— _____ C— _____

2. Определите по эпюру, в какой четверти находится точка:

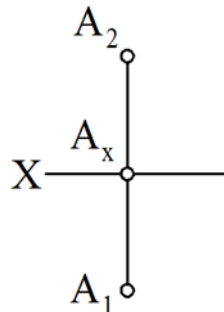
а)



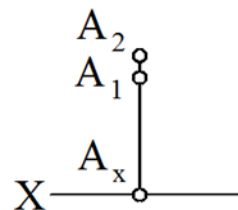
б)



в)



г)



2. ПРЯМАЯ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Теория: [1] стр.20–32.

Положение прямой линии в пространстве определяется двумя точками или точкой и направлением. Поэтому на эюре прямую можно задать проекциями ее отрезка (рисунок 2.1), проекциями некоторой произвольной части прямой, не указывая концевых точек этой части (рисунок 2.2), или указывая одну точку этой прямой (рисунок 2.3).

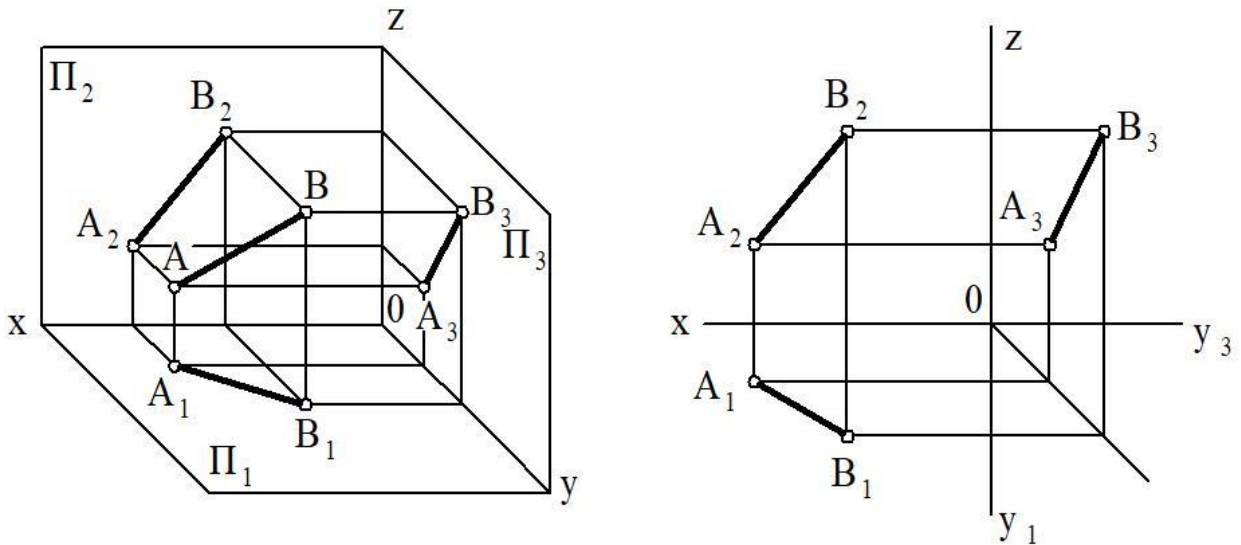


Рисунок 2.1. – Проекция отрезка прямой

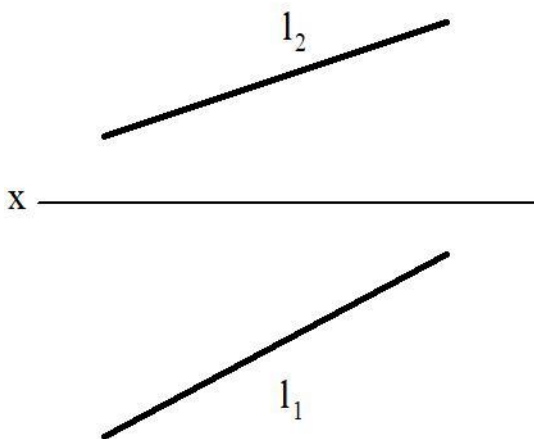


Рисунок 2.2. – Проекция некоторой произвольной прямой без указания концевых точек этой части

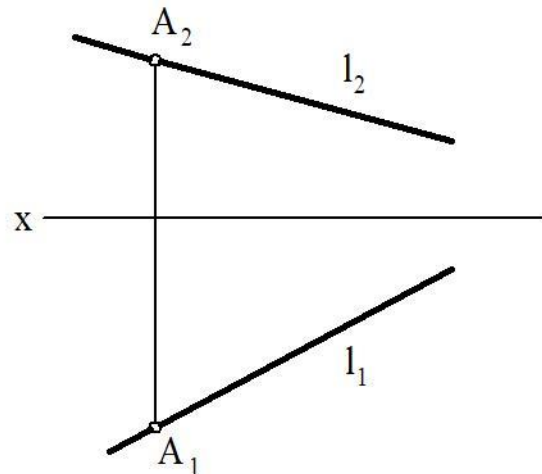
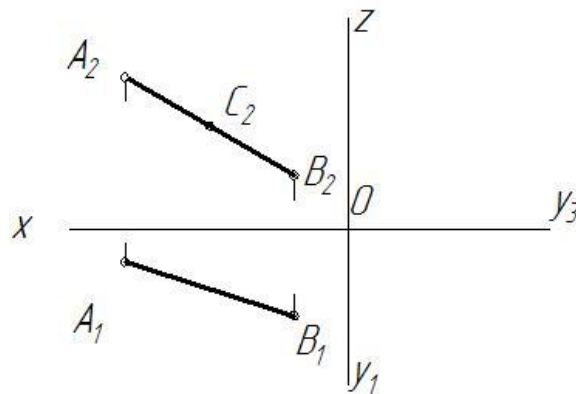


Рисунок 2.3. – Проекция некоторой произвольной прямой с указанием одной точки этой части

Прямая может быть общего или частного положения. Прямая общего положения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций. Прямые, параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называют прямыми частного положения. В каждом случае прямые имеют характерные эпюры.

Пример:

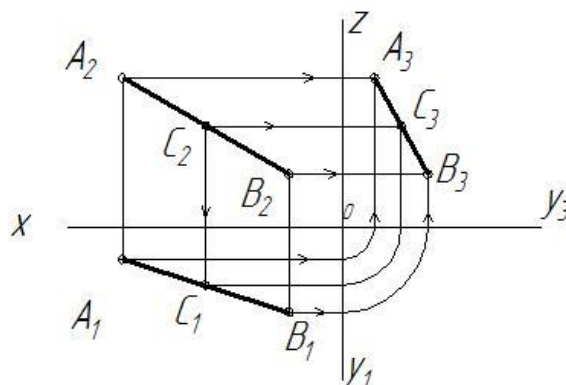
Постройте третью проекцию отрезка на эпюре. Постройте недостающую проекции точки С, которая принадлежит отрезку.



Ответьте на вопрос: «Как расположен отрезок в пространстве?».

Решение:

По линиям связи находим проекцию C_1 , проведя линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией A_1B_1 . Затем строим третью проекцию отрезка и точки С.



Анализируя эпюр прямой, делаем вывод, что прямая не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций, а значит это прямая общего положения.

Задачи

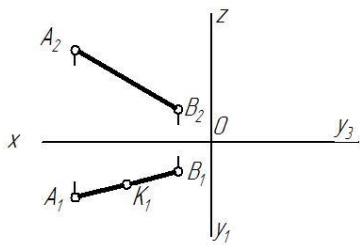
1. Как может быть расположена прямая относительно плоскостей проекций?

1. _____
2. _____
3. _____

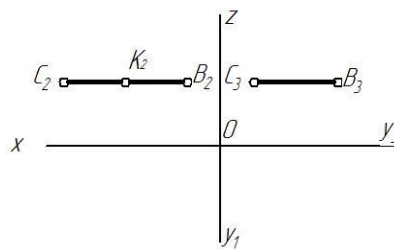
2. Постройте третью проекцию отрезка на эюре. Постройте недостающие проекции точки К, которая принадлежит отрезку.

Ответьте на вопрос: «Как расположены отрезки в пространстве?».

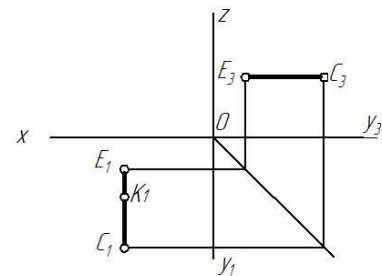
а)



б)



в)

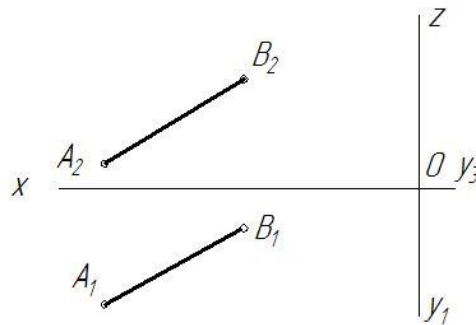


AB— _____

CB— _____

CE— _____

3. Что такое след прямой? Построить следы прямой АВ.



4. Какое взаимное положение могут занимать прямые в пространстве?

1. _____
2. _____
3. _____

3. ПЛОСКОСТЬ. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

Теория: [1] стр.33–58.

Плоскость на чертеже может быть задана:

- проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рисунок 3.1, а);
- проекциями отрезка прямой и точкой, не лежащей на прямой (рисунок 3.1, б);
- проекциями двух пересекающихся отрезков прямых (рисунок 3.1, в);
- проекциями двух отрезков параллельных прямых (рисунок 3.1, г);
- проекциями плоской фигуры (треугольника) (рисунок 3.1, д).

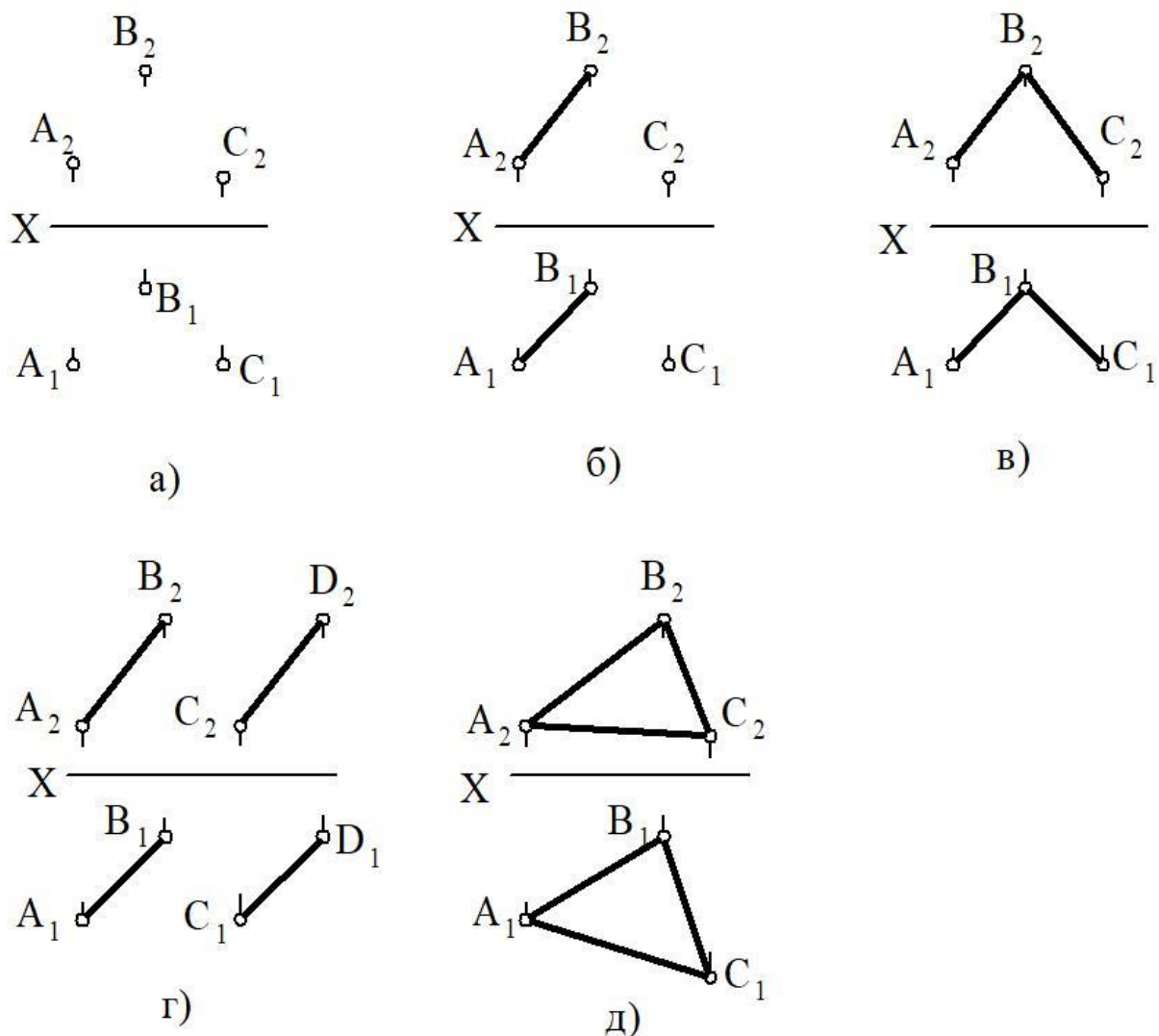
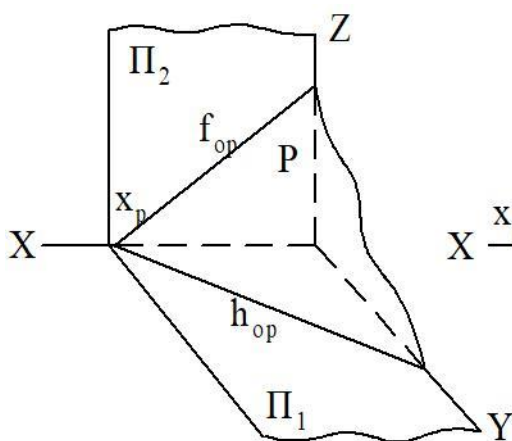


Рисунок 3.1. – Способы задания плоскости с помощью проекций

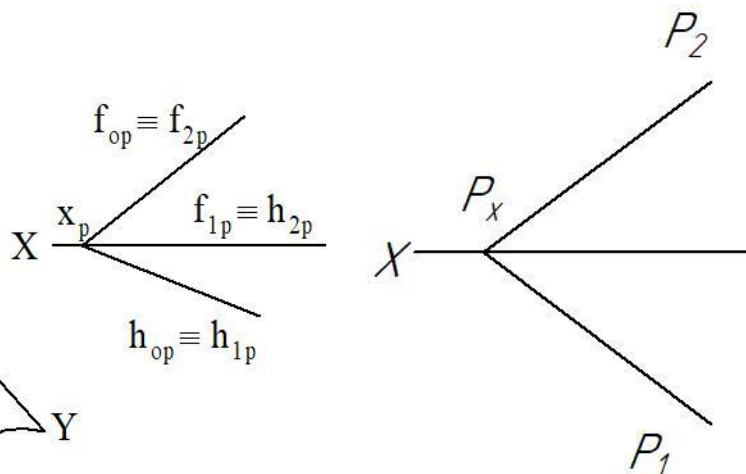
Плоскость на чертеже также может быть задана следами плоскости, которыми называются линии пересечения плоскости с плоскостями проекций (рисунок 3.2, а, б).

Целесообразно следы плоскости обозначить на чертежах по наименованию самих плоскостей проекций (Π_1 , Π_2) или по обозначению их индексов, например, P_{Π_1} и P_{Π_2} , или же P_1 и P_2 (рис. 3.3). Такое обозначение более удобно при решении задач.



а)

Рисунок 3.2. – Следы плоскости



б)

Рисунок 3.3. – Обозначения следов плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, находящиеся в этой плоскости, или если она проходит через одну точку плоскости и параллельна прямой, принадлежащей данной плоскости (рисунок 3.4).

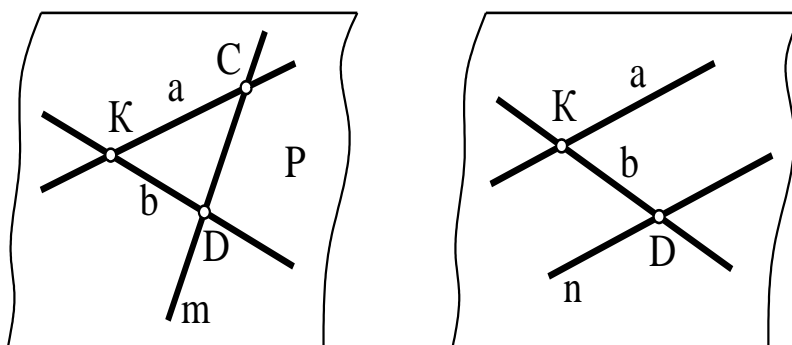


Рисунок 3.4. – Принадлежность прямой плоскости

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, находящейся в этой плоскости. На рисунке 3.5 и 3.6 показано построение проекции точки D, принадлежащей плоскости, заданной треугольником ABC.

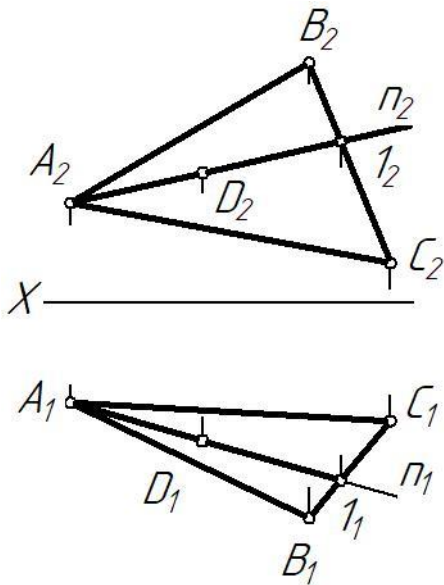


Рисунок 3.5. – Построение проекции точки D

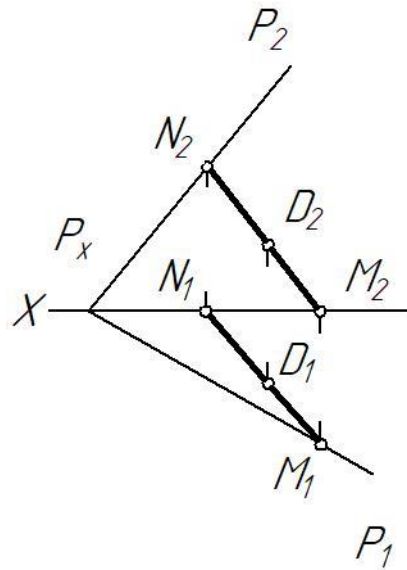


Рисунок 3.6. – Построение проекции точки D

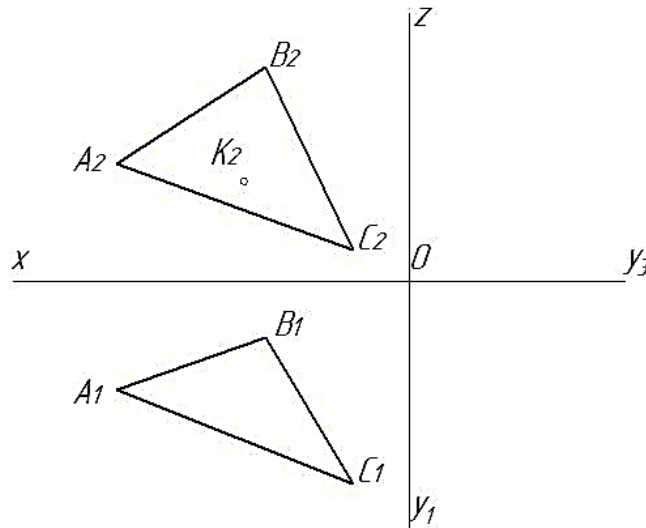
К главным линиям плоскости относятся горизонтالي (h) (прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций), фронтالي (f) (прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций), профильные прямые (р) (прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные профильной плоскости проекций) и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций.

Линиями наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций (горизонтальной, фронтальной и профильной) называются прямые, принадлежащие этой плоскости и перпендикулярные соответственно горизонталям, фронталям, профильным прямым плоскости, или же соответствующим следам плоскости. Линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций называют линией ската.

Прямая линия относительно плоскости может занимать следующие положения: находиться в плоскости, быть параллельной плоскости и пересекаться с плоскостью.

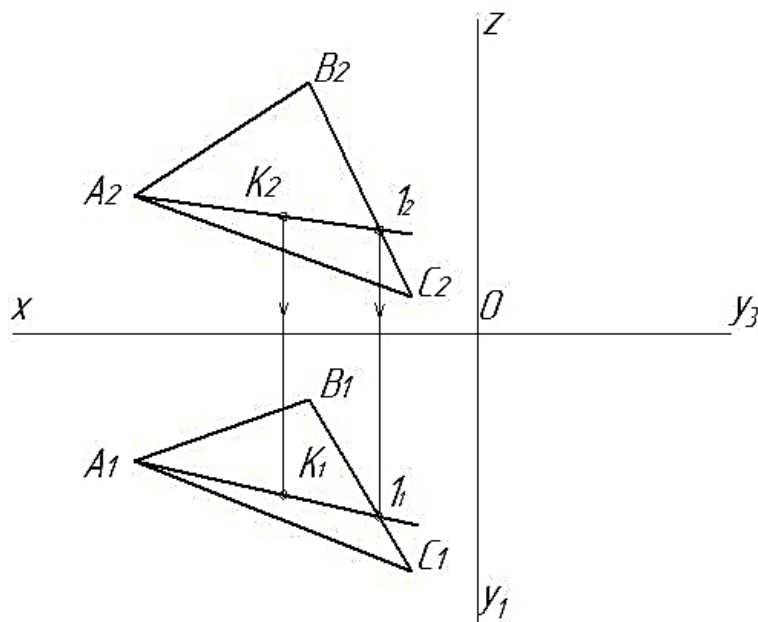
Пример:

Постройте горизонтальную проекцию точки K, принадлежащую плоскости ΔABC . Определите положение плоскости ΔABC в пространстве.



Решение:

1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Проводим проекцию прямой через точки A_2 и K_2 . На пересечении A_2K_2 и B_2C_2 получаем проекцию точки 1_2 . Находим проекцию точки 1 на плоскость Π_1 (1_1 на B_1C_1). Соединяем A_1 и 1_1 . На эту проекцию прямой проецируем точку K (K_1).



2. Анализируя проекции ΔABC , делаем вывод, что это плоскость общего положения.

Задачи

1. Какими геометрическими элементами можно задать плоскость на чертеже?

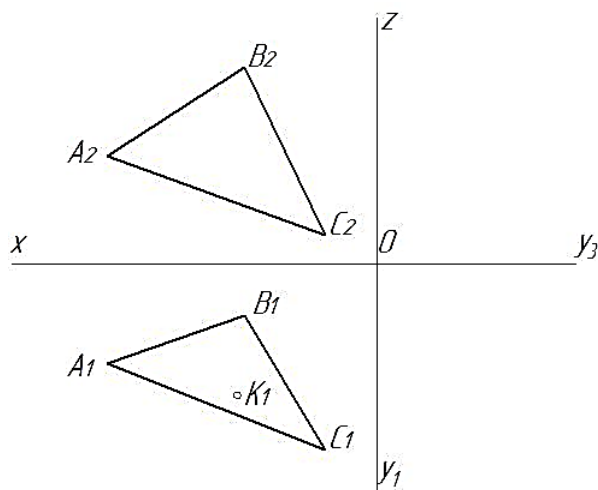
1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

2. Как может быть расположена плоскость в пространстве относительно плоскостей проекций?

1. _____
2. _____
3. _____

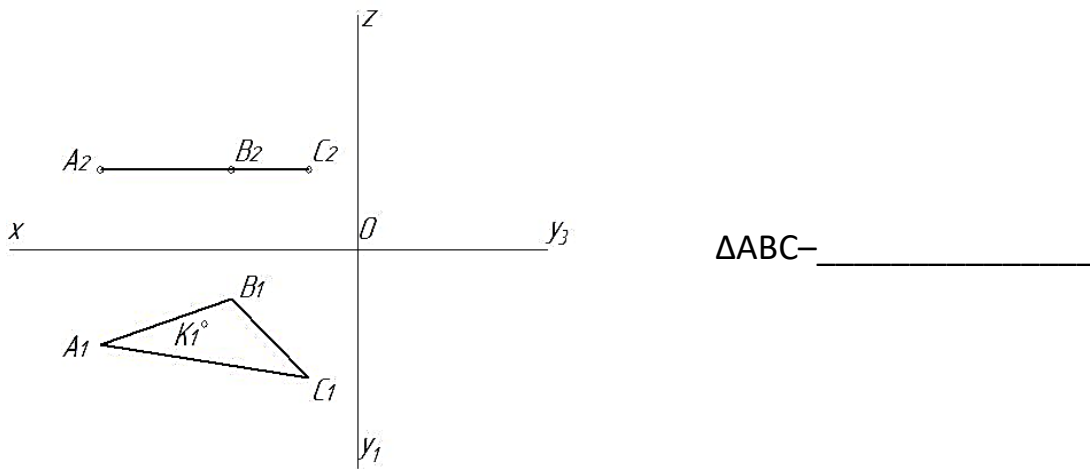
3. Постройте третью проекцию ΔABC , недостающие проекции точки K , которая принадлежит плоскости ΔABC . Ответьте на вопрос: «Как расположена плоскость ΔABC в пространстве?».

а)

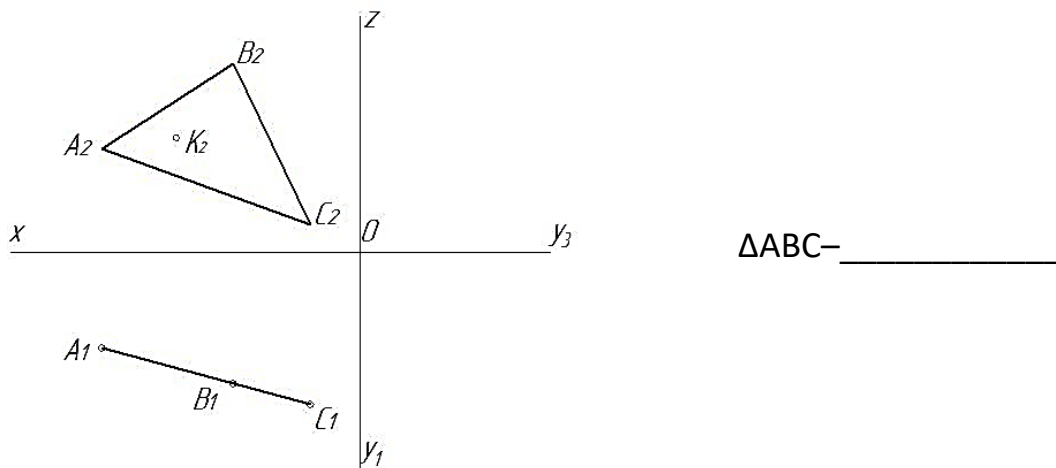


ΔABC — _____

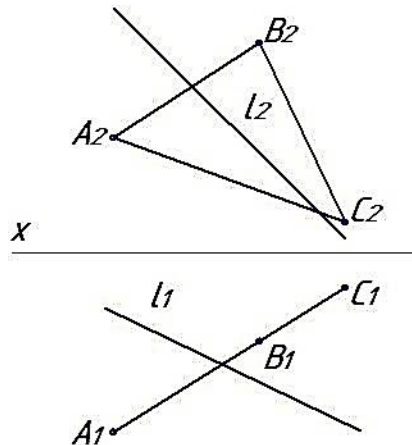
б)



в)



4. Найти точку пересечения прямой l и плоскости ΔABC . Определить видимость прямой.



5. Прямая линия относительно плоскости может занимать следующие положения:

1. _____

2. _____

3. _____

4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Теория: [1] стр.59–66.

Две плоскости в пространстве могут занимать два различных положения: они могут быть параллельны между собой или пересекаться.

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости (рисунок 4.1).

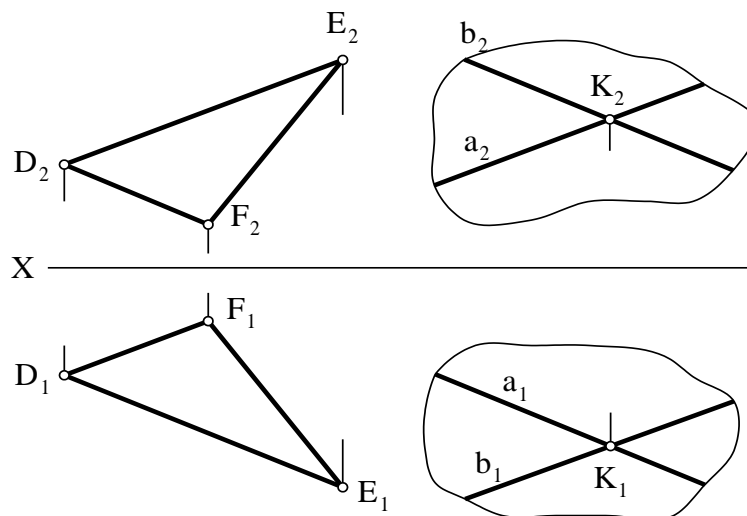


Рисунок 4.1. – Параллельность двух плоскостей

Если плоскости заданы следами, то признаком параллельности данных плоскостей является параллельность одноименных следов P_1 и Γ_1 , P_2 и Γ_2 (рисунок 4.2, а, б).

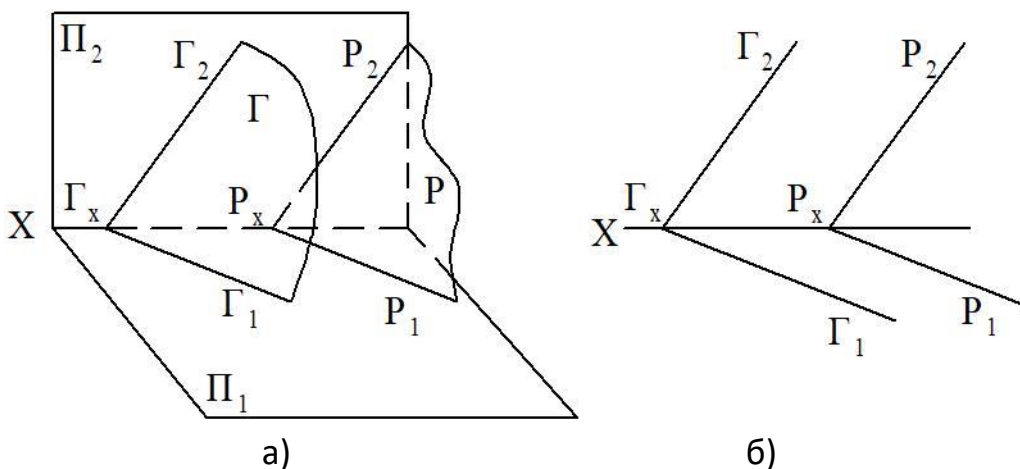


Рисунок 4.2. – Параллельность следов плоскостей

Плоскости пересекаются, если хотя бы одна пара одноименных следов пересекается (рисунок 4.3).

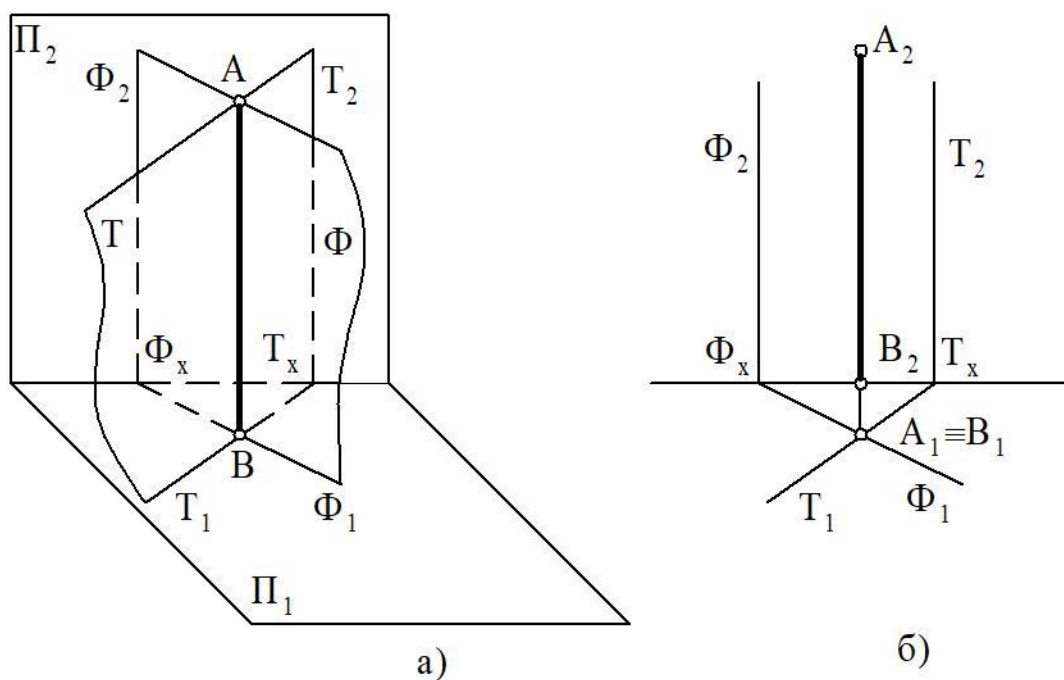
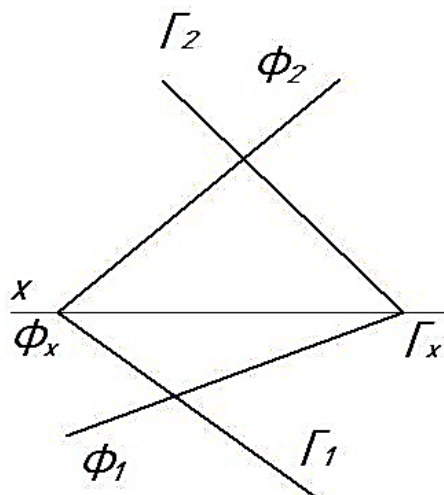


Рисунок 4.3. – Пересечение плоскостей

Пример:

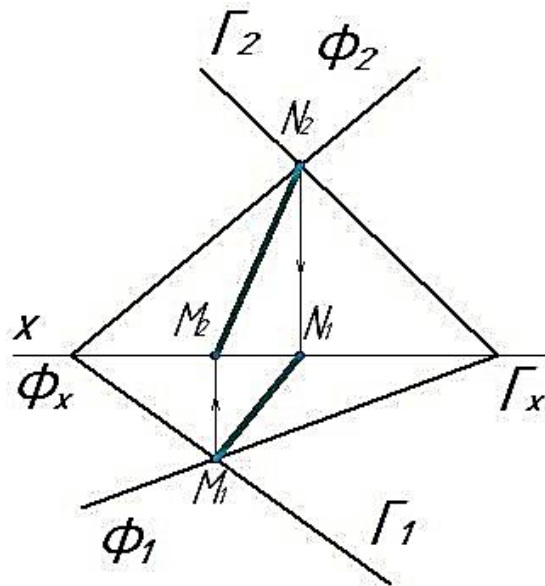
Построить линию пересечения двух плоскостей.



Решение:

1. Находим точку пересечения горизонтальных следов M_1 , по линии связи проецируем на ось OX (M_2).
2. Находим точку пересечения горизонтальных следов N_2 , по линии связи проецируем на ось OX (N_1).

3. Соединяем M_1 и N_1 – горизонтальная проекция линии пересечения.
 Соединяем N_2 и M_2 – фронтальная проекция линии пересечения.



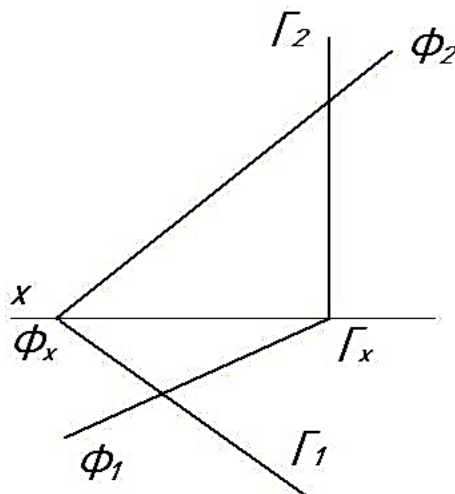
Задачи

1. Две плоскости в пространстве могут быть:

- 1 _____
- 2 _____

2. Изобразите следами две параллельные плоскости.

3. Найдите линию пересечения двух плоскостей:



5. МНОГОГРАННИКИ И ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Теория: [1] стр.91–99, стр.103–118.

Одним из видов пространственных форм являются многогранники. Форма и положение многогранника в пространстве могут быть определены заданием его ребер, основанием и вершиной, если это пирамида, основанием и высотой, если это призма.

Выбирая положение пирамиды или призмы для их изображения, целесообразно располагать основания фигур параллельно плоскости проекций. Примеры приведены на рисунке 5.1. На рисунке в системе плоскостей проекций Π_1/Π_2 изображены трехгранная пирамида, прямая и наклонная призмы.

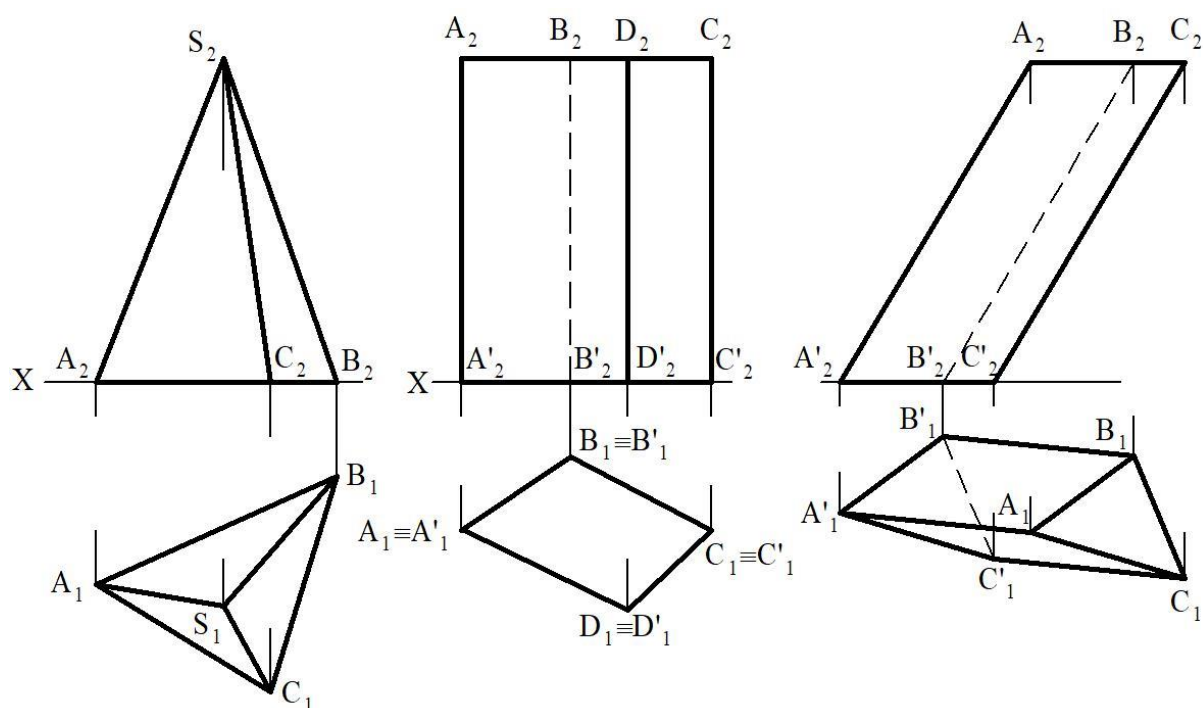


Рисунок 5.1. – Примеры расположения пирамиды или призмы на плоскости

Как видно, пирамида задается на эюре проекциями ее основания и вершины, а призма – проекциями основания и ребер.

Поверхностью вращения называют поверхность, полученную от вращения какой-либо образующей линии l вокруг неподвижной прямой i – оси поверхности (рисунок 5.2).

Различают поверхности вращения с прямолинейной и криволинейной образующей.

К поверхностям вращения с прямолинейной образующей относятся цилиндрическая и коническая поверхности вращения.

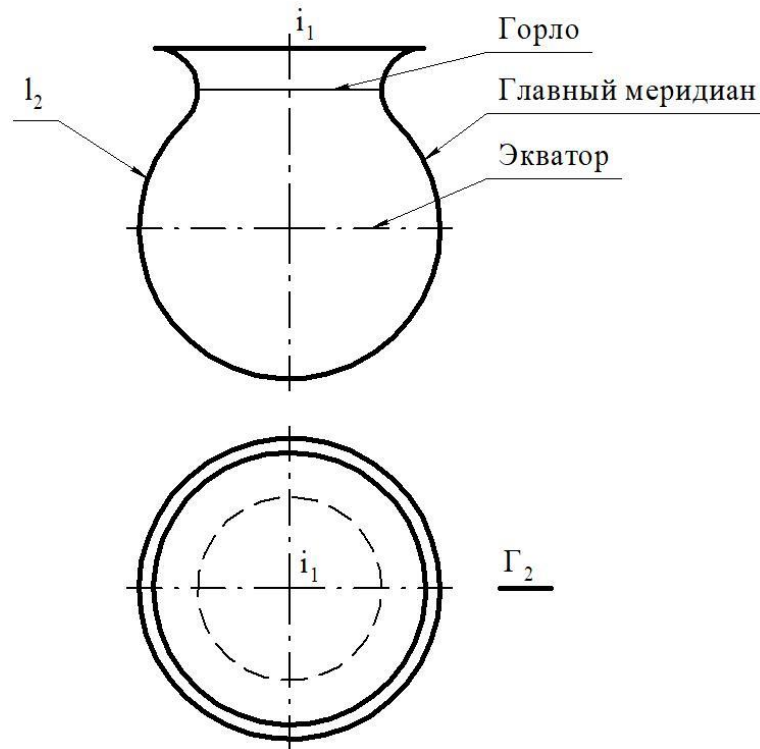


Рисунок 5.2. – Поверхность вращения

Наиболее распространенными поверхностями вращения с криволинейной образующей являются сфера, эллипсоид, параболоид и гиперболоид вращения.

Цилиндрическая поверхность – рисунок 5.3, коническая поверхность – рисунок 5.4, сфера – рисунок 5.5.

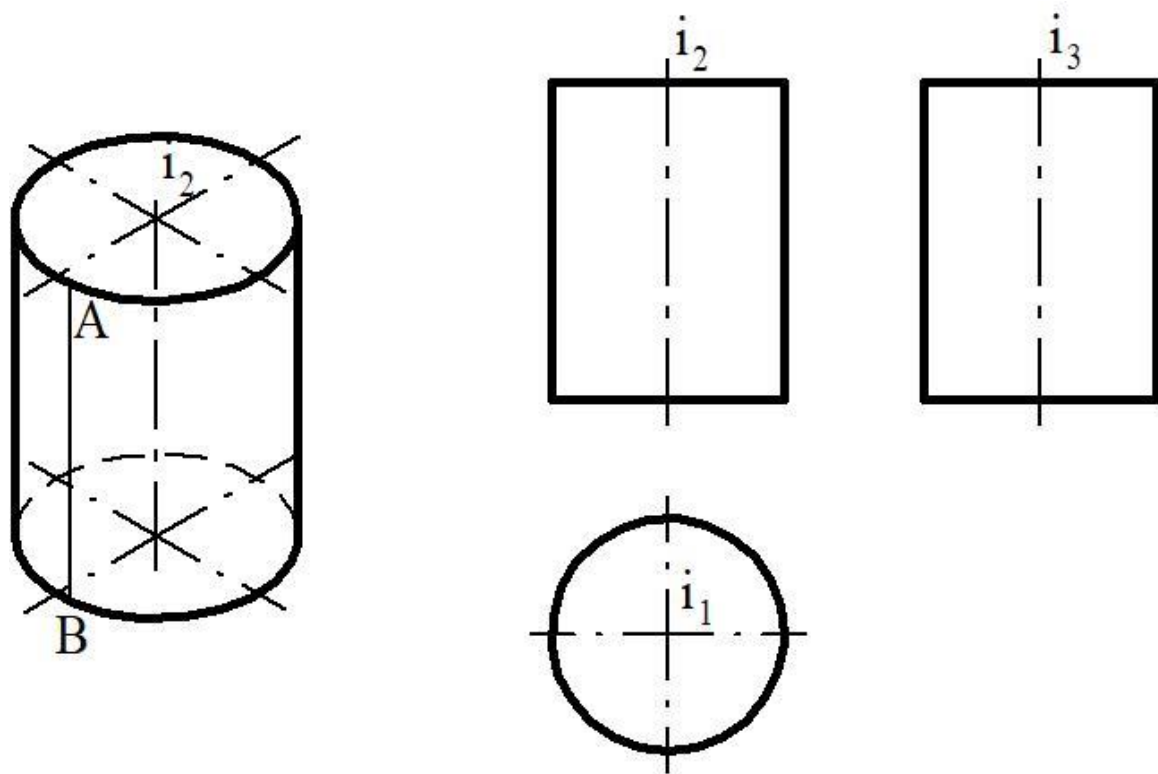


Рисунок 5.3. – Цилиндрическая поверхность

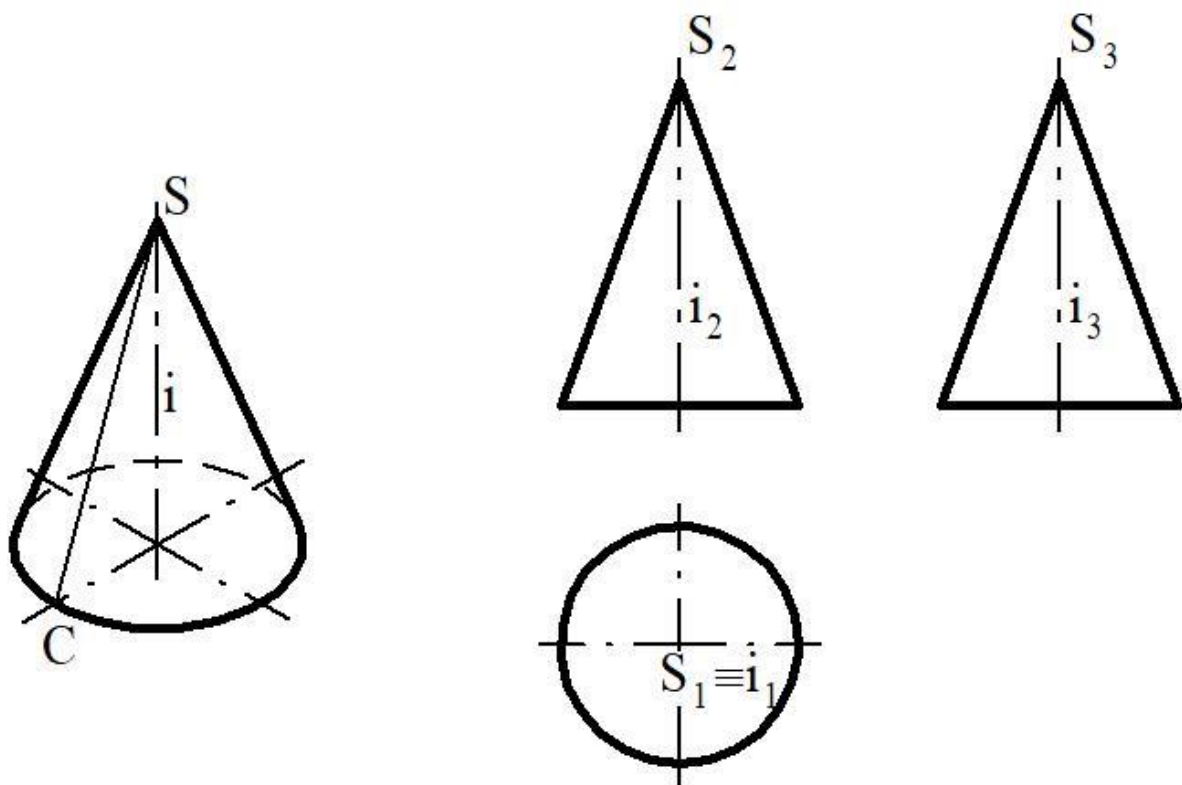


Рисунок 5.4. – Коническая поверхность

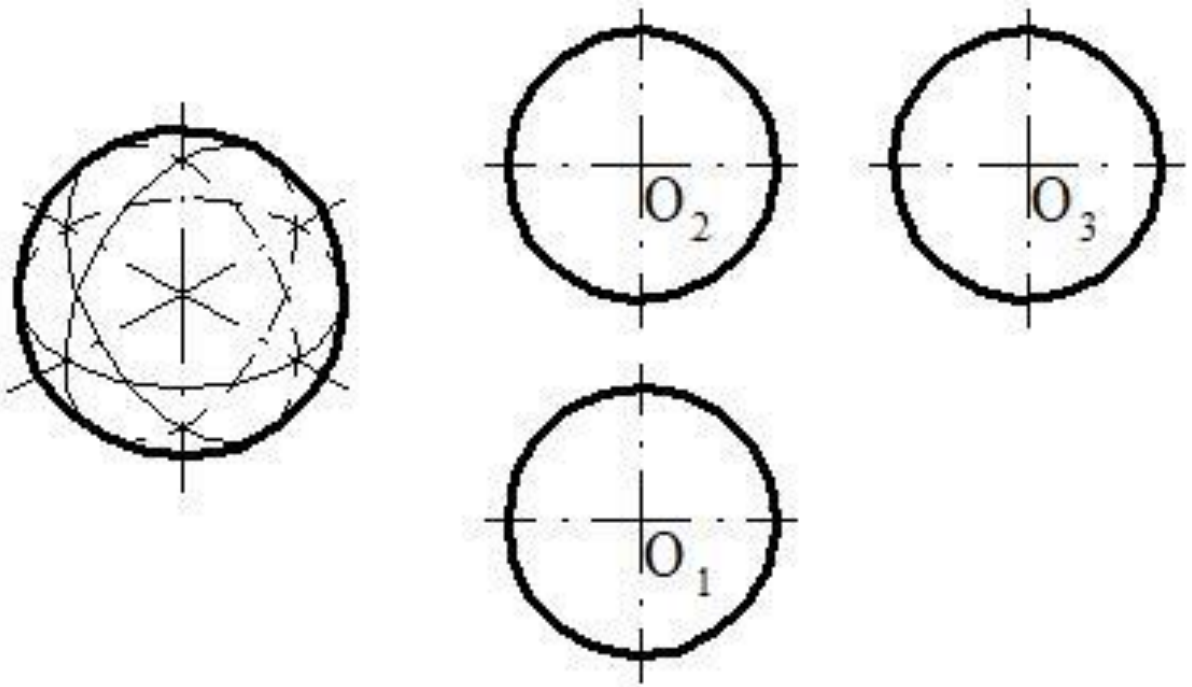
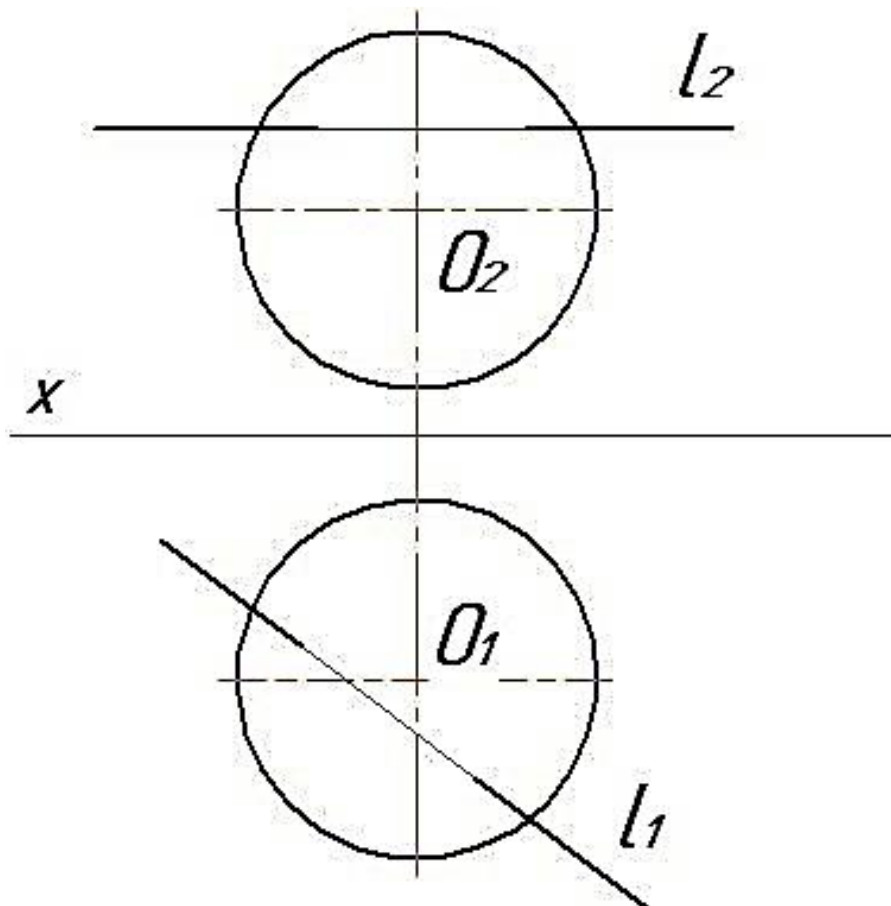


Рисунок 5.5. – Сфера

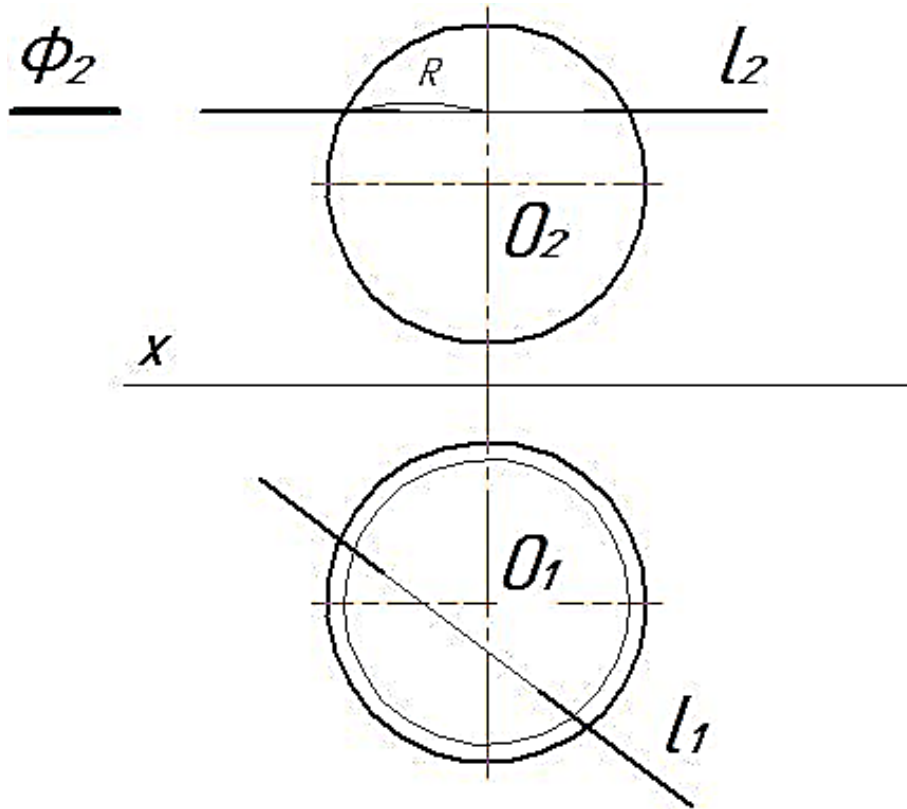
Пример:

Найти точки пересечения сферы и прямой.

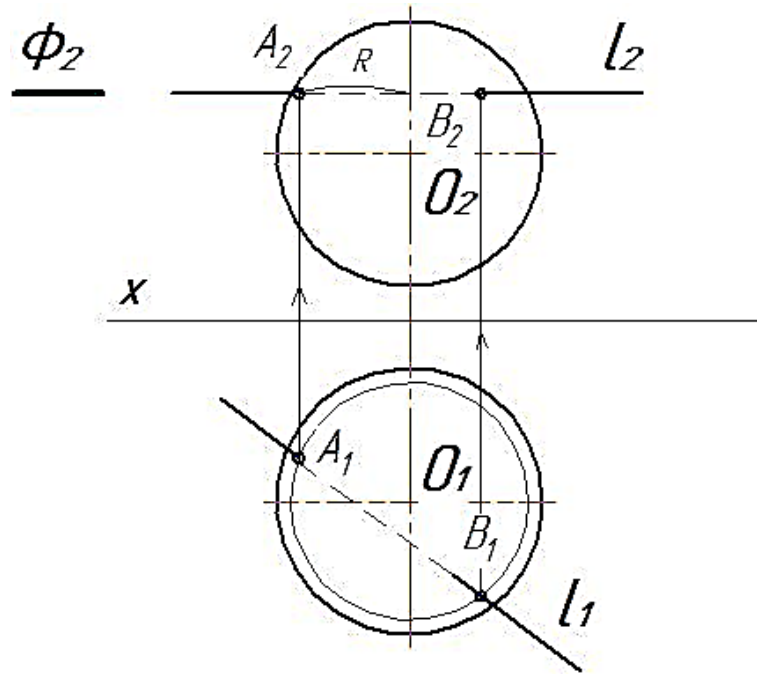


Решение:

1. Т.к. прямая является горизонталью, заключаем её в горизонтальную плоскость. Плоскость пересекает сферу по окружности радиуса R . Замеряем радиус и проводим эту окружность на плоскости Π_1 из точки O_1 .

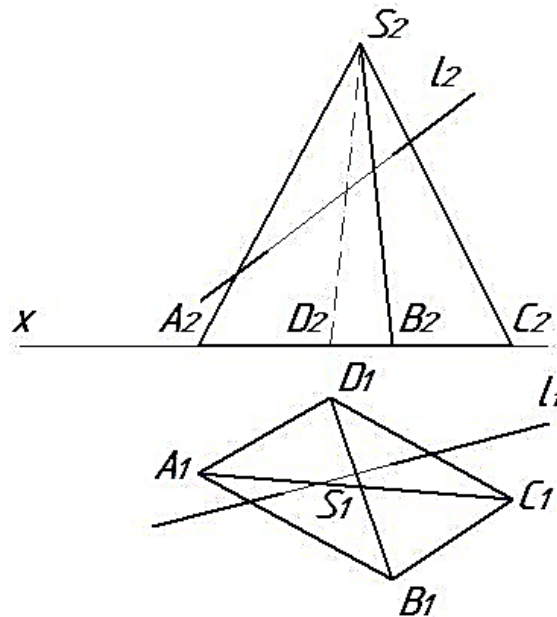


Отмечаем точки пересечения полученной окружности и l_1 – A_1 и B_1 . Проецируем точки на плоскость Π_2 – A_2 и B_2 . Последний шаг – определение видимости: в плоскости Π_1 участок проекции прямой между проекциями точек A_1 и B_1 – невидимый; в плоскости Π_2 участок проекции прямой от отчерка окружности слева до точки B_2 – невидимый.

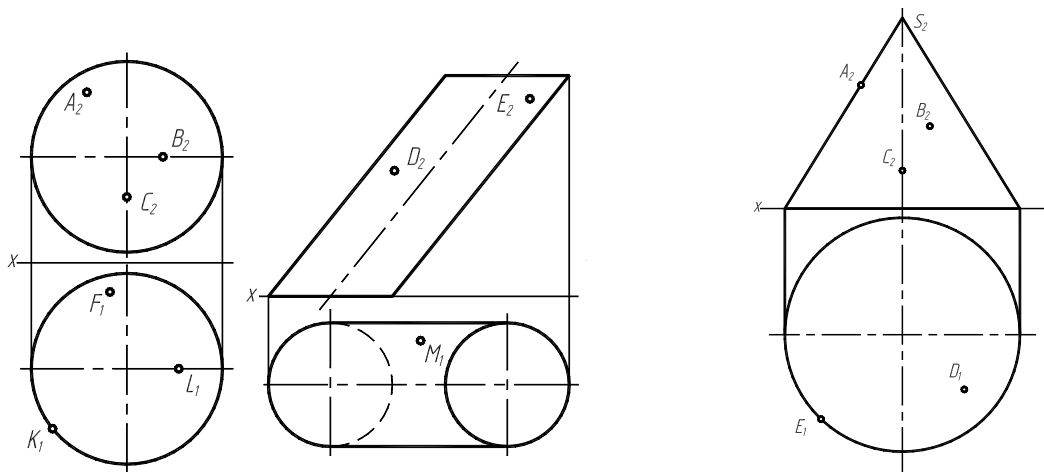


Задачи

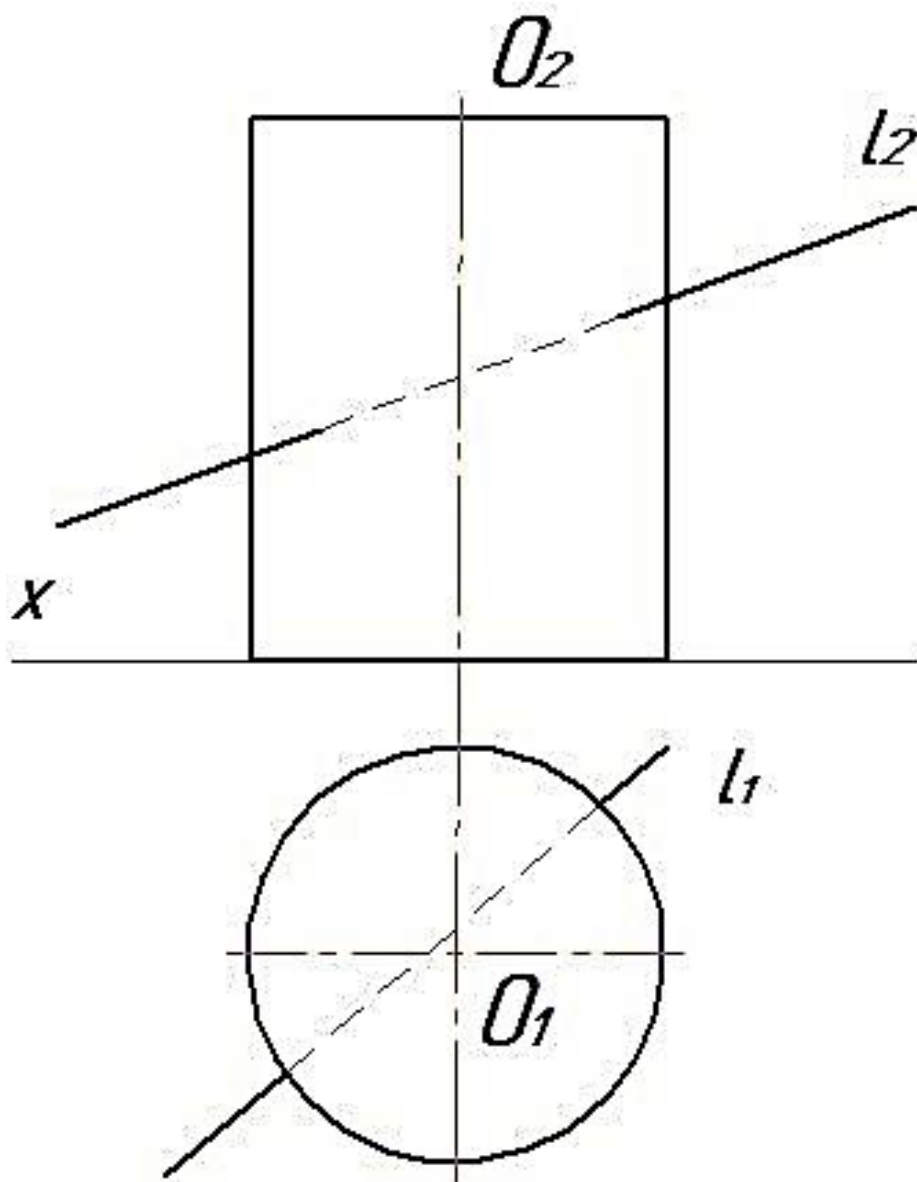
1. Найти точки пересечения пирамиды и прямой



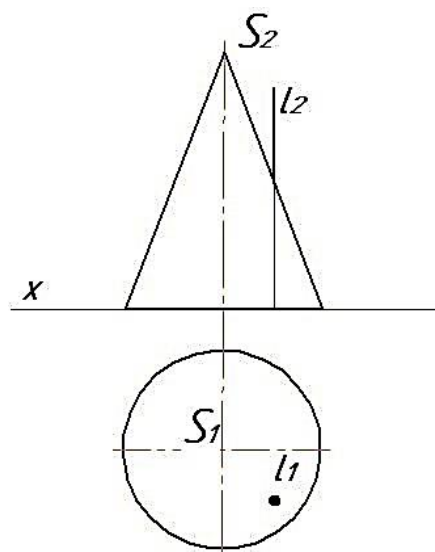
2. Построить недостающие проекции точек, принадлежащих заданным поверхностям.



3. Найти точки пересечения цилиндра и прямой.



4. Найти точки пересечения конуса и прямой.



ЛИТЕРАТУРА

1. Начертательная геометрия и инженерная графика: учеб.-метод. комплекс для студентов спец. 1–70 02 01, 1–70 04 02, 1–70 04 03: в 5 ч. / сост. Т.Я. Артемьева [и др.]; под общ. ред. С.В. Яромовича. – 2-е изд. – Новополоцк: ПГУ, 2010. – Ч. 1: Начертательная геометрия. – 203 с.
2. Белякова, Е.И. Начертательная геометрия: учебное пособие / Е.И. Белякова, П.В. Зеленый; под редакцией П.В. Зеленого. – 2-е издание, исправленное. – Минск : Новое знание, 2010. – 247 с.
3. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М. : Высшая школа, 2004. – 271с.