УДК 621.391

СИНТЕЗ ВЕЙВЛЕТ-МАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

д-р техн. наук, доц. С.В. ДВОРНИКОВ, В.В. ДЬЯКОНОВ
(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-Петербург);
С.С. ДВОРНИКОВ
(Санкт-Петербургский государственный политехнический университет);
А.В. ЖЕЛЕЗНЯК
(Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»)

Исследуется проблема синтеза вейвлет-манипулированных сигналов. Полученные результаты свидетельствуют о том, что новые манипуляционные форматы на основе вейвлетов обладают свойствами повышенной помехоустойчивости, обусловленной расширением базы. Учитывая, что спектральные различия двухпозиционных манипуляционных форматов на основе разнотипных вейвлетов связаны с наличием двух ярко выраженных максимумов функции огибающей спектральной плотности, сделан вывод о том, что эти особенности позволят облегчить их демодуляцию.

Введение. В настоящее время вейвлеты широко применяются в задачах, преимущественно связанных с анализом сложных нелинейных сигналов [1]. Это обусловлено возможностью конструирования на их основе иерархических базисов, адаптированных для описания процессов с высокой динамикой изменения параметров. Между тем в [2] предложен синтез фазоманипулированных сигналов, обладающих свойствами повышенной помехоустойчивости по отношению к их классической форме на основе гармонических функций, что открывает новые направления применения вейвлетов в радиотехнике.

Теоретическое обоснование синтеза сигналов на основе вейвлетов. В общем случае, согласно [1], вейвлеты $\psi(t)$ путем целочисленного масштабирования обеспечивают реконструкцию базиса для пространства $L^2(\mathbf{R})$, причем в качестве аналога гармонической частоты используется форма представления вейвлета $\psi(2^k t-\tau)$, в которой τ и k – целые числа $(\tau, k \in \mathbf{I})$. Следовательно, открывается возможность посредством масштабных преобразований $(1/2^k)$ и временных сдвигов $(\tau/2^k)$ базисного вейвлета $\psi(t)$ описать все комбинации частот и временных интервалов.

Так как норма вейвлета определяется как

$$\| \psi(2^k t-\tau) \|_2 = 2^{-k/2} \| \psi(t) \|_2 ,$$

то при условии, что исходный вейвлет $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$ имеет единичную норму, все порождаемые на его основе функции базиса $\{\psi_{\tau k}\}$ вида

$$\psi_{\tau k}(t) = 2^{k/2}\psi(2^k t-\tau), \qquad \tau, k \in \mathbf{I} \tag{1}$$

также будут нормированы к единице, т.е. $\| \psi_{\tau k} \|_2 = \| \psi \|_2 = 1$.

Таким образом, вейвлет $\psi \in L^2(\mathbf{R})$ будет ортогональным, если формируемое на его основе семейство $\{\psi_{\tau k}\}$, определенное соотношением (1), представляет ортонормированный базис функционального пространства $L^2(\mathbf{R})$:

$$\left\langle \psi_{\tau k}, \psi_{lm} \right\rangle = \delta_{\tau k}\delta_{lm} , \tag{2}$$

причем каждая функция f указанного пространства ($f \in L^2(\mathbf{R})$) может быть представлена в виде ряда

$$f(t) = \sum_{k,\tau=-\infty}^{\infty} c_{k\tau}\, \psi_{k\tau}(t) . \tag{3}$$

В общем случае строгость выполнения условий (2) и (3) предполагает существование обратных преобразований. Однако на практике достаточно выполнения свойств устойчивости и, согласно [3], «приблизительной» ортогональности системы функций разложения. С указанных позиций для базиса (1) в качестве таких условий выступают свойства адекватности расширения и сдвига исходного вейвлета $(1/2^k, \tau/2^k), k, \tau \in \mathbf{I}$ и возможность обратной реконструкции с точностью до постоянного множителя, т.е. вейвлет, используемый для реконструкций, должен удовлетворять условиям базиса Рисса. Кроме того, условиям существования вейвлета соответствуют производные высоких порядков от функции Гаусса [3]:

$$\psi_m(t) = (-1)^m \partial_t^m \left[\exp(-t^2/2) \right]. \tag{4}$$

Здесь $\partial_t^m = \partial^m[...]/\partial t^m$, $m \geq 1$.

Таким образом, функции, синтезируемые на основе выражения (4), являются вейвлетами и, следовательно, удовлетворяют условиям формирования на их основе базисов анализа и синтеза сигналов. Действительно, принцип передачи информации базируется на физических различиях радиосигналов, соответствующих различным компонентам информационного алфавита. Так, при амплитудной модуляции указанные различия наблюдаются в изменении амплитуды; при частотной – в номиналах несущих частот; при фазовой – соответственно в позициях фазы.

Очевидно, что в процессе модуляции можно использовать вместо несущих колебаний и вейвлеты. При этом следует учитывать, что, в отличие от гармоник, вейвлеты локализованы не только в частотном, но и во временном пространстве. Следовательно, их применение оправданно в манипуляционных форматах, например, частотных и фазовых, в которых четко локализован единичный элемент сигнала. Тогда при каждой смене позиций можно в качестве несущего колебания использовать новый вид вейвлета. Для двухпозиционных форматов (двойная фазовая манипуляция или двойная частотная манипуляция) обоснованно применение инверсных форм вейвлетов.

Таким образом, вейвлеты, способные формировать функциональные базисы, вполне могут быть использованы для синтеза сигналов частотной и фазовой манипуляции.

Одним из наиболее помехоустойчивых видов манипуляционных форматов является двойная фазовая манипуляция (ФМ-2). Принцип ее реализации состоит в инверсии фазы при смене позиции.

Так, на рисунке 1 показана временная диаграмма тестового сигнала ФМ-2 длительностью в 312 дискретных отчетов. Верхний индекс здесь и далее указывает на базис формирования сигнала; символ Γ – на гармонический базис.

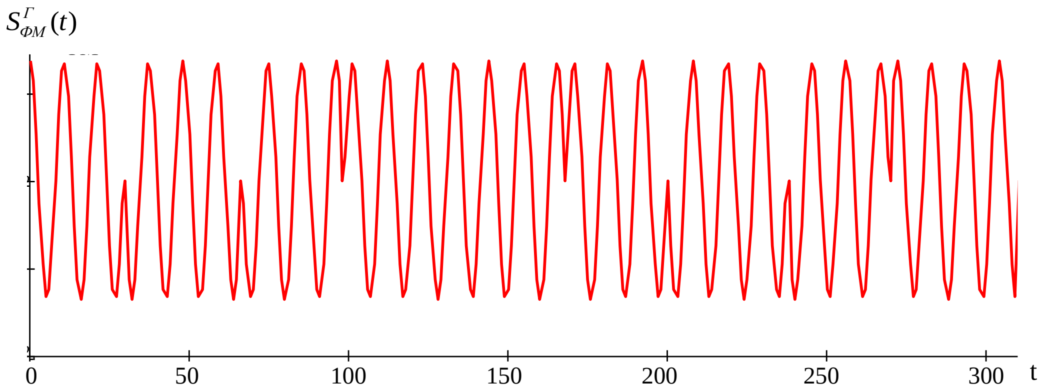

Рис. 1. Временная развертка тестового сигнала ФМ-2 на основе гармоник

Для сигнала ФМ-2 каждый из битовых символов характеризуется сменой фазы несущего колебания. Сигнал ФМ-2 относится к классу узкополосных сигналов, у которых база $B = 1$, и согласно [4] определяется как

$$B = \Delta F \tau, \tag{5}$$

где τ – длительность элемента сигнала; ΔF – ширина его спектра.

Параметр B определяет помехоустойчивость. Так, отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приемника q^2 связано с ОСШ на входе приемника h^2 следующим отношением [4]:

$$q^2 = 2Bh^2, \tag{6}$$

где $q^2 = \widehat{P}_c / \widehat{P}_n$ и $h^2 = P_c / P_n$. Здесь $\widehat{P}_c$, $\widehat{P}_n$ – соответственно мощность сигнала и мощность помехи на выходе; P_c, P_n – соответственно мощность сигнала и мощность помехи на входе приемника.

Величину h^2 можно рассчитать с позиций энергии сигнала E и спектральной мощности шума N_0: $h^2 = 2E/N_0$. Соответственно, $E = P_c\tau$, $N_n = P_n / F$.

Учитывая полученные соотношения, в [2] предложено использовать в качестве несущих колебаний при формировании сигнала ФМ-2 ортогональные вейвлеты, представляющие вторую производную от функции Гаусса и рассчитываемые согласно выражению (4) при $m = 2$.

На рисунке 2 показана временная развертка тестового сигнала ФМ-2, сформированная на основе указанного вейвлета. Здесь символ B-2 указывает на вейвлет при $m = 2$.

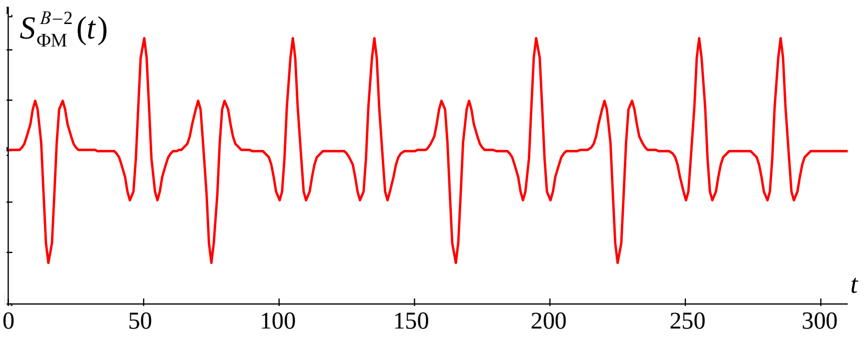

Рис. 2. Временная развертка тестового сигнала ФМ-2 на основе вейвлетов при m = 2

Практический интерес такого подхода состоит в том, что переход к вейвлетам ведет к расширению значимой полосы спектра, занимаемой сигналом. Проведенные в [2] исследования указывают на то, что применение в качестве несущих вейвлетов при m = 2 ведет к увеличению базы сигналов ФМ-2 в 3,5 раза. Согласно выражению (6) во столько же раз возрастает и помехоустойчивость. Анализ спектров вейвлетов, синтезированных на основе выражения (4), показывает, что увеличение порядка дифференцирования функции, т.е. увеличение значения m, ведет к смешению максимума спектральной плотности на частотной оси при сохранении значимой полосы спектра.

Так, на рисунке 3 показаны функции огибающих спектров вейвлетов, полученных на основе формулы (4) при различных значениях m.

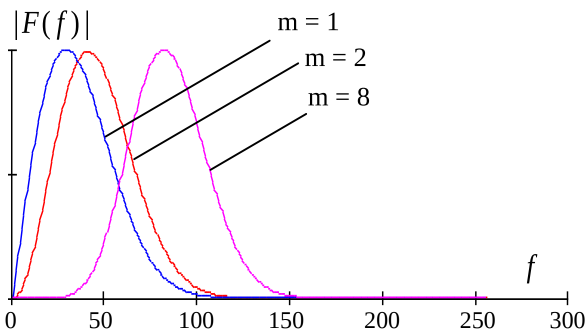

Рис. 3. Функции огибающих спектров вейвлетов при различных значениях m

Полученный результат обусловлен следующим. Сохранение ширины значимой полосы частот объясняется сохранением длительности формируемой функции при различных значениях m. В то же время повышение степени дифференцирования ведет к увеличению числа осцилляций в синтезируемом вейвлете, что равносильно увеличению частоты заполнения одиночного импульса. Следовательно, если при формировании сигнала ФМ-2 использовать в качестве несущих различные вейвлеты, а не инверсные копии одной и той же реализации функции (4), можно достичь еще большего увеличения базы. В частности, предлагается использовать вейвлеты при m = 1 и m = 8.

Пример подобной реализации для тестового сигнала ФМ-2 показан на рисунке 4, где символ B-18 указывает на использование вейвлетов при $m = 1$ и $m = 8$. Такой выбор вейвлет-базиса обусловлен тем, что точка пересечения функций спектральных огибающих для $m = 1$ и $m = 8$ проходит по уровню 0,5 от максимального значения, что обеспечивает рациональное распределение спектральной плотности мощности в действующей полосе частот.

На рисунке 5 показан спектр тестового сигнала ФМ-2 в рекомендуемом вейвлет-базисе с нанесенным уровнем значимой полосы частот.

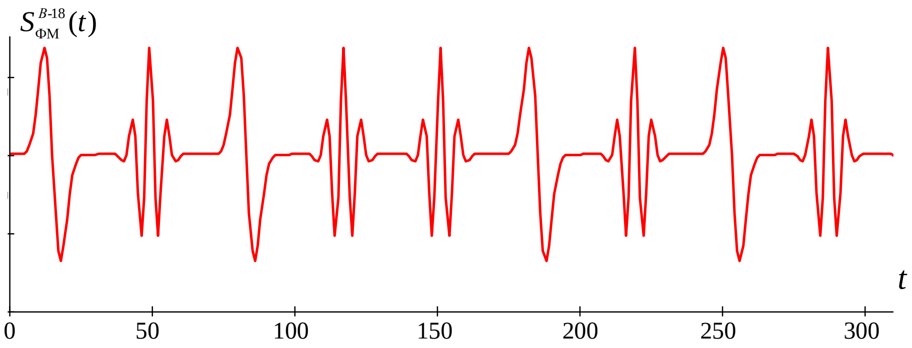

Рис. 4. Временная развертка тестового сигнала ФМ-2 на основе вейвлетов

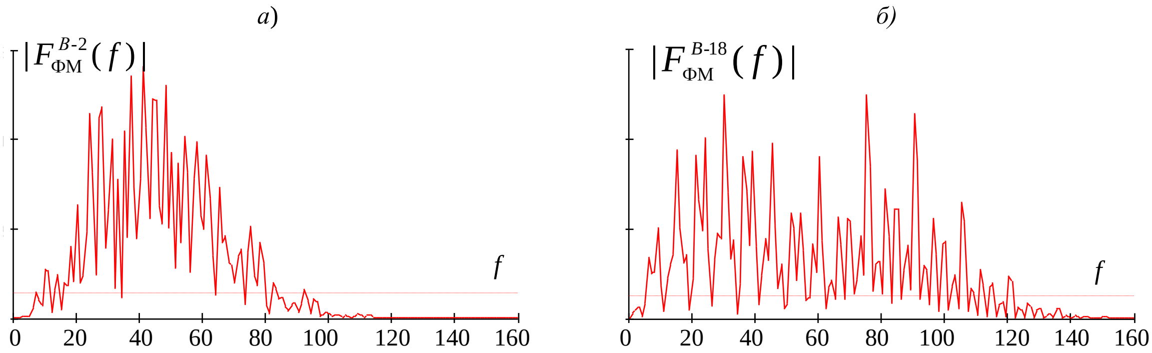

Рис. 5. Спектры сигналов ФМ-2 на основе базисов вейвлетов при $m = 2$ (*а*); при $m = 1$ и $m = 8$ (*б*)

В ходе моделирования было установлено, что использование базисов вейвлетов при $m = 1$ и $m = 8$ для синтеза тестового сигнала ФМ-2 ведет к увеличению базы в 4,9 раза по отношению к гармоническому базису и в 1,4 раза по отношению к вейвлет-базису при $m = 2$.

Заключение. Полученные результаты указывают на то, что новые манипуляционные форматы на основе вейвлетов обладают свойствами повышенной помехоустойчивости, обусловленной расширением базы. Учитывая, что спектральные различия двухпозиционных манипуляционных форматов на основе разнотипных вейвлетов связаны с наличием двух ярко выраженных максимумов функции огибающей спектральной плотности, эти особенности позволят облегчить их демодуляцию. Дальнейшее направление исследования видится в оптимизации выбора пары вейвлетов для синтеза на их основе манипуляционных форматов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wavelets / Eds J.M. Combes, A. Grossmann, P. Tchamitchian. – Berlin: Springer-Verlag, 1989.
2. Способ формирования помехоустойчивых сигналов: пат. Рос. Федерации. – № 2412551 от 20.02.2011.
3. Асафьев, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н.М. Асафьев // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145 – 1170.
4. Варакин, Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.

Поступила 14.05.2013

SYNTHESIS OF WAVELET-MANIPULATED SIGNALS

S. DVORNIKOV, V. DYAKONOV, S. DVORNIKOV, A. ZHELEZNYAK

The problem of synthesis of wavelet-manipulated signals is studied. The results obtained state that new manipulation formats on the basis of wavelets have the properties of increased noise immunity caused by expansion of the base. Taking into account that spectral differences of two-position manipulation formats on the basis of polytypic wavelets are connected with the presence of two strongly pronounced peaks of the function of circumflex spectral density, one can make a conclusion that these peculiarities will allow to facilitate their demodulation.