

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Полоцкий государственный университет»

СЕРИЯ «САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ»

Л.С. Турищев

МЕТОД ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Электронное учебное пособие
для студентов строительных специальностей

Текстовое электронное издание

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
2020

УДК 624.04(075.8)

ББК 38.112я73

Одобрено и рекомендовано к изданию методической комиссией
инженерно-строительного факультета
в качестве методического пособия
(протокол № 4 от 28.05.2019)

Кафедра прикладной механики и графики

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

канд. техн. наук, доц., зав. кафедры строительных конструкций
А.И. КОЛТУНОВ

канд. техн. наук, доц., доц. кафедры строительных конструкций
Е.Д. ЛАЗОВСКИЙ

Турищев, Л. С.

Метод перемещений [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие для студентов строительных специальностей / Л.С. Турищев. – Новополоцк : Полоц. гос. ун-т, 2020. – 1 электрон. опт. диск (CD-R).

ISBN 978-985-531-716-7.

На основе структурно-логических схем приведены рекомендации по технологии формирования междисциплинарной системы знаний, связанных с базовыми теоретическими положениями и понятиями модуля. Содержатся указания по приобретению умений и навыков, связанных с практическим применением знаний для решения типовых задач модуля. Имеется банк тестовых заданий для самоконтроля, связанных с изучаемым модулем. Приведен список рекомендуемой учебной литературы, интернет-источников. Составлен глоссарий модуля.

Предназначено для самостоятельной работы студентов строительных специальностей всех форм обучения при изучении курса «Строительная механика».

№ госрегистрации 3302023421

ISBN 978-985-531-716-7

© Турищев Л.С., 2020

© Полоцкий государственный университет, 2020

Для создания текстового электронного издания «Метод перемещений» Л.С. Турищева использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

Материалы включены в Государственный регистр информационного ресурса. Регистрационное свидетельство № 3302023421 от 09.09.2020 г.

Технические требования:

1 оптический диск.

Системные требования:

PC не ниже класса Pentium;

32 Mb RAM; свободное место на HDD 16 Mb;

Windows 95/98/Me/2000/XP/7;

Дисковод CD-ROM 2-скоростной и выше;

мышь

Редактор *О.Ю. Тарасевич*
Техническое редактирование *О.Ю. Тарасевич*
Компьютерный дизайн *М.С. Мухоморовой*

Подписано к использованию 23.09.2020.

Объем издания: 1,9 Мб. Заказ 500.

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014.

211440, ул. Блохина, 29,
г. Новополоцк,
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44
<http://www.psu.by>

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. РЕКОМЕНДАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ	6
2. УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ МОДУЛЯ	9
2.1 Задачи по определению внутренних усилий в плоских статически неопределимых рамах	9
3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ.....	19
3.1 Тестовые задания первого уровня.....	20
3.2 Тестовые задания второго уровня.....	21
3.3 Ответы на тестовые задания первого и второго уровней	24
ЛИТЕРАТУРА.....	25
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	27
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	31
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	33
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	38

ВВЕДЕНИЕ

Формулировка задачи расчета статически-неопределимых стержневых конструкций, имеющая наибольшее значение для их проектирования, звучит следующим образом. При заданных геометрической схеме конструкции и приложенных к ней внешних воздействиях определить оптимальные поперечные сечения (форму и размеры) всех конструктивных элементов и обеспечить достаточную надежность (прочность, жесткость и устойчивость) конструкции в целом. В общем виде такая задача не решена.

Вместо этого строительная механика предлагает методы решения другой задачи, которые позволяют определять внутренние усилия и перемещения в статически-неопределимой стержневой конструкции при заданных геометрической схеме системы, поперечных сечениях стержней и внешних воздействиях.

Поскольку внутренние усилия в статически-неопределимой стержневой конструкции зависят от её геометрических и физических параметров, а те, в свою очередь, влияют на качественную и количественную стороны процесса ее деформирования, то для решения задачи используются дополнительные уравнения, отражающие особенности деформирования конструкции.

Входящие в дополнительные уравнения неизвестные величины называются основными неизвестными задачи и подлежат первоочередному определению. В качестве основных неизвестных задачи могут использоваться внутренние усилия в лишних связях или узловые перемещения стержневой конструкции.

В зависимости от природы используемых основных неизвестных различают следующие классические методы расчета статически неопределимых стержневых конструкций:

- метод сил – в качестве основных неизвестных используются внутренние усилия в лишних связях стержневой конструкции;
- метод перемещений - в качестве основных неизвестных используются узловые перемещения стержневой конструкции;
- смешанный метод - в качестве основных неизвестных одновременно используются величины первого и второго вида.

В настоящем пособии рассматривается расчет произвольной плоской статически неопределимой рамы методом перемещений при действии нагрузки.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ

Изучение теоретического материала модуля следует начинать с повторения курса в целом [13]. Содержание изучаемого модуля связано с общими положениями и понятиями расчета методом перемещений плоских статически неопределимых рам при действии нагрузки. Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов рассматриваемого модуля, которые подлежат пониманию и усвоению согласно [2], приведена на рисунке 1.

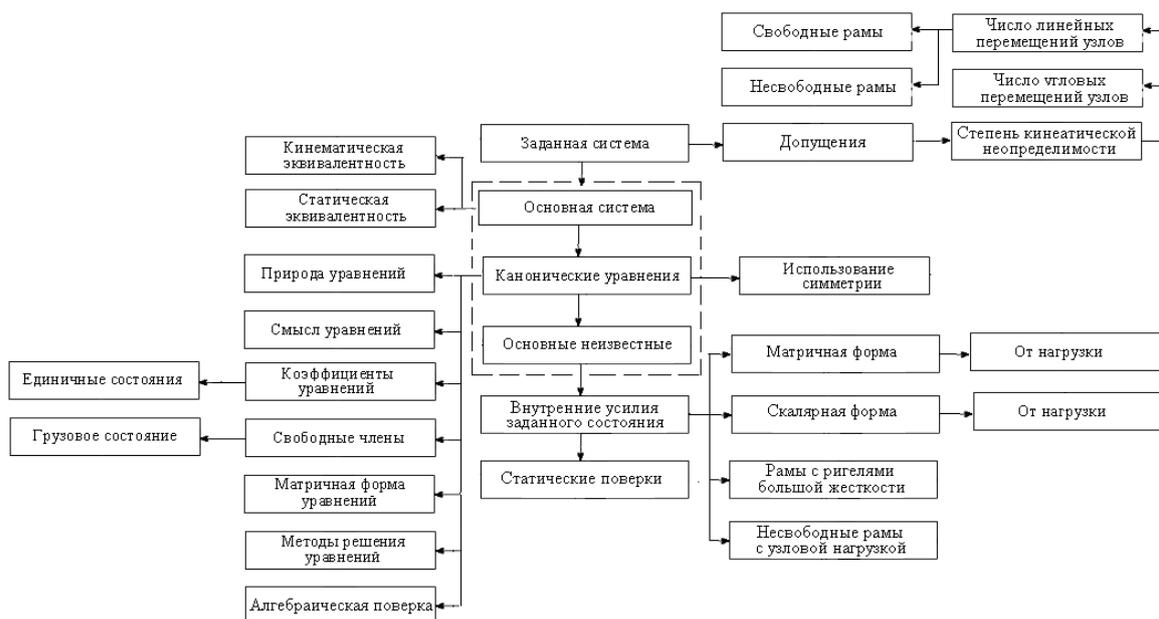


Рисунок 1. – Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов изучаемого модуля

При изучении материала модуля необходимо разобраться:

1) с усвоением последовательности расчета рамы методом перемещений – сначала определить перемещения её узлов, а затем – внутренние усилия в стержнях рамы. Одновременно, здесь следует понять, что вводимые в расчет два **допущения** преследуют цель неучета узловых перемещений рамы, оказывающих несущественное влияние на величины её внутренних усилий.

2) с понятием **степень кинематической неопределимости рамы** и двумя её составляющими – число углов поворота и линейных перемещений узлов, которые могут возникать в раме с учетом введенных допущений. В связи с этим следует усвоить, что относится к **свободным** и **несвободным рамам**.

3) с основой расчета статически неопределимых рам методом перемещений, где лежит переход к **основной системе метода перемещений**¹ – эквивалентной кинематически определяемой системе, получаемой из заданной системы наложением дополнительных связей, удаляющих все узловые перемещения. Здесь важно разобраться с сутью **статической и кинематической эквивалентностью** двух систем, и какова их роль в образовании основной системы. Также важно уяснить, что в методе перемещений, в отличие от метода сил, возможен единственный вариант образования основной системы.

4) как получаются **канонические уравнения** метода перемещений, какова их природа, смысл и математическая форма. Понять, что собой представляют входящие в них величины – **основные неизвестные, коэффициенты и свободные члены** – какова их природа и смысл. Следует также уделить внимание **матричной форме** канонических уравнений и связанных с ней массивов – **вектор основных неизвестных, матрица коэффициентов и векторы свободных членов**.

5) как определяются коэффициенты канонических уравнений, как образуются **единичные состояния** основной системы, что такое **единичные эпюры** внутренних усилий и как они связаны с коэффициентами канонических уравнений, какие бывают разновидности коэффициентов и их свойства.

6) как определяются свободные члены канонических уравнений, связанные с нагрузкой, как образуется грузовое состояние основной системы, что такое **грузовые эпюры** внутренних усилий и как они связаны со свободными членами.

7) с методами решения канонических уравнений метода перемещений и понять, как используются результаты их решения для нахождения внутренних усилий в плоских статически неопределимых рамах при действии нагрузки в скалярной и матричной формах.

8) с особенностями применения метода перемещений к расчету рам с ригелями повышенной жесткости на действие горизонтальных нагрузок, а также с особенностями определения внутренних усилий в несвободных рамах при действии узловой нагрузки.

¹ Здесь и далее полужирным курсивом выделяются термины, понятия и формулы курса, знание которых студентом является обязательным.

При изучении материала модуля рекомендуется использование следующей литературы: [4, с.272–293]; [5, с.294–319]; [6, с.391–421]; [11, с.100–117]; [14, с.355–366].

Для осознанного понимания и усвоения материала рассматриваемого модуля курса, прежде всего, необходимо повторить:

– *изученное в математике* – **понятия величины, функции, вектора, матрицы**. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в приложении 1;

– *изученное в физике* – **основные понятия и законы классической механики**. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в приложении 2;

– *изученное в теоретической механике* – **основные понятия, аксиомы и уравнения статики**. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, аксиомами и уравнениями, приведены в приложении 3;

– *изученное в сопротивлении материалов* – **порядок построения эпюр внутренних усилий при поперечном изгибе балок, правила знаков внутренних усилий при построении эпюр в балках, дифференциальные зависимости Журавского, правила контроля правильности построения эпюр в балках**. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в приложении 4.

– *изученное в модуле «Введение в строительную механику»* – **разделение расчетных схем по статическим и кинематическим признакам и их взаимосвязь, цель кинематического анализа и его основные понятия, виды кинематических связей, подсчет числа степеней свободы и анализ геометрической структуры для плоских стержневых конструкций, порядок установления кинематических и статических признаков стержневой конструкции**.

– *изученное в модуле «Методы определения внутренних усилий от неподвижной нагрузки в плоских статически определимых стержневых системах»* – **внутренние силы и их числовые характеристики, виды статически определимых конструкций и их свойства, статический метод определения внутренних усилий**.

2. УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ МОДУЛЯ

После завершения изучения теоретического материала модуля, его понимания и усвоения можно переходить к применению полученных знаний для решения типовых задач модуля. Согласно утвержденной учебной программе курса [3] для плоских статически неопределимых рам вы должны уметь определять методом перемещений внутренние усилия от действия неподвижной постоянной нагрузки.

Для приобретения умений решения задач рекомендуется сначала внимательно прочитать указания к решению, разобраться с приводимыми примерами их решения. После этого рекомендуется перейти к решению задач, приведенных в [9], [11], [15], [17], [18].

2.1 Задачи по определению внутренних усилий в плоских статически неопределимых рамах

Расчет начинается с определения степени кинематической неопределимости рамы n , которая равна сумме числа неизвестных углов поворота n_y узлов и неизвестных линейных перемещений n_l

$$n = n_y + n_l.$$

Число неизвестных углов поворота n_y узлов равно числу жестких узлов рамы. Число неизвестных линейных перемещений определяется с помощью шарнирной схемы, которая строится путем введения сквозных шарниров во все узлы и жесткие опоры. Число степеней свободы шарнирной схемы и определяет число неизвестных линейных перемещений рамы, возникающие только за счет изгибных деформаций её стержней.

В основе расчета статически неопределимых рам методом перемещений лежит переход от заданной кинематически неопределимой системы к расчету эквивалентной основной кинематически определимой системе. Такая система получается из заданной наложением дополнительных связей в соответствии с числом и характером неизвестных узловых перемещений рамы. Для исключения углового перемещения накладывается противовращательная связь, именуемая шайбой. Для исключения линейного перемещения по его направлению устанавливается стержень. Таким образом, основная система метода перемещений будет состоять из совокупности двух видов однопролетных статически неопределимых балок:

- с двумя заземленными концами;
- с одним заземленным, а вторым – шарнирно опертым концами.

Узловые перемещения рамы называются основными неизвестными метода сил. Для их определения составляются канонические уравнения, которые при расчете на действие нагрузки имеют вид

$$r_{11}Z_1 + \dots + r_{1n}Z_n + R_{1P} = 0,$$

.....

$$r_{n1}Z_1 + \dots + r_{nn}Z_n + R_{nP} = 0.$$

Данные уравнения представляют собой систему неоднородных линейных алгебраических уравнений относительно основных неизвестных Z_1, \dots, Z_n , где необходимо определить коэффициенты при основных неизвестных r_{ij} и свободные члены R_{iP} .

Для определения коэффициентов r_{ij} нужно образовать единичные состояния основной системы, загрузив ее последовательно безразмерными узловыми единичными перемещениями $\tilde{Z}_j = 1$ ($j = 1, \dots, n$), найти для каждого нагружения изгибающие моменты m_j и построить их эпюры. Такие изгибающие моменты и их эпюры называются единичными. Для построения единичных эпюр используются готовые эпюры изгибающих моментов однопролетных статически неопределимых балок от соответствующих единичных перемещений их концов. Ординаты на этих эпюрах зависят от погонной жесткости соответствующего стержня рамы, которая характеризует величину изгибной жесткости на единицу его длины. Вычисление коэффициентов r_{ij} осуществляется статическим способом из условий равновесия узлов и отсеченных частей основной системы рамы.

Для определения свободных членов канонических уравнений R_{iP} необходимо рассмотреть основную систему под действием нагрузки, найти изгибающие моменты M_P и построить их эпюры. Такие изгибающие моменты и их эпюра называются грузовыми, а соответствующая им схема нагружения считается грузовым состоянием основной системы. Вычисление свободных членов R_{iP} осуществляется статическим способом из условий равновесия узлов и отсеченных частей основной системы рамы.

После решения канонических уравнений и нахождения основных неизвестных метода сил изгибающие моменты, возникающие в заданной раме от нагрузки, определяются по формуле

$$M = m_1 Z_1 + \dots + m_n Z_n + M_P$$

Поперечные силы, возникающие в заданной раме от нагрузки, находятся из условий равновесия её стержней, с использованием полученных значений изгибающих моментов. Продольные силы, возникающие в заданной раме от нагрузки, находятся из условий равновесия её узлов, с использованием полученных значений поперечных сил. По этим значениям строятся их эпюры.

Для проверки правильности найденных внутренних усилий выполняются две статические проверки. Во-первых, проверяется равновесие по полученным моментам узлов и стержней. Во-вторых, проверяется равновесие рамы в целом.

Пример 1. Для рамы, показанной на рисунке 2, определить внутренние усилия, построить эпюры внутренних усилий и проверить их правильность.

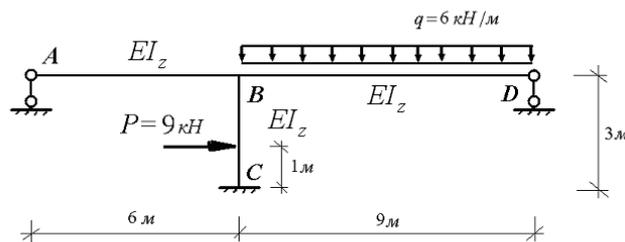


Рисунок 2. – Рама к примеру 1

Поперечные сечения всех элементов рамы имеют одинаковую изгибную жесткость EI_z .

Определим погонные жесткости стержней рамы и свяжем их между собой

$$i_{BD} = \frac{EI_z}{9} = i \quad i_{AD} = \frac{EI_z}{6} = 1.5i \quad i_{BC} = \frac{EI_z}{3} = 3i.$$

Найдем степень кинематической неопределимости рамы. Так как у рамы один жесткий узел, то число её угловых перемещений равно

$$n_y = 1.$$

Для определения числа линейных перемещений рамы образуем шарнирную схему

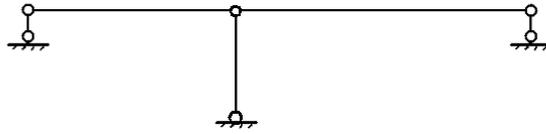


Рисунок 3. – Шарнирная схема рамы

и определим для неё число степеней свободы

$$W = 2Y - C - C_o = 2 \cdot 3 - 3 - 2 = 1.$$

Следовательно,

$$n_{\text{л}} = 1.$$

Схема узловых перемещений рамы показана на рисунке 4.

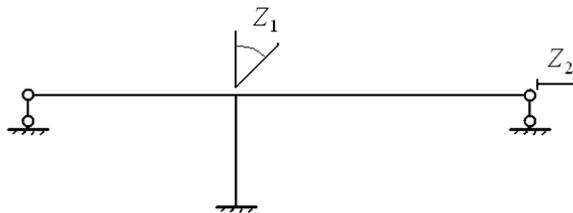


Рисунок 4. – Схема узловых перемещений рамы

Для образования основной системы метода перемещений согласно полученной схеме узловых перемещений рамы накладываем одну шайбу и один стержень, исключая перемещения, возникающие в раме. Образованная для рамы эквивалентная основная система показана на рисунке 5.

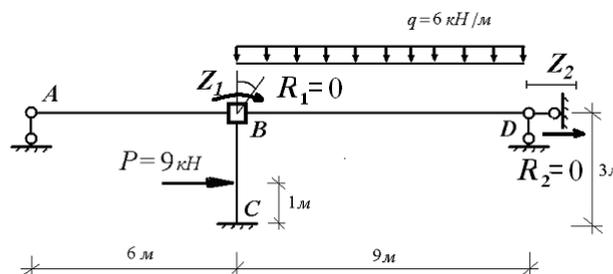


Рисунок 5. – Эквивалентная основная система, образованная для рамы

Система канонических уравнений для заданной рамы имеет вид

$$r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + R_{1P} = 0,$$

$$r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + R_{2P} = 0.$$

Для определения коэффициентов и свободных членов рассмотрим единичные и грузовое состояния основной системы и построим для них эпюры внутренних усилий, используя готовые единичные и грузовые эпюры отдельных балок.

Первое единичное состояние показано на рисунке 6, а. Пунктиром изображена схема деформирования основной системы в этом состоянии. Соответствующие этой схеме деформирования единичные эпюры изгибающих моментов и поперечных сил показаны на рисунке 6, б.

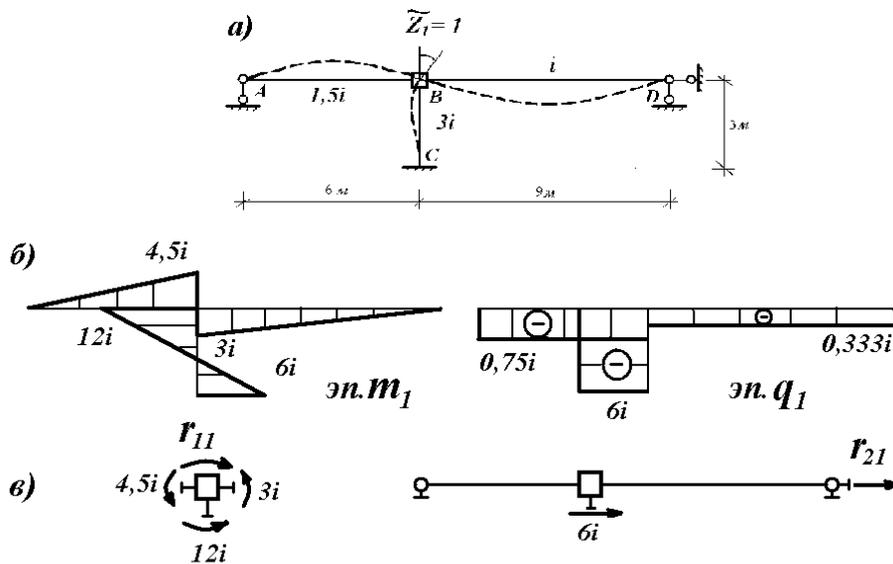


Рисунок 6. – а) Первое единичное состояние основной системы; б) единичные эпюры изгибающих моментов и поперечных сил; в) условия равновесия вырезанных частей основной системы.

Коэффициенты канонических уравнений, связанные с данным единичным состоянием, определяются из условий равновесия вырезанных частей основной системы, показанных на рисунке 6, в, и равняются следующим значениям

$$r_{11} = 19,5i, \quad r_{21} = -6i.$$

Второе единичное состояние показано на рисунке 7, а. Пунктиром на рисунке изображена схема деформирования основной системы в этом состоянии. Соответствующие этой схеме деформирования единичные эпюры изгибающих моментов и поперечных сил показаны на рисунке 7, б.

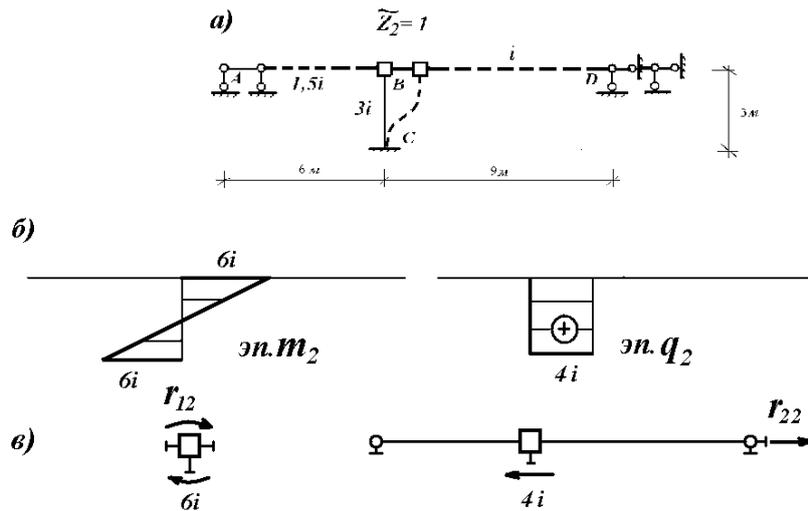


Рисунок 7. – а) Второе единичное состояние основной системы; б) единичные эпюры изгибающих моментов и поперечных сил; в) условия равновесия вырезанных частей основной системы

Коэффициенты канонических уравнений, связанные с данным единичным состоянием, определяются из условий равновесия вырезанных частей основной системы, показанных на рисунке 7, в, и равняются следующим значениям

$$r_{12} = -6i, \quad r_{22} = 4i.$$

Грузовое состояние показано на рисунке 8, а. Пунктиром на рисунке изображена схема деформирования основной системы в этом состоянии. Соответствующие этой схеме деформирования грузовые эпюры изгибающих моментов и поперечных сил показаны на рисунке 8, б.

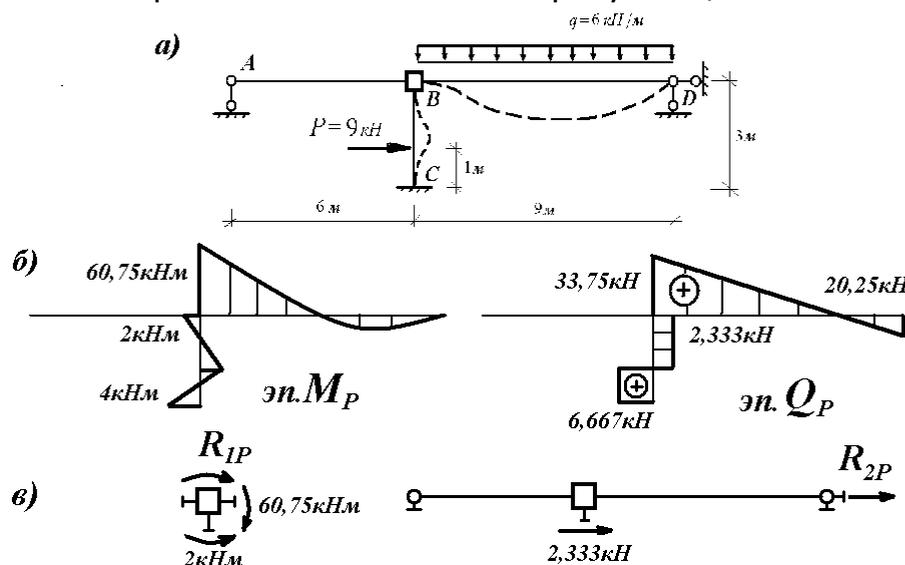


Рисунок 8. – а) Грузовое состояние основной системы; б) грузовые эпюры изгибающих моментов и поперечных сил; в) условия равновесия вырезанных частей оси системы в грузовом состоянии

Свободные члены канонических уравнений определяются из условий равновесия вырезанных частей основной системы в грузовом состоянии, показанных на рисунке 8, в, и равняются следующим значениям

$$R_{1P} = -58,75 \text{ кНм}, \quad R_{2P} = -2,333 \text{ кН}.$$

Таким образом, канонические уравнения метода перемещений для рассчитываемой рамы, с учетом найденных значений коэффициентов и свободных членов, принимают вид

$$19,5iZ_1 - 6iZ_2 - 58,75 = 0,$$

$$-6iZ_1 + 4iZ_2 - 2,333 = 0.$$

Решая систему канонических уравнений, получим следующие значения основных неизвестных

$$Z_1 = \frac{5,929}{i}, \quad Z_2 = \frac{9,476}{i}.$$

Формула для определения окончательных изгибающих моментов рассчитываемой рамы имеет вид

$$M = m_1 Z_1 + m_2 Z_2 + M_P$$

В соответствии с этой формулой построена эпюра изгибающих моментов (рисунок 9, б) заданной рамы (рисунок 9, а).

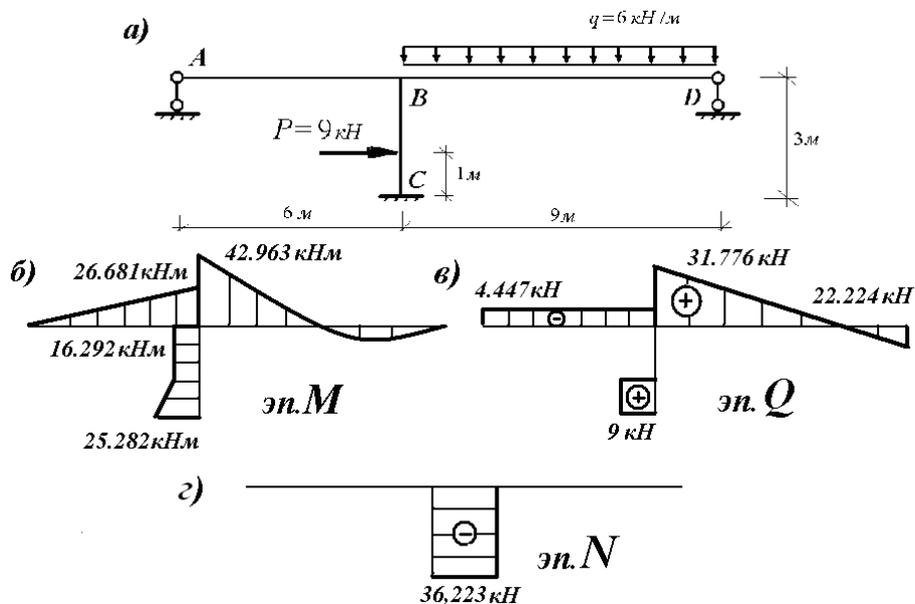


Рисунок 9. – а) Рассчитываемая рама; б) эпюра изгибающих моментов; в) эпюра поперечных сил; г) эпюра продольных сил.

Эпюра поперечных сил, возникающих в заданной раме от нагрузки, приведена на рисунке 9, в. Характерные значения на эпюре найдены из условий равновесия стержней рамы, с использованием ординат её эпюры изгибающих моментов.

Эпюра продольных сил, возникающих в заданной раме от нагрузки, приведена на рисунке 9, г. Характерные значения на эпюре найдены из условий равновесия узлов рамы, с использованием ординат её эпюры поперечных сил.

Для проверки правильности построенных эпюр внутренних усилий выполним указанные выше две статические проверки.

Проверку равновесия узлов и стержней рамы по полученным изгибающим моментам выполним согласно схемам, приведенным на рисунке 10.

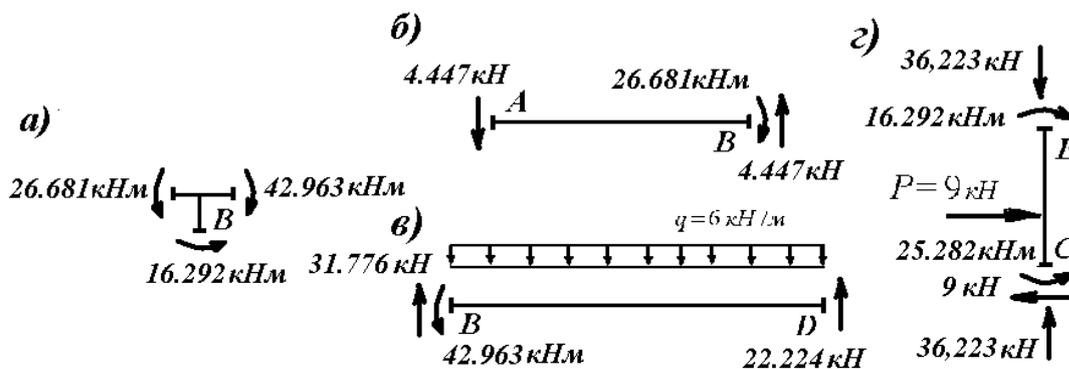


Рисунок 10. – Схемы полученных изгибающих моментов

Составляя уравнения равновесия для узла B (рисунок 10, а), получим $\sum M = 0$; $-26,681 - 16,692 + 42,693 = -42,973 + 42,963 = -0.01$.

Невязка составляет

$$\frac{0,01 \cdot 100}{42,963} = 0,023\%$$

что меньше допустимой погрешности в 5%.

Составляя уравнения равновесия для стержня AB (рисунок 10, б), получим

$$\sum M_A = 0; \quad -4,47 \cdot 6 + 26,681 = -26,691 + 26,681 = -0,01,$$

$$\sum M_B = 0; \quad -4,47 \cdot 6 + 26,681 = -26,691 + 26,681 = -0,01.$$

Невязка в обоих случаях составляет

$$\frac{0,01 \cdot 100}{26,681} = 0,037\% ,$$

что меньше допустимой погрешности в 5%.

Составляя уравнения равновесия для стержня BD (рисунок 10, ϵ), получим

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; & -42,693 - 22,224 \cdot 9 + 6 \cdot 9 \cdot 4,5 = -242,709 + 243 = 0,291, \\ \sum M_D = 0; & 31,776 \cdot 9 - 42,693 - 6 \cdot 9 \cdot 4,5 = 285,984 - 285,693 = 0,291. \end{aligned}$$

Невязки составляют

$$\frac{0,291 \cdot 100}{242,709} = 0,12\%, \quad \frac{0,291 \cdot 100}{285,693} = 0,12\%,$$

что меньше допустимой погрешности в 5%.

Составляя уравнения равновесия для стержня BC (рисунок 10, ζ), получим

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; & 16,292 + 9 \cdot 1 - 25,282 = 25,292 - 22,282 = 0,01, \\ \sum y = 0; & 36,223 - 36,223 = 0, \\ \sum x = 0; & 9 - 9 = 0. \end{aligned}$$

Невязка в уравнении моментов составляет

$$\frac{0,01 \cdot 100}{25,282} = 0,04\% ,$$

что меньше допустимой погрешности в 5%.

Для проверки равновесия рамы рассмотрим схему рамы с действующими нагрузками и опорными реакциями (рисунок 11).

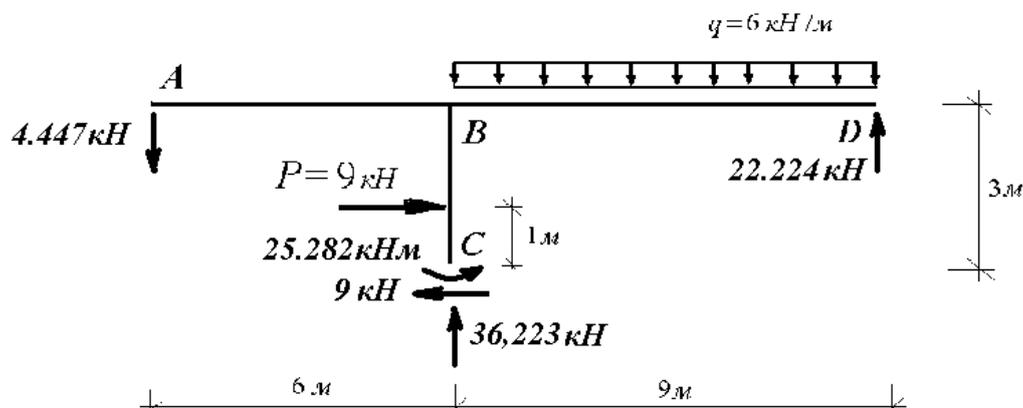


Рисунок 11. – Схема рамы с действующими нагрузками и опорными реакциями

Составляя уравнения равновесия для рамы в целом (рисунок 11), получим

$$\sum M_A = 0; \quad -9 \cdot 2 + 9 \cdot 3 - 25,282 - 36,223 \cdot 6 + 6 \cdot 9 \cdot 10,5 - 22,224 \cdot 15 = -593,98 + 594 = 0,02,$$

$$\sum M_D = 0; \quad -4,47 \cdot 15 - 9 \cdot 2 - 25,282 + 9 \cdot 3 + 36,223 \cdot 9 - 6 \cdot 9 \cdot 4,5 = -353,332 + 353,007 = -0,325,$$

$$\sum y = 0; \quad -4,47 + 36,223 + 22,224 - 6 \cdot 9 = -58,447 + 58,447 = 0.$$

Нетрудно проверить, что невязки в уравнениях моментов меньше допустимой погрешности в 5%.

Таким образом, выполненные статические проверки показывают, что эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил для заданной рамы построены правильно.

3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

При изучении строительной механики важную роль играет адекватная самостоятельная оценка приобретенных знаний и умений. Наиболее рационально это можно осуществлять с помощью самотестирования. Для его проведения в пособии содержатся:

- тестовые задания первого уровня, позволяющие проверить понимание и усвоение основных понятий, принципов, терминов изученного модуля;

- тестовые задания второго уровня, позволяющие проверить умение решать типовые задачи модуля.

В представленных тестовых заданиях первого уровня использованы следующие их виды:

- задания закрытой формы;
- задания на установление соответствия;
- задания на установление правильной последовательности;
- задания открытой формы.

В тестовых заданиях закрытой формы необходимо выбрать правильный ответ из представленных вариантов. Возможны две разновидности таких заданий: с выбором одного и нескольких правильных ответов.

В тестовых заданиях на установление соответствия нужно указать связь между элементами двух столбцов – задающего столбца и столбца выбора. Элементы задающего столбца располагаются слева, а элементы столбца выбора – справа. Правый столбец содержит элементов больше, чем левый, и все его элементы являются истинными высказываниями.

В тестовых заданиях на установление последовательности нужно восстановить правильную последовательность некоторых действий, приведенных произвольным образом.

В тестовых заданиях открытой формы требуется дописать правильный ответ, связанный с понятием, принципом или термином.

В тестовых заданиях второго уровня необходимо показать умение решать стандартные задачи, связанные с определением степени статической неопределимости плоских стержневых конструкций.

3.1 Тестовые задания первого уровня

1.1. Укажите, как достигается требование статической эквивалентности заданной и основной системы метода перемещений?

1. Приложением к основной системе реакций удаленных связей и введением условий обращения в ноль перемещений основной системы в местах удаления связей.
2. Приложением к основной системе реакций удаленных связей.
3. Введением условий обращения в ноль перемещений основной системы в местах удаления связей.

1.2. Укажите, как достигается требование кинематической эквивалентности заданной и основной системы метода перемещений?

1. Приложением к основной системе реакций удаленных связей и введением условий обращения в ноль перемещений основной системы в местах удаления связей.
2. Приложением к основной системе реакций удаленных связей.
3. Введением условий обращения в ноль перемещений основной системы в местах удаления связей.

1.3. Укажите, какую природу имеют канонические уравнения метода перемещений?

1. Статическую.
2. Кинематическую.
3. Смешанную.

1.4. Укажите, какую природу имеют основные неизвестные метода перемещений?

1. Статическую.
2. Кинематическую.
3. Смешанную.

1.5. Укажите, что собой представляют коэффициенты канонических уравнений метода перемещений?

1. Узловые перемещения от нагрузки.
2. Грузовые реакции в наложенных связях.
3. Единичные узловые перемещения.
4. Единичные реакции в наложенных связях.

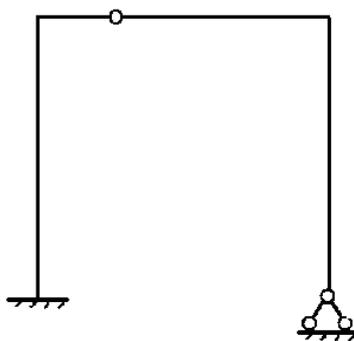
1.6. Укажите, что собой представляют свободные члены канонических уравнений метода перемещений?

1. Единичные узловые перемещения.
2. Узловые перемещения от нагрузки.
3. Грузовые реакции в наложенных связях.
4. Единичные реакции в наложенных связях.

3.2 Тестовые задания второго уровня

2.1. Определите степень кинематической неопределимости для следующих плоских статически неопределимых рам и сделайте заключение о их разновидности

2.1.1



а) $n = ?$

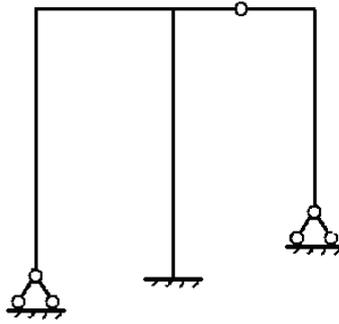
б) $n_y = ?$

в) $n_{\text{л}} = ?$

1. свободная рама

2. несвободная рама

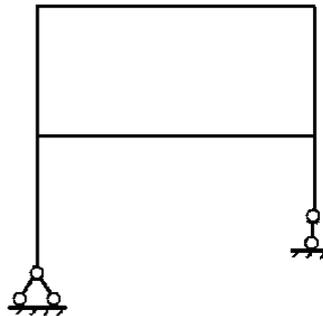
2.1.2



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_d = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

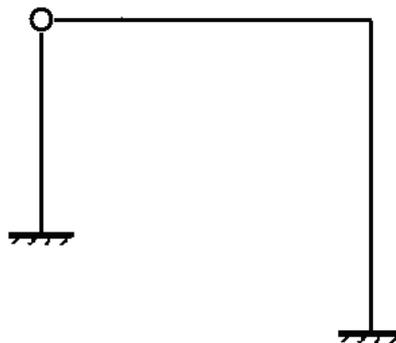
2.1.3



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_d = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

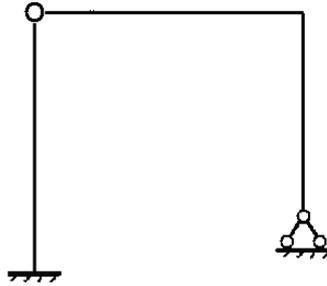
2.1.4



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_d = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

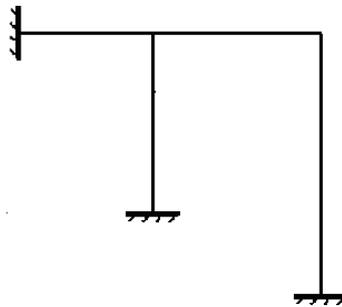
2.1.5



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_{\mathcal{L}} = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

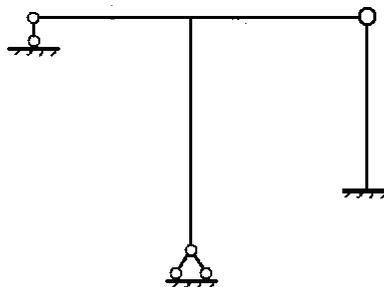
2.1.6



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_{\mathcal{L}} = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

2.1.7



- а) $n = ?$
- б) $n_y = ?$
- в) $n_{\mathcal{L}} = ?$

- 1. свободная рама
- 2. несвободная рама

3.3 Ответы на тестовые задания первого и второго уровней

1.1 – 2.

1.2 – 3.

1.3 – 1.

1.4 – 2.

1.5 – 4.

1.6 – 3.

2.1.1. а) $n = 3$, б) $n_y = 2$, в) $n_{\pi} = 1$, **1;**

2.1.2. а) $n = 4$, б) $n_y = 3$, в) $n_{\pi} = 1$, **1;**

2.1.3. а) $n = 6$, б) $n_y = 4$, в) $n_{\pi} = 2$, **1;**

2.1.4. а) $n = 2$, б) $n_y = 1$, в) $n_{\pi} = 1$, **1;**

2.1.5. а) $n = 2$, б) $n_y = 1$, в) $n_{\pi} = 1$, **1;**

2.1.6. а) $n = 3$, б) $n_y = 2$, в) $n_{\pi} = 1$, **2;**

2.1.7. а) $n = 2$, б) $n_y = 1$, в) $n_{\pi} = 1$, **1.**

ЛИТЕРАТУРА

Учебно-нормативные документы

1. Образовательный стандарт высшего образования первой степени специальности Промышленное и гражданское строительство ОСВО 1-70 02 01-2013, утвержден 30.08.2013, Минск, 2013.
2. Типовая учебная программа дисциплины «Строительная механика», регистрационный № ТД-Ј.066/тип, утверждена 30.06.2010, Минск, 2010.
3. Учебная программа дисциплины «Строительная механика», регистрационный №03/15/уч., утверждена 01.07.2015.

Учебная литература основная

4. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Минск : БНТУ, 2009. – 756 с.
5. Дарков, А.В. Строительная механика: учебник для вузов. / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб. : Изд. Лань, 2010. – 656 с.
6. Строительная механика. Стержневые системы: учебник для вузов / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашеников, Н.Н. Шапошников. Под ред. А.Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1981. – 512 с.
7. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений: учебник для вузов / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашеников, Н.Н. Шапошников. Под ред. А.Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1984. – 416 с.
8. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат. – М. : Высшая школа, 1972. – 320 с.
9. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Статика стержневых систем / Под ред. Г.К. Клейна. – М. : Высшая школа, 1980. – 384 с.
10. Турищев, Л.С. Строительная механика: в 3 ч. /Л.С. Турищев. – Новополюк: ПГУ. 2010. – Ч.1. Статически определимые системы: учебно-методический комплекс. – 224 с.

11. Турищев, Л.С. Строительная механика: учеб.-метод. комплекс в 3 ч. /Л.С. Турищев. – Новополюцк: ПГУ, 2009. – Ч.2. Статически неопределимые системы. – 200 с.

12. Турищев, Л.С. Строительная механика: в 3 ч. /Л.С. Турищев. – Новополюцк: ПГУ. 2010. – Ч.3. Основы динамики и устойчивости сооружений: учебно-методический комплекс – 136 с.

Учебная литература дополнительная

13. Рабинович, И.М. Основы строительной механики стержневых систем / И.М. Рабинович. – М. : Госстройиздат, 1960. – 520 с.

14. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учебник для вузов / А.Е. Саргсян, А.Т. Демченко, Н.В. Дворянчиков, Г.А. Джинчвелашвили. Под ред. А.Е. Саргсяна. – М. : Высш. шк., 2000. – 416 с.

15. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах /Н.И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М. : Высшая школа, 1987. – 264 с.

16. Кузьмин В.А., Рекач В.Г., Розенблат Г.И. Сборник задач по курсу строительной механики / Под редакцией И.М. Рабиновича. М. : Госстройиздат, 1963. – 331 с.

17. Строительная механика в примерах и задачах / Под ред. В.А. Киселева. М. : Стройиздат, 1986. -387с.

Интернет-ресурсы

18. Учебные курсы для студентов по сопротивлению материалов и строительной механики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mysopromat.ru/uchebnye_kursu/.

19. Сайт кафедры строительной механики СПб ГПУ с учебными материалами по строительной механике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://smitu.cef.spbstu.ru/index.htm>.

20. Сайт кафедры строительной механики БелГУТ с учебными материалами по строительной механике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mechanika.org.ru/index>.

**Краткие справочные сведения по математике,
связанные с содержанием изучаемого модуля²**

Величина – характеристика объекта (предмета или процесса), которую можно численно измерить. Величина может быть скалярной и векторной.

Скалярная величина (скаляр)³ – величина, результат измерения которой характеризуется одним числом.

Абсолютная величина (модуль) – само числовое значение величины, если оно положительное, или числовое значение величины, взятое со знаком «плюс», если оно отрицательное.

Единица измерения – скалярная величина, результат измерения которой есть число 1.

Размерность величины – единица измерения, через которую эта величина выражена.

Безразмерная величина – отношение двух величин одинаковой размерности.

Постоянная величина (константа) – величина, принимающая одно определенное числовое значение.

Переменная величина – величина, принимающая различные числовые значения.

Параметр – постоянная величина, характеризующая некоторый объект, процесс или явление, которая может изменяться в зависимости от рассматриваемых условий.

Непрерывная переменная величина – величина, принимающая все значения, заключенные между некоторыми границами.

Дискретная переменная величина – величина, принимающая отдельные значения, заключенные между некоторыми границами.

Область изменения переменной величины – совокупность значений, которые может принимать величина.

² Составлены с использованием учебного пособия для студентов технических вузов: Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. – СПб. : Издательство «Лань», 2007.

³ Далее понятие «скалярная величина» эквивалентно понятию «величина».

Числовая ось – прямолинейная ось с выбранным положительным направлением, началом отсчета, шкалой (равномерной или неравномерной) и единицей масштаба для наглядного изображения числового значения величины в виде точки на оси.

Функция – закон (правило), по которому значениям одних переменных величин (независимая переменная x) соответствуют значения других переменных величин (зависимая переменная y). Независимая переменная называется аргументом функции, а зависимая переменная – значением функции.

Область определения функции – совокупность значений независимой переменной x , при которых эта функция определена.

Способы задания функции – аналитический, табличный, графический, компьютерной программой.

Плоская декартова система координат – две взаимно перпендикулярные числовые оси с началом отсчёта в точке их пересечения. Горизонтальная числовая ось, направленная слева направо, называется осью абсцисс x , обычно, это ось независимой переменной x . Вертикальная числовая ось, направленная снизу вверх, называется осью ординат y , обычно, это ось зависимой переменной y .

Векторная величина (вектор) – величина, результат измерения которой характеризуется не только числом, но и направлением в пространстве.

Модуль вектора – положительная скалярная величина, характеризующая длину вектора.

Проекция вектора на ось – направленный отрезок оси между основаниями перпендикуляров, опущенных из начала и конца вектора на ось

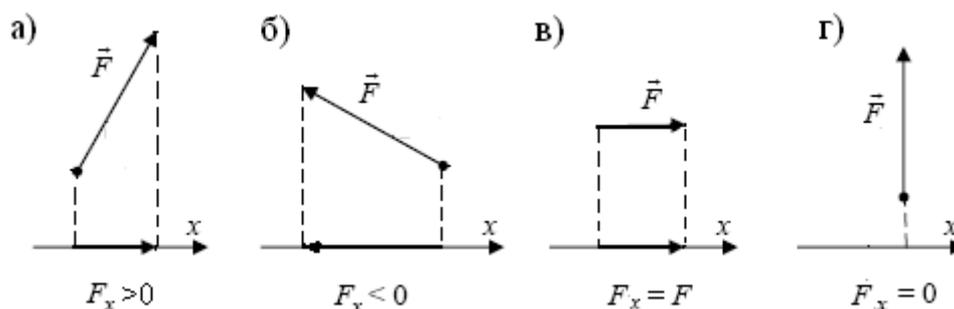


Рис.12. К понятию проекции вектора на ось

Величина проекции вектора есть скаляр, равна длине отрезка, и может быть положительной или отрицательной. Она берется со знаком «+», если направление отрезка совпадает с положительным направлением оси (рисунок 12, а), в противном случае она берется со знаком «-» (рисунок 12, б).

Если вектор параллелен оси, то он проецируется на эту ось в натуральную величину (рисунок 12, в). Если вектор перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю (рисунок 12, г).

Матрица – прямоугольная таблица, составленная из вещественных чисел и имеющая в общем случае вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Размеры матрицы характеризуются количеством строк и столбцов и записываются в виде $m \times n$.

Квадратная матрица – матрица, у которой число строк m равняется числу столбцов n .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{nn} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Вместо термина «размеры» для такой матрицы применяется термин «порядок» и для матрицы A он равен n .

Нулевая матрица – матрица, у которой все элементы равны нулю.

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица – квадратная матрица, у которой равны нулю все элементы, стоящие вне главной (левой) диагонали.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Единичная матрица – диагональная матрица, у которой все диагональные элементы равны единице. Обычно обозначается буквой E .

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица-столбец (вектор) – матрица, у которой число столбцов $n=1$.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$$

Второй индекс у элементов в этом случае опускается.

Матрица-строка – матрица, у которой число строк $m=1$.

$$\mathbf{a} = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)$$

В этом случае у элементов опускается первый индекс.

**Краткие справочные сведения по физике,
связанные с содержанием изучаемого модуля⁴**

Механическое движение – процесс изменения взаимного расположения материальных тел или их частей в пространстве с течением времени.

Механическое воздействие – воздействие одного тела на другое, вызывающее деформацию тела или его ускорение при механическом движении или одновременно и то и другое.

Сила (внешняя сила) – векторная величина, которая является мерой механического воздействия на тело со стороны другого тела.

Деформация тела – изменение размеров и формы материального тела под действием внешних сил.

Упругая деформация – деформация тела, исчезающая после снятия внешних сил.

Пластическая (остаточная) деформация – деформация, сохраняющаяся в теле, после прекращения действия внешних сил.

Внутренние силы – силы взаимодействия между атомами тела, возникающие при его деформации вследствие смещения атомов из равновесных положений в узлах кристаллической решетки. Эти силы носят дискретный характер (являются дискретными переменными величинами) и имеют электромагнитную природу.

Силы упругости – внутренние силы, возникающие в теле при его упругой деформации.

Тело отсчета – тело, по отношению к которому рассматривается механическое движение прочих тел.

Система отсчета – тело отсчета вместе со связанной с ним системой координат.

Инерциальная система отсчета – система отсчета, которая может покоиться или двигаться только равномерно и прямолинейно.

Первый закон Ньютона (закон инерции⁵) – существуют системы отсчета, в которых всякое материальное тело сохраняет состояние покоя или

⁴ Составлены с использованием учебного пособия для студентов технических вузов: Макаренко Г.М. Курс общей физики. – Минск: Издательство «Дизайн ПРО», 2003.

⁵ Впервые был сформулирован Галилеем.

равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока при воздействии со стороны других тел это состояние не изменится.

Инертность – свойство материальных тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Второй закон Ньютона – ускорение, которое материальное тело приобретает в инерциальной системе отсчёта, пропорционально действующей на тело силе, обратно пропорционально массе тела и по направлению совпадает с силой.

Масса – физическая величина, характеризующая инерционные и гравитационные свойства материальных тел.

Третий закон Ньютона – всякое действие материальных тел друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные тела, всегда равны по модулю, противоположно направлены, действуют вдоль прямой, соединяющей точки их приложения, и приложены к разным телам.

Сила тяжести – сила, с которой материальное тело притягивается к Земле.

Вес тела – сила, с которой тело, притягиваясь к Земле, действует на горизонтальную опору или натягивает нить вертикального подвеса. Вес тела равен силе тяжести, когда ускорение тела относительно Земли равно нулю.

Ускорение свободного падения – ускорение, с которым все тела падают в определенном месте под действием силы притяжения к Земле. Оно не зависит от массы тела, но зависит от высоты тела над поверхностью Земли. Вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения примерно одинаково и равно 9.81 м/с^2 .

**Краткие справочные сведения по теоретической механике,
связанные с содержанием изучаемого модуля⁶**

Абсолютно твердое тело⁷ – материальное тело, у которого под действием приложенных к нему сил не возникают деформации.

Материальная точка – частный случай тела, размеры которого малы или ими можно пренебречь по сравнению с размерами других тел или расстояниями между ними.

Кинематические состояния тела – два состояния тела – равновесие или движение определенного характера.

Равновесие тела – неподвижность (покой) тела относительно Земли.

Свободное тело – тело, которое может перемещаться в пространстве в любом направлении.

Связи тела – другие тела, с которыми соприкасается или на которые опирается рассматриваемое тело и которые ограничивают свободу его движения. Принято говорить, что связи наложены на тело.

Несвободное тело – тело, движение которого ограничено наложенными связями.

Активные силы (внешние силы) – все приложенные к телу силы, кроме сил, действующих со стороны связей.

Реактивные силы (реакции связей) – силы, с которыми связи действуют на тело. Направлены реакции всегда в сторону, противоположную той, куда связь не даёт телу перемещаться.

Принцип освобожденности тел от связей – несвободное тело можно рассматривать как свободное, на которое, кроме задаваемых внешних сил, действуют реакции связей.

Система сил – совокупность нескольких сил, действующих на тело.

Эквивалентные системы сил – системы сил, под действием каждой из которых тело находится в одинаковом кинематическом состоянии.

Равнодействующая (R) – сила, эквивалентная некоторой системе сил.

⁶ Составлены с использованием учебно-методического комплекса для студентов строительных специальностей: Завистовский В.Э., Коровкин В.Н., Кулик Н.А. Теоретическая механика. – Новополюцк.: ПГУ, 2008.

⁷ В дальнейшем для краткости называемое просто тело.

Уравновешивающая сила – сила, равная по модулю равнодействующей и направленная по линии её действия в противоположную сторону.

Система взаимно уравновешивающихся сил – система сил, которая, будучи приложенной к телу, находящемуся в покое, не выводит его из этого состояния.

Основная задача статики – исследование условий равновесия тела под действием приложенных к нему сил.

Аксиомы статики – исходные положения условий равновесия тела, принимаемые без математических доказательств и представляющие собой результат обобщений многочисленных опытов и наблюдений над равновесием и движением тел. Некоторые физические законы классической механики одновременно являются и аксиомами статики.

1-ая аксиома – закон инерции. Под действием взаимно уравновешивающихся сил тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно. Данная аксиома выражает первый закон классической механики.

2-ая аксиома – условие равновесия двух сил. Две силы, приложенные к телу, взаимно уравновешиваются только в том случае, если они равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

3-ья аксиома – принцип присоединения и исключения взаимно уравновешивающихся сил. Действие системы сил на тело не изменится, если к ней присоединить или из неё исключить систему взаимно уравновешивающихся сил.

Следствие 3-ей аксиомы. Не изменяя кинематического состояния тела, силу можно переносить вдоль линии её действия, сохраняя неизменным её модуль и направление.

4-ая аксиома – правило параллелограмма сил. Равнодействующая двух пересекающихся сил приложена в точке их пересечения и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах.

5-ая аксиома – закон равенства действия и противодействия. Силы действия друг на друга двух тел равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Данная аксиома выражает сформулированный Ньютоном третий закон классической механики.

6-ая аксиома – принцип затвердения. Равновесие сил, приложенных к деформирующемуся телу, сохраняется при его затвердении.

Плоская система сил – система произвольно расположенных сил, линии действия которых лежат в одной плоскости.

Пара сил – плоская система двух параллельных, противоположно направленных и равных по модулю сил, приложенных к одному телу (рис. 13).

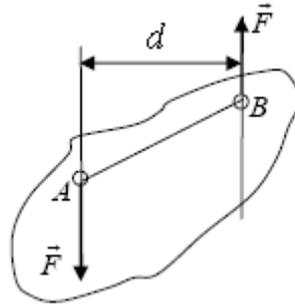


Рис.13. К понятию пары сил

Также, как и отдельная сила, пара сил является мерой механического воздействия на тело. Пара сил не имеет равнодействующей, её силы не уравниваются и поэтому она стремится произвести вращение тела, к которому приложена, в плоскости действия.

Плечо пары сил – кратчайшее расстояние (d) между линиями действия сил, составляющих пару

Момент пары сил на плоскости – количественная мера действия пары сил на тело, равная алгебраической величине произведения модуля одной из сил пар на плечо

$$M = \pm Fd .$$

Может изображаться криволинейной стрелкой, указывающей направление, в котором пара сил стремится вращать тело. Момент пары сил считается положительным, если пара сил, стремится вращать тело в плоскости действия против хода часовой стрелки. В противном случае он считается отрицательным.

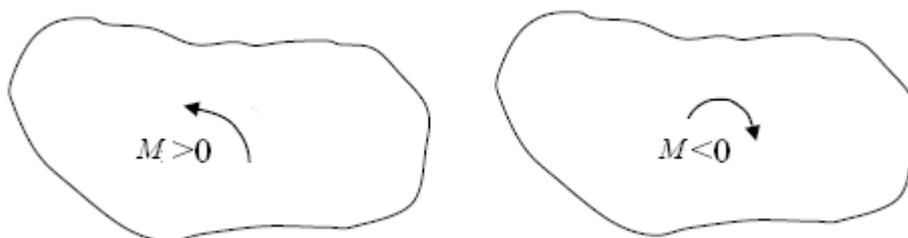


Рис.14. К правилу знаков момента пары сил

Момент силы относительно точки на плоскости – алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на её плечо относительно этой точки

$$M = \pm Fd$$

Момент силы считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг точки против вращения часовой стрелки. В противном случае он считается отрицательным

Центр приведения – любая точка плоскости, в которую могут переноситься силы плоской системы.

Главный вектор системы сил на плоскости (R^*) – геометрическая сумма сил плоской системы, получаемая при их переносе в центр приведения.

Главный момент системы сил на плоскости (M) – алгебраическая сумма моментов сил плоской системы относительно центра приведения.

Два условия равновесия плоской системы сил – силы, произвольно расположенные на плоскости, находятся в равновесии, если их главный вектор и главный момент равны нулю

$$R^* = 0 \quad M = 0$$

Уравнения равновесия плоской системы сил – условия равновесия плоской системы сил, выраженные в виде системы трех независимых уравнений. Возможны три разновидности таких систем уравнений.

Первая разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – два уравнения проекций сил на координатные оси и одно уравнение моментов относительно произвольной точки

$$\begin{aligned}\sum F_{i_x} &= 0; \\ \sum F_{i_y} &= 0; \\ \sum M_{i_O} &= 0.\end{aligned}$$

Вторая разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – одно уравнение проекций сил на произвольную ось и два уравнения моментов относительно двух произвольных точек

$$\begin{aligned}\sum F_{i_U} &= 0; \\ \sum M_{i_A} &= 0; \\ \sum M_{i_B} &= 0.\end{aligned}$$

При этом ось U не должна быть перпендикулярной прямой, проходящей через точки A и B .

Третья разновидность уравнений равновесия плоской системы сил – три уравнения моментов относительно трех произвольных точек

$$\sum M_{i_A} = 0;$$

$$\sum M_{i_B} = 0;$$

$$\sum M_{i_C} = 0.$$

При этом точки A, B, C не должны лежать на одной прямой.

**Краткие справочные сведения по сопротивлению материалов,
связанные с содержанием изучаемого модуля⁸**

Порядок построения эпюр внутренних усилий при поперечном изгибе балок:

1. Определить опорные реакции балки.
2. Получить аналитические выражения для M и Q на каждом участке балки.
3. Определить значения M и Q в характерных точках каждого участка – начало и конец участка, точках экстремума.
4. Отложить в некотором масштабе на двух осях эпюр найденные характерные значения M и Q перпендикулярно оси балки и соединить концы полученных ординат в соответствии с законом изменения M или Q на каждом участке.

Правила знаков внутренних усилий при построении эпюр в балках:

Изгибающий момент считается положительным, если он в соответствующем сечении растягивает нижние волокна, в противном случае он считается отрицательным (рисунок 15).

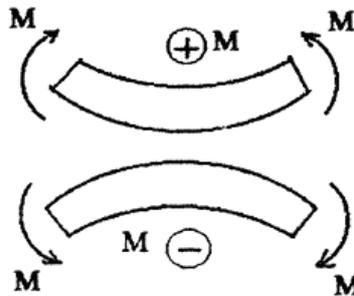


Рисунок 15. – Положительный и отрицательный изгибающие моменты

Эпюра изгибающих моментов строится на каждом участке со стороны растянутого волокна и знаки на эпюре M не ставятся.

Поперечная сила считается положительной, если она вращает прилегающую часть по часовой стрелке, в противном случае она считается отрицательной (рисунок 16).

⁸ Составлены с использованием учебно-методического комплекса для студентов строительных специальностей: Родионов В.К., Турицев Л.С. Сопротивление материалов. – Новополюцк.: ПГУ, 2010.

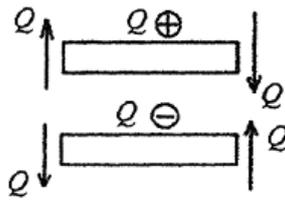
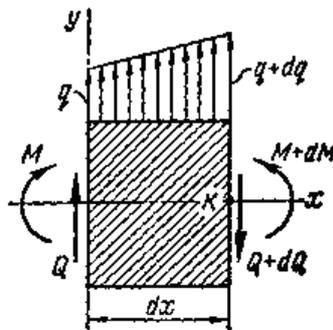


Рисунок 16. – Положительная и отрицательная поперечные силы

Положительные ординаты поперечной силы откладываются на оси вверх, отрицательные – вниз. Знаки на эпюре Q ставятся обязательно.

Дифференциальные зависимости Журавского – зависимости вытекают из условий равновесия элементарного участка балки при поперечном изгибе



и связывают между собой интенсивность распределенной нагрузки q , поперечную силу Q и изгибающий момент M следующими двумя функциональными соотношениями:

1. Первая производная от поперечной силы по абсциссе сечения равна интенсивности распределенной нагрузки

$$\frac{dQ}{dx} = q.$$

2. Первая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения равна поперечной силе

$$\frac{dM}{dx} = Q.$$

Отсюда следует, что тангенс угла α_M между касательной к линии, ограничивающей эпюру M , и осью эпюры равен поперечной силе

$$\operatorname{tg} \alpha_M = Q$$

Правила контроля правильности построения эпюр M и Q в балках – из полученных дифференциальных зависимостей вытекают следующие пра-

вила, позволяющие осуществлять контроль над правильностью построения эпюр M и Q в балках:

– если на некотором участке действует распределенная нагрузка с интенсивностью $q = const$, то на этом участке эпюра Q ограничена наклонной прямой линией, а эпюра M ограничена параболой, выпуклость которой направлена в сторону действия нагрузки (правило паруса);

– если на некотором участке распределенная нагрузка отсутствует, то на этом участке эпюра Q ограничена прямой линией параллельной оси эпюры, а эпюра M ограничена наклонной прямой линией;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила положительная, то ординаты эпюры изгибающего момента на этом участке возрастают слева направо;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила отрицательная, то ординаты эпюры изгибающего момента на этом участке убывают слева направо;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила имеет постоянное значение, то эпюра моментов на этом участке ограничена прямой линией. При $Q \neq 0$ эта линия наклонена к оси эпюры M под некоторым углом, а при $Q = 0$ она параллельна оси эпюры;

– если в некотором сечении поперечная сила равняется нулю, то ордината на эпюре изгибающего момента в этом сечении принимает экстремальное значение (максимальное или минимальное), а касательная к линии, ограничивающей эпюру M , в этом сечении параллельна оси эпюры;

– если в некотором сечении приложена сосредоточенная сила, то на эпюре Q в этом месте имеется скачок (разрыв 1-го рода), а линии, ограничивающие эпюру M на этих участках, сопрягаются с переломом (не имеют в точке сопряжения общей касательной), который направлен в сторону действия нагрузки (правило паруса);

– если на границе соседних участков эпюра Q не имеет скачка, то линии, ограничивающие эпюру M на этих участках, сопрягаются без перелома, т.е. имеют в точке сопряжения общую касательную;

если в некотором сечении приложена сосредоточенная пара с моментом M , то на эпюре M в этом месте имеется скачок (разрыв 1-го рода). Направление скачка зависит от направления пары сил. Если она в сечении растягивает нижние волокна, то скачок направлен вниз, в противном случае – вверх. На очертание эпюры Q наличие пары сил в сечении никак не влияет.

Глоссарий модуля

<i>Статически неопределимая рама</i>	Рамная конструкция, у которой уравнений статики недостаточно для однозначного определения опорных реакций и внутренних усилий, возникающих в конструкции при произвольной статической нагрузке
<i>Степень кинематической неопределимости рамы</i>	Количество узловых перемещений рамы, которые возникают вследствие изгибных деформаций ее стержней.
<i>Метод перемещений</i>	Классический метод решения частной задачи, в котором в качестве основных неизвестных выступают узловые перемещения статически неопределимой рамной конструкции.
<i>Основная система метода перемещений</i>	Эквивалентная кинематически определимая стержневая система, которая заменяет заданную статически неопределимую рамную конструкцию при решении частной задачи.
<i>Канонические уравнения метода перемещений</i>	Дополнительные уравнения, учитывающие равновесие узлов заданной статически неопределимой рамной конструкции.
<i>Основные неизвестные метода перемещений</i>	Неизвестные узловые перемещения заданной статически неопределимой рамной конструкции.