

УДК 528. 063

**СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ УРАВНИВАНИЯ**

П.Ф. ПАРАДНЯ
(Полоцкий государственный университет)

Приводятся результаты исследований по определению закономерности изменения чисел обусловленности в различных геодезических построениях и в зависимости от числа исходных пунктов при использовании коррелятного и параметрического способов уравнивания.

Вопросами сравнения чисел обусловленности необходимо заниматься при сравнении систем нормальных уравнений для различных способов уравнивания: параметрического, коррелятного и коррелятно-параметрического. Теория этого вопроса была изложена в [1 – 3], но практические результаты сравнения излагаются в данной работе впервые.

Будем анализировать следующие числа обусловленности:

$$C_1 = \|R\|_E \|Q\|_E, \tag{1}$$

где $R = A^N P A$ – в параметрическом способе;

$R = B P^{-1} B^T$ – в коррелятном способе;

$R = B^* P^{-1} (B^T)^*$ – в коррелятно-параметрическом способе ($B^* = (E - AF)$ – выделенное по строкам для избыточных измерений);

$Q = R^{-1}$.

Другое число обусловленности

$$C_2 = \left| \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \right|, \tag{2}$$

с использованием собственных значений матриц R или Q ;

$$C_3 = \|R'\|_E \|Q'\|_E \tag{3}$$

является вспомогательным числом обусловленности для всех способов уравнивания, при котором берутся горизонтальные углы, замыкающие горизонт, что близко к уравниванию для направлений при составлении линейных уравнений для углов. Величины $\|R\|_E$ и $\|Q\|_E$ вычисляются по известной формуле

$$\|R\|_E = \sqrt{\sum_{i,j=1}^l r_{ij}^2}.$$

Число обусловленности C_3 вычислялось по программе OZKOR5 с определением избыточных измерений рекуррентным способом.

Из вышеизложенного следует, что мы должны анализировать системы нормальных уравнений не только для параметрического и коррелятно-параметрического способов, но и для классического коррелятного способа. Это составляет определенные трудности при обработке сложных по построению геодезических сетей. Поэтому сравним числа обусловленности для 4-х простых по построению сетей триангуляции, трилатерации и полигонометрии.

Пример 1. Триангуляция.

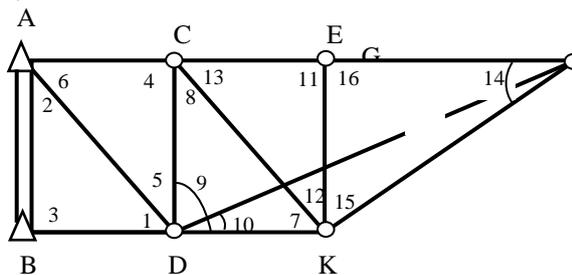


Рис. 1. Триангуляция

Координаты пунктов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Координаты пунктов

Названия пунктов	X, м	Y, м
A	1100	100
B	100	100
C	1100	1100
D	100	1100
E	1100	2100
K	100	2100
G	1100	3100

В таблице 2 приняты следующие обозначения чисел обусловленности:

$(C_1)_P$	}	для параметрического способа;
$(C_2)_P$		
$(C_3)_P$		
$(C_1)_{KL}$	}	для коррелятного способа;
$(C_2)_{KL}$		
$(C_3)_{KL}$		
$(C_1)_{KP}$	}	для коррелятно-параметрического способа.
$(C_2)_{KP}$		
$(C_3)_{KP}$		

Таблица 2

Результаты вычислений при $\sigma_B = 5.0''$

Числа обусловленности	Названия исходных пунктов		
	A, B	A, B, G	A, B, E, G
$(C_1)_P$	55,75	53,30	44,37
$(C_2)_P$	341,4	32,53	11,61
$(C_3)_P$	533	71,0	23,0
$(C_1)_{KL}$	12,62	43,0	182,0
$(C_2)_{KL}$	5,16	25,7	74,6
$(C_3)_{KL}$	–	–	–
$(C_1)_{KP}$	7,78	72,0	182,0
$(C_2)_{KP}$	3,17	38,8	74,6
$(C_3)_{KP}$	214,6	202,0	138,2

По данным табл. 2 можно сделать следующие выводы:

- 1) для сети триангуляции $(C_i)_{KL}$ и $(C_i)_{KP}$ практически совпадают;
- 2) $(C_i)_P$ с увеличением числа исходных пунктов уменьшается, а $(C_i)_{KL}$ и $(C_i)_{KP}$ возрастают.

Пример 2. Трилатерация.

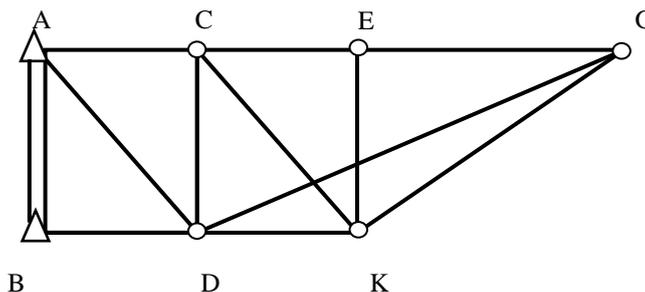


Рис. 2. Трилатерация (11 сторон)

Координаты всех пунктов соответствуют табл. 1.
 В таблице 3 приняты обозначения аналогично табл. 2, только для трилатерации.

Таблица 3

Результаты вычислений при $\sigma_s = 30$ мм

Числа обусловленности	Названия исходных пунктов		
	A, B	A, B, G	A, B, E, G
(C ₁) _P	352	37,0	17,0
(C ₂) _P	193	20,0	10,2
(C ₃) _P	352	37,0	17,0
(C ₁) _{KL}	1	141	221,6
(C ₂) _{KL}	1	140	200,4
(C ₃) _{KL}	–	–	–
(C ₁) _{KP}	1	8,28	24,8
(C ₂) _{KP}	1	6,82	17,6
(C ₃) _{KP}	1	6,36	17,4

По данным табл. 3 можно сделать следующие выводы:

1. Если при уравнивании геодезической сети возникает одно условное уравнение, то независимо от его вида $(C_l)_K=1$.
2. С увеличением числа исходных пунктов $(C_l)_P$ убывает, а $(C_l)_K$ возрастает.

Пример 3. Полигонометрия.

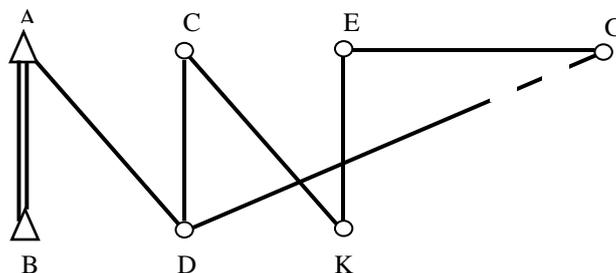


Рис. 3. Полигонометрия (6 сторон, 6 углов)

Координаты всех пунктов соответствуют табл. 1.
 В таблице 4 приняты обозначения аналогично табл. 2, только для полигонометрии.

Таблица 4

Результаты вычислений при $\sigma_\beta = 5.0''$, $\sigma_s = 30$ мм

Числа обусловленности	Названия исходных пунктов		
	A, B	A, B, G	A, B, E, G
(C ₁) _P	308	43,08	17,14
(C ₂) _P	196	25,26	11,48
(C ₃) _P	260	40,9	16,4
(C ₁) _{KL}	29 683	56 270	824 740
(C ₂) _{KL}	29 683	56 139	821 140
(C ₃) _{KL}	–	–	–
(C ₁) _{KP}	29 688	58 077	191 390
(C ₂) _{KP}	29 688	47 994	160 810
(C ₃) _{KP}	7,14	21,3	28,2

По данным табл. 4 можно сделать следующие выводы:

1) тенденция изменения $(C_1)_{KL}$ и $(C_1)_{KP}$ одинакова, что говорит о возможности анализа чисел обусловленности в коррелятно-параметрическом способе;

2) $(C_3)_{KP}$ оказалось заниженным по той причине, что выбраны особые (для углов) избыточные измерения. Исследования показали, что если в состав избыточных измерений включается сторона, то $(C_3)_{KP}$ примерно равно $(C_1)_{KP}$.

Пример 4. Полигонометрия.

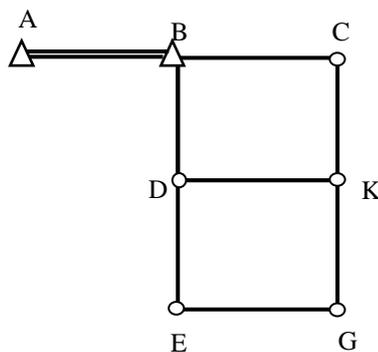


Рис. 4. Полигонометрия (7 сторон, 9 углов)

Координаты всех пунктов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Координаты пунктов

Названия пунктов	X, м	Y, м
A	3000	0
B	3000	1000
C	3000	2000
D	2000	1000
E	1000	1000
K	2000	2000
G	1000	2000

Результаты вычислений представлены в табл. 6.

Таблица 6

Результаты вычислений при $\sigma_\beta = 5.0''$, $\sigma_s = 30$ мм

Числа обусловленности	Названия исходных пунктов		
	A, B	A, B, G	A, B, E, G
$(C_1)_P$	312	30,45	17,23
$(C_2)_P$	194	14,94	8,91
$(C_3)_P$	206	36,6	22,8
$(C_1)_{KL}$	133 810	303 150	729 560
$(C_2)_{KL}$	67 225	192 200	511 850
$(C_3)_{KL}$	—	—	—
$(C_1)_{KP}$	119 300	190 890	144 170
$(C_2)_{KP}$	59 624	110 860	70 708
$(C_3)_{KP}$	78,0	222,3	144 196

Выводы к табл. 6 аналогичны выводам к табл. 4.

В заключение отметим:

1) числа обусловленности в параметрическом и коррелятном способах изменяются по-разному при увеличении числа исходных пунктов;

2) числа обусловленности для классического коррелятного способа могут быть заменены коррелятно-параметрическим, так как в дальнейшем будем оценивать не величину чисел обусловленности, а тенденцию их изменения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасименко М.Д. Проектирование и обработка измерений с применением собственных значений матриц. – Владивосток, 1983.
2. Мазмишвили А.И. Способ наименьших квадратов. – М.: Недра, 1968.
3. Об автоматизации коррелятного способа уравнивания с помощью корреляционной матрицы поправок результатов измерений / В.И. Мицкевич, В.Е. Плюта, С.Г. Шнитко, В.В. Ялтыхов // Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2004. – 5 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 15.06.2004, № 849. – гд. 04.