

УДК 528.48

АНАЛИЗ ПРИЧИН ПЛОХОЙ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ СИСТЕМЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ НА ПЛОСКОСТИ

канд. техн. наук Л.А. ЧЕРКАС, Е.В. ГРИЩЕНКОВ
(Полоцкий государственный университет)

Анализируются три основные группы геодезических построений плохого качества, для которых приведены не только конкретные примеры, но и даны рекомендации по практическому переходу к сетям хорошего качества.

Как отмечалось в [1], одна из проблем, стоящих на современном этапе перед геодезическим производством, – выбор наиболее устойчивого способа решения уравнений, возникающих при уравнивании геодезических построений. Это связано с проблемой обусловленности получающихся нормальных уравнений. Плохая обусловленность является причиной существенных трудностей при их решении и приводит к значительному увеличению ошибок искомых параметров.

Вопросы оценки обусловленности матрицы коэффициентов нормальных уравнений и точности решения системы не новы и получили отражение в геодезической литературе. Но проблема выбора наиболее устойчивого способа решения уравнений все еще остается актуальной.

К ней можно отнести задачу уравнивания геодезических построений методом наименьших квадратов (МНК) для случая возмущенной системы с плохой обусловленной матрицей. Эта задача, как указано А.Н. Тихоновым [2], является некорректной. Предложенный им метод регуляризации позволяет построить устойчивое приближение к истинному решению. Основная трудность практического использования этого метода заключается в выборе параметра регуляризации применительно к конкретной ситуации.

Математическим индикатором геодезических некорректных задач служит число обусловленности системы нормальных уравнений.

Цель работы – обобщение основных причин плохой обусловленности исходя из опыта математической обработки геодезических сетей.

На наш взгляд, основными причинами плохой обусловленности являются:

- 1) уравнивание геодезических сетей без исходных пунктов параметрическим способом;
- 2) дефект конфигурации, впервые обнаруженный Ю.И. Маркузе [3];
- 3) дефект построения геодезических сетей, если в них содержатся засечки плохого качества с вырожденной матрицей параметрических нормальных уравнений.

Обусловленность плохого качества для первой причины «излечима» применением специальных математических методов, которые начали успешно развиваться в 70-х годах прошлого столетия и применяются не только для плановых, но и для нивелирных сетей.

Геодезические построения с дефектом конфигурации приведены на рис. 1 (первое построение предложено Ю.И. Маркузе; остальные – авторами данной работы).

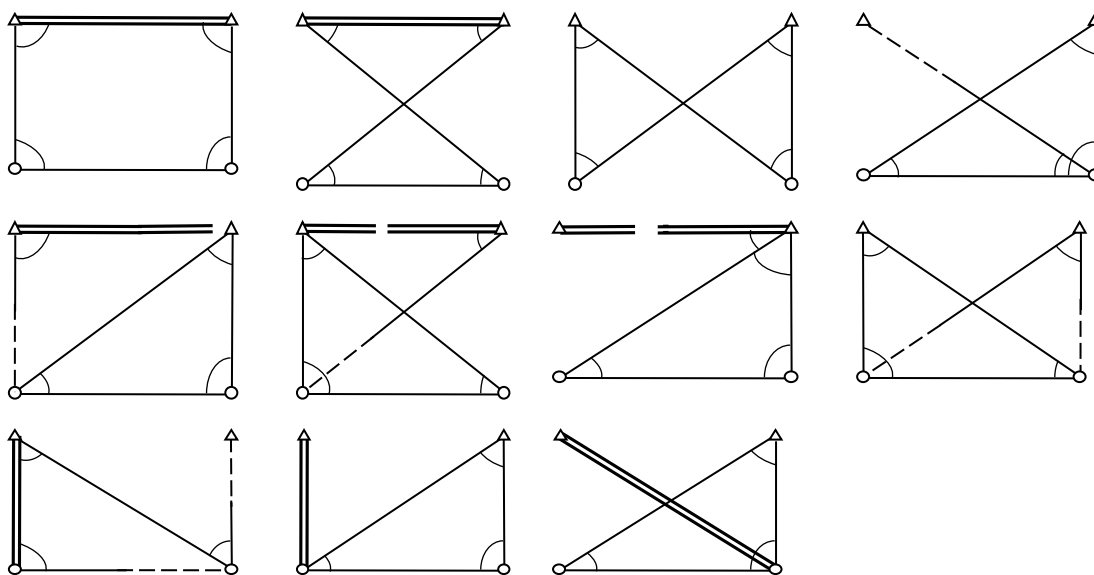


Рис. 1. Сети с дефектом конфигурации

Построения с дефектом конфигурации, присоединенные к геодезическим сетям «не излечиваются» никакими методами. При проектировании геодезических сетей на ЭВМ для разделения первой и второй причины плохой обусловленности берут исходные пункты и при плохой обусловленности отыскивают гены [4] с плохой конфигурацией.

Основные затруднения при поиске построений, принадлежащие к третьей причине плохой обусловленности, связаны с большим объемом вычислений на ЭВМ. Хотя два геодезических построения с плохой обусловленностью известны еще со времен Гаусса – прямая засечка с острым углом при определяемом пункте и обратная засечка, когда все исходные и определяемый пункты лежат на одной окружности. Далее рассмотрим новые построения, принадлежащие к третьей группе причин, и обоснуем структуру и свойства плохой обусловленности. Отметим, что в отличие от методов регуляризации, решение данных построений может быть получено прямым поиском, методом релаксации [5], хотя оценка точности положения пункта будет грубой, по которой и различают плохие и качественные построения.

В работе [6] предложены следующие два построения, принадлежащие к третьей группе причин (см. рис. 2).

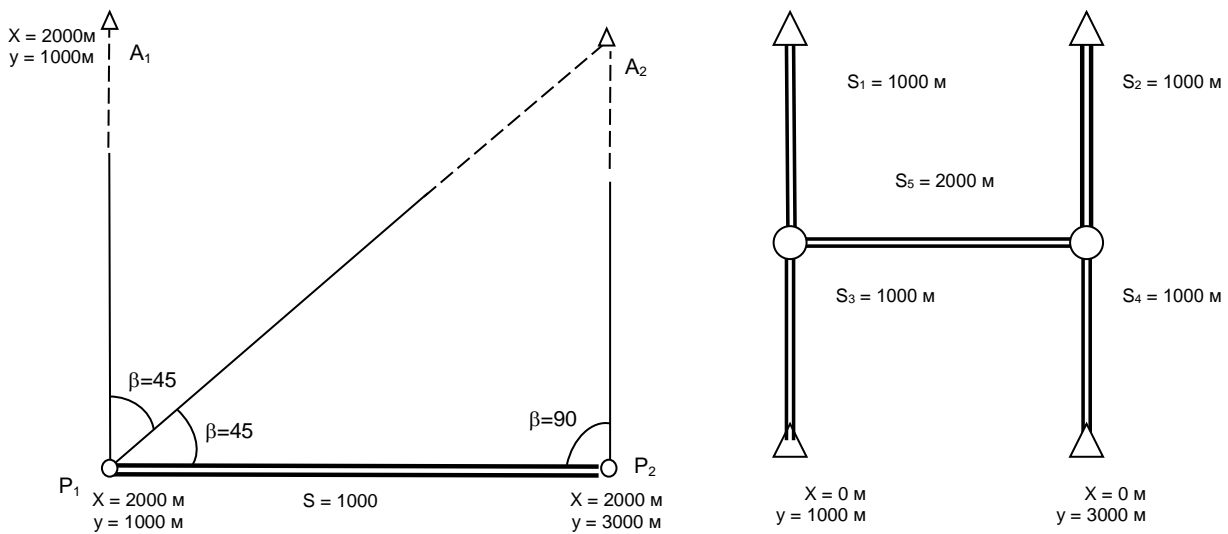


Рис. 2. Линейно-угловая и линейная засечки двух пунктов

В работе [7] предложено несколько таких построений, однако самой оригинальной и новой является следующая линейно-угловая засечка, содержащая избыточные измерения (рис. 3).

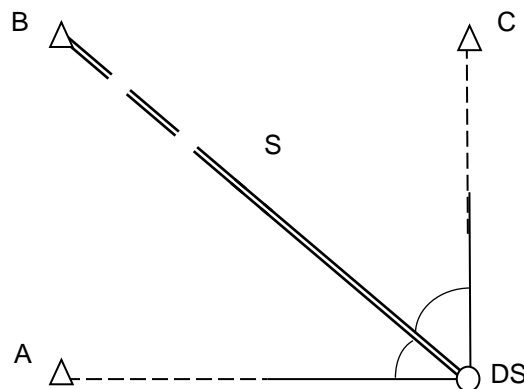


Рис. 3. Схема сети

Причина плохого построения (рис. 3) заключается в том, что в точке D соприкасаются две окружности, одна из которых проходит через точки A, B, C, D, а вторая имеет радиус S из точки B (рис. 4).

На рисунке 5 показана другая засечка со свойствами построения засечки (см. рис. 3), причем на пункте D измерено направление не DE, а DB. Если на рис. 5 заменить направление DB на DE, то засечка будет хорошего качества.

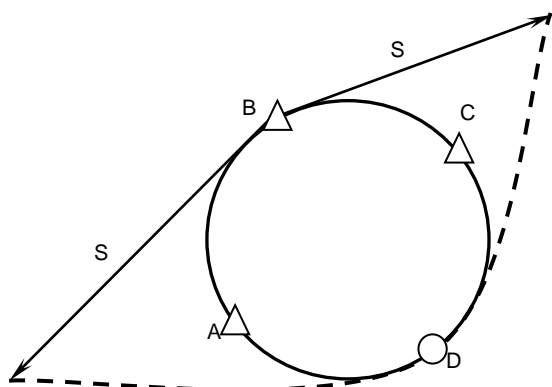


Рис. 4. Схема сети

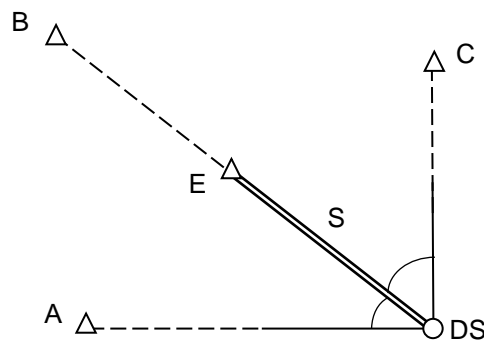


Рис. 5. Схема сети

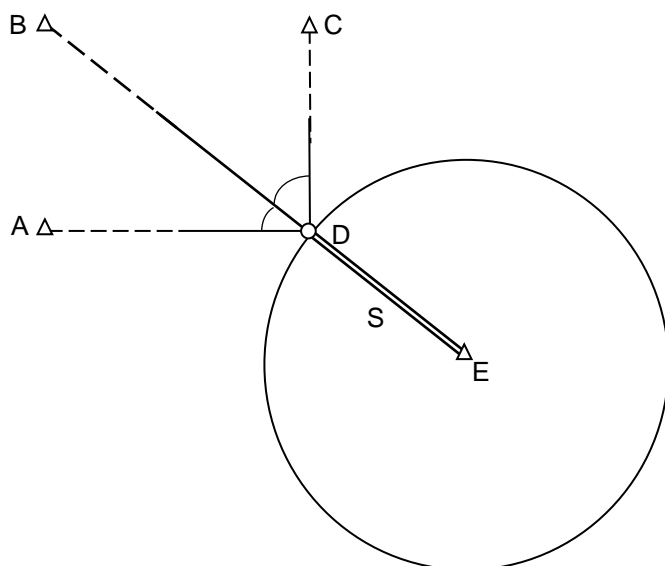


Рис. 6. Плохой ген

Соприкасающиеся окружности приводят к плохой обусловленности и в других случаях, один из них показан на рис. 6.

В заключение отметим, что к третьей причине плохой обусловленности могут относиться построения не только одного, двух, но и трех, и более определяемых пунктов, даже при наличии избыточных измерений. При этом если к сплошной сети триангуляции присоединить любой плохой ген, то система нормальных параметрических уравнений будет вырожденной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлиева Н.Г. Устойчивые методы решения плохо обусловленных систем нормальных уравнений при уравнивании геодезических построений: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 1993. – 23 с.
2. О вариационном методе регуляризации при уравнивании свободных геодезических сетей / А.Н. Тихонов, В.Д. Большаков, В.А. Бывшев, А.С. Ильинский, Ю.М. Нейман // Изв. вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1978. – № 3. – С. 3 – 10.
3. Маркузе Ю.И. Основы уравнивательных вычислений: Учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1990. – 240 с.
4. Грищенко Е.В., Зуева Л.Ф. Анализ качества построения однократных засечек двух пунктов по двум исходным // Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2005. – 6 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК, 27.06.05, № 866. – гд. 2005.
5. Мицкевич В.И. Вычисление различных видов засечек на ЭЦВМ методом сверхрелаксации // Геодезия и картография. – 1974. – № 10. – С. 36 – 40.
6. Мицкевич В.И. Математическая обработка геодезических построений методами нелинейного программирования. Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – СПб., 2004. – 29 с.
7. Грищенко Е.В. Математическая обработка двух пунктов по двум исходным, для которых добавление пятого избыточного измерения не улучшает качества построения // Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2005. – 8 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК, 27.06.05, № 870. – гд. 2005.