УДК 528.063

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ УРАВНИВАНИЕ НУЛЬ-СВОБОДНЫХ ПЛАНОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

канд. техн. наук В.В. ЯЛТЫХОВ, С.Г. ШНИТКО
(Полоцкий государственный университет),
канд. техн. наук П.М. ЛЕВДАНСКИЙ
(Пирамида строй, Минск)

Известный метод регуляризации по уравниванию геодезических сетей без исходных пунктов обобщен на случай многокритериальной оптимизации, исследуемой в геодезических публикациях последние пять лет.

В работах [1, 2] предлагается использовать один и тот же нелинейный алгоритм Ньютона, основанный на применении матрицы Гессе, для уравнивания свободных, несвободных и нуль-свободных геодезических сетей при следующих показателях степени: $1{,}5 \le n \le 1{,}99$; $2{,}01 \le n \le 3{,}0$, за исключение $n = 2{,}0$, означающей обработку по методу наименьших квадратов (для сетей без исходных пунктов).

Полученные результаты уравнивания нуль-свободных сетей сравнивались с вариационным методом регуляризации, методом, основанном на применении псевдообратной матрицы нормальных уравнений, а также с алгоритмами LP-оценок, обобщенными на случай регуляризованного решения.

В работе [5] предлагается уравнивать и выполнять оценку точности плановых геодезических сетей методом многостепенной оптимизации.

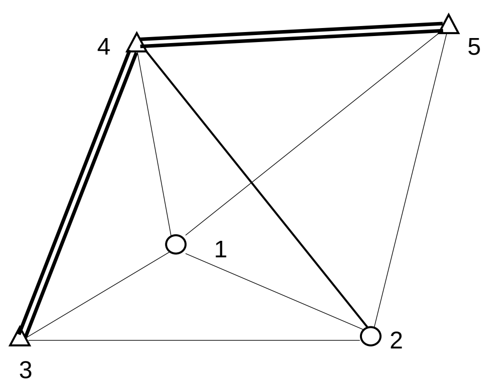
Ниже приводится обобщенная многокритериальная оптимизация на случай уравнивания нуль-свободных геодезических сетей. Это значительно расширило рамки выбора показателя степени n и одновременно позволило уравнивать нуль-свободные сети.

Рассмотрим многокритериальную оптимизацию для нуль-свободных геодезических сетей, т.е. для таких сетей, в которых нет исходных пунктов.

Методика такого уравнивания заключается в следующем. Допустим, что плановая геодезическая сеть имеет K исходных пунктов. Для получения начальных координат, используемых при уравнивании нуль-свободной сети, необходимо взять среднее арифметическое из координат, полученных при уравнивании свободной сети, изменяя номера исходных пунктов по числу сочетаний из K элементов по два. Допустим, число таких сочетаний равно t. Но t раз уравнивать свободную сеть не надо – достаточно уравнять построение с двумя исходными пунктами, а последующие координаты получать методом трансформирования. Начальное уравнивание сети должно быть многокритериальным, при этом показатели степени останутся прежними при уравнивании нуль-свободной геодезической сети.

Если начальные координаты всех пунктов получены по вышеизложенному правилу, то, принимая их за основу, получим однозначное решение при уравнивании нуль-свободной геодезической сети по алгоритму, опубликованному в [2].

Рассмотрим пример уравнивания сети триангуляции [4, с. 160].



Сеть триангуляции

Предварительные координаты определяемых пунктов и координаты исходных пунктов представлены в табл. 1.

В таблице 2 представлены результаты многокритериального уравнивания сети триангуляции с исходными пунктами 4 и 5. Поиск показателей степени, входящих в целевую функцию, осуществляется под условием наименьшей ошибки положения пунктов.

Таблица 1

Координаты пунктов

№ п/п	X	Y
1	83 182,755	51 400,510
2	75 890,329	55 930,318
3	82 700,042	40 904,524
4	93 556,720	59 750,640
5	82 489,340	61 340,410

Таблица 2

Многокритериальное уравнивание свободной сети триангуляции
с исходными пунктами 4 и 5

σ_i''	1,0			
	N_1	N_2	n_1	ϑ_i''
	1	4	2,0	0,25
	1	5	1,8	0,54
	1	2	2,2	-0,99
	2	4	2,1	1,14
	2	5	2,1	-2,62
	3	4	1,6	-0,19
	3	1	1,7	-0,05
	4	2	2,0	2,22
	4	1	2,0	-2,42
	4	3	1,9	0,62
	5	1	1,6	0,00
	5	4	2,0	-0,98
μ	1,887			
	X	Y	M	
1	83 182,757	51 400,510	0,1028	
2	75 890,335	55 930,315	0,1099	
3	82 700,047	40 904,519	0,2339	

Пример [4, с. 160].

В табл. 3 приведены результаты уравнивания свободной геодезической сети. При этом во втором столбце даны координаты из табл. 2, в третьем и четвертом – координаты, полученые методом трансформации с использованием исходных пунктов 3, 4 и 3, 5. В столбце 5 представлены начальные координаты для уравнивания нуль-свободной сети, которые получены как среднее арифметическое из столбцов 2, 3, 4. В шестом столбце даны координаты нуль-свободной многокритериальной сети, полученные по методике, опубликованной в [2].

Таблица 3

Координаты пунктов

№ п/п	4, 5	3, 4	3, 5	Начальные координаты	Координаты нуль-свободной сети
1	2	3	4	5	6
1	83 182,757 51 400,510	83 182,656 51 400,616	83 182,648 51 400,553	83 182,687 51 400,560	83 182,687 51 400,557
2	75 890,335 55 930,315	75 890,276 55 930,505	75 890,311 55 930,412	75 890,307 55 930,411	75 890,307 55 930,411
3	82 700,047 40 904,519	82 699,830 40 904,620	82 699,830 40 904,620	82 699,902 40 904,586	82 699,903 40 904,584
4	93 556,720 59 750,640	93 556,720 59 750,640	93 556,647 59 750,531	93 556,696 59 750,604	93 556,697 59 750,604
5	82 489,340 61 340,410	82 489,347 61 340,533	82 489,340 61 340,410	82 489,342 61 340,451	82 489,343 61 340,451

В таблице 4 приведены поправки в измерения и ошибки положения из уравнивания после обработки нуль-свободной многокритериальной оптимизации.

Таблица 4

Расчеты, соответствующие координатам из столбца шесть таблицы 3

N_1	N_2	n_1	ϑ_i''
1	4	2,1	0,29
1	5	2,1	0,63
1	2	2,1	-1,11
2	4	2,0	1,17
2	5	2,1	-2,71
3	4	2,3	-0,32
3	1	2,0	-0,01
4	2	2,3	2,05
4	1	2,1	-2,42
4	3	2,0	0,53
5	1	2,0	0,19
5	4	2,3	-0,90
μ		3,210	
M_1		0,108	
M_2		0,195	
M_3		0,184	
M_4		0,158	
M_5		0,175	

Результаты оценки точности нуль-свободной сети справедливо оказались завышенными по сравнению с данными табл. 2. Если выполнить оценку точности свободной триангуляции с исходными пунктами 4 и 5, то при $n = 2{,}0$ получим следующую оценку точности положения пунктов:

$$M_1 = 0{,}103 \text{ м};\ \ M_2 = 0{,}110 \text{ м};\ \ M_3 = 0{,}234 \text{ м}.$$

Поскольку степени n_i отыскивались под условием минимума ошибки положения, то только что указанные M_i оказались большими по сравнению с данными табл. 2.

Выполним одностепенное уравнивание той же нуль-свободной геодезической сети при $n = 2{,}1$ (табл. 5). Оценка точности получена следующей:

$$M_1 = 0{,}137 \text{ м};\ \ M_2 = 0{,}279 \text{ м};\ \ M_3 = 0{,}626 \text{ м};\ \ M_4 = 0{,}149 \text{ м};\ \ M_5 = 0{,}173 \text{ м};$$

$$\mu = 3{,}232.$$

При этом M_i оказались меньшими в многокритериальной нуль-свободной сети (см. табл. 4).

Из изложенного можно сделать вывод, что поиск степеней n_i достаточно выполнить один раз, для свободной геодезической сети, опирающейся на два исходных пункта, с последующим переходом к нуль-свободной сети по вышеизложенной методике.

Таблица 5

Одностепенное уравнивание нуль-свободной геодезической сети триангуляции

№ п/п	4, 5	3, 4	3, 5	Начальные координаты	Координаты нуль-свободной сети
1	2	3	4	5	6
1	83 182,755 51 400,510	83 182,655 51 400,612	83 182,649 51 400,551	83 182,686 51 400,558	83 182,686 51 400,555
2	75 890,329 55 930,318	75 890,269 55 930,503	75 890,305 55 930,412	75 890,301 55 930,411	75 890,301 55 930,411
3	82 700,043 40 904,524	82 699,830 40 904,620	82 699,830 40 904,620	82 699,901 40 904,588	82 699,901 40 904,588
4	93 556,720 59 750,640	93 556,720 59 750,640	93 556,650 59 750,533	93 556,697 59 750,604	93 556,697 59 750,604
5	82 489,340 61 340,410	82 489,345 61 340,530	82 489,340 61 340,410	82 489,342 61 340,450	82 489,342 61 340,450

Возьмем пример триангуляции из [3, с. 153] (три исходных и три определяемых пунктов) и повторим предыдущие вычисления для нового примера. Примем в качестве исходных пунктов точки 2 и 3. Многостепенная, многокритериальная оптимизация свободной сети дает результаты, приведенные в табл. 6.

Результаты многостепенного многокритериального уравнивания свободной сети представлены в табл. 7.

В таблице 8 приведены результаты многокритериального уравнивания и оценки точности нуль-свободной геодезической сети с одним исходным пунктом 3.

Таблица 6

Многокритериальное уравнивание свободной сети триангуляции
с исходными пунктами 2 и 3

σ_i''	1,0			
	N_1	N_2	n_1	ϑ_i''
	1	6	2,1	0,46
	1	5	3,9	0,93
	2	6	1,4	0,10
	2	5	1,7	-0,03
	2	1	1,9	0,01
	3	6	1,7	-0,10
	3	2	2,3	0,58
	4	6	2,1	-0,33
	4	3	1,9	-0,03
	5	2	3,9	1,05
	5	6	3,8	-0,98
	5	4	2,0	-0,18
	6	2	3,9	-0,84
	6	3	2,6	0,70
	6	4	2,0	0,04
	6	5	2,2	-0,06
	Многостепенная		n = 2,0	
μ	0,591		0,767	
M_4	0,038		0,049	
M_5	0,054		0,062	
M_6	0,022		0,027	
M_1	0,041		0,045	

Пример из [3, с. 153].

Таблица 7

Многокритериальное уравнивание нуль-свободной сети триангуляции [3, стр.153]

№ п/п	2, 3	1, 2	1, 3	Начальные координаты	Координаты нуль-свободной сети
1	2	3	4	5	6
1	10 043,557 98 997,082	10 043,540 98 997,010	10 043,540 98 997,010	10 043,546 98 997,034	10 043,546 98 997,034
2	16 987,980 94 956,270	16 987,980 94 956,270	16 987,996 94 956,224	16 987,985 94 956,255	16 987,985 94 956,255
3	24 000,160 100 994,210	24 000,088 100 994,256	24 000,160 100 994,210	24 000,136 100 994,225	24 000,136 100 994,225
4	20 662,189 109 240,109	20 662,053 109 240,103	20 662,142 109 240,109	20 662,128 109 240,107	20 662,128 109 240,107
5	10 999,846 107 008,883	10 999,756 107 008,798	10 999,792 107 008,831	10 999,798 107 008,837	10 999,798 107 008,837
6	16 684,262 102 249,807	16 684,199 102 249,785	16 684,242 102 249,774	16 684,234 102 249,789	16 684,234 102 249,789

Таблица 8

Многостепенное, многокритериальное уравнивание
нуль-свободной геодезической сети триангуляции

σ_i''	1,0			
	N_1	N_2	n_1	ϑ_i''
	1	6	2,1	0,46
	1	5	3,9	0,90
	2	6	1,4	0,09
	2	5	1,7	-0,03
	2	1	1,9	0,04
	3	6	1,7	-0,11
	3	2	2,3	0,59
	4	6	2,1	-0,32
	4	3	1,9	-0,03
	5	2	3,9	1,04
	5	6	3,8	-0,98
	5	4	2,0	-0,13
	6	2	3,9	-0,87
	6	3	2,6	0,70
	6	4	2,0	0,04
	6	5	2,2	-0,06
μ	0,682			
M_4	0,0353			
M_5	0,0493			
M_6	0,0226			
M_1	0,0387			
M_2	0,0314			

Пример из [3, с. 153].

Поскольку программа рассчитана на пять определяемых пунктов, то уравнивание выполнялось с одним исходным пунктом – 3; с его координатами, взятыми из табл. 7, шестой столбец. Результаты счета показали, что для нуль-свободного уравнивания достаточно выполнить уравнивание свободной сети (см. табл. 7, второй столбец) и путем трансформирования получить столбцы три и четыре; взяв среднее из столбцов два, три и четыре получить координаты нуль-свободной геодезической сети.

Следовательно, при уравнивании триангуляции программой многокритериального уравнивания пользоваться нет необходимости, и которую мы применили лишь для контроля (см. табл. 8).

Как показали исследования, этой программой необходимо пользоваться для сетей трилатерации и линейно-угловых сетей, взяв начальные координаты методом трансформирования (см. табл. 7, столбец пять).

В заключение отметим, что приведенная в статье методика является универсальной не только при уравнивании плановых геодезических сетей, но и спутниковых GPS построений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Применение многокритериальной оптимизации при проектировании и уравнивании геодезических сетей / В.И. Мицкевич, О.Г. Скорик, С.Г. Шнитко, В.В. Ялтыхов // Вестник Полоцкого гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. – 2004. – № 4. – С. 77 – 79.
2. Мицкевич В.И., Стержанов В.Г. Сравнение методик уравнивания геодезических сетей без исходных пунктов // Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2000. – 10 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК, 25.09.2000, № 723 – гд. 00.
3. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы) / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П. Глумов и др.: Учеб. пособие для вузов. – М.: Недра, 1982. – 368 с.
4. Рабинович Б.Н. Практикум по высшей геодезии. – М.: Геодезиздат, 1961. – 339 с.
5. Скорик О.Г., Стержанов В.Г. Выбор показателей степени в целевой функции для параметрических уравнений под условием минимума ошибок положения пунктов // Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 2000. – 5 с. – Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК, 25.09.2000, № 714 – гд. 00.