

**ТРЭНДАВІЯ МАДЭЛІ ЯК СПАСАБ ПРАГНАЗАВАННЯ ПАКАЗЧЫКАЎ  
САЦЫЯЛЬНА-ЭКАНАМІЧНАЙ БЯСПЕКІ**

*Дз.М. Швайба, канд. экан. навук, дац.*

*Беларускі нацыянальны тэхнічны ўніверсітэт, Мінск*

У базавых работах па праблеме кіравання не напоўную разгледжаны пытанні забеспячэння сацыяльна-эканамічнай бяспекі, а тым больш у частцы прымянення адэкватных інструментальных сродкаў і спосабаў. Да бягучага моманту ў навуковай літаратуры, якая закранае прадметнае поле сацыяльна-эканамічнай бяспекі, мала вывучаны якасці і цяжкасці сацыяльна-эканамічнай сістэмы [1, с. 93]. Выяўленне свежых якасцяў сістэмы, звязаных з яе структурай і шмат у чым вызначаюць яе паводзіны дазволіла б фармаваць мадэлі кіраўніцкіх заключэнняў іншага ўзроўню і іншай ўласцівасці, т. я. тут раскрываецца вялікі дыяпазон магчымасцяў для матэматычнага і камп'ютэрнага мадэлявання, прагназавання шырокага выкарыстання вылічальных тэхналогій. Для папаўнення прадстаўленага прабелу з мэтай прагназавання статыстычных характарыстык сацыяльна-эканамічнай бяспекі выкарыстоўваюцца трэндавыя мадэлі [2, с. 161].

Трэндавыя мадэлі ахарактарызоўваюць залежнасць членаў часовага шэрагу характарыстык статыстыкі ад нумара года і маюць прадстаўлены выгляд [3]:

$$Y_t = \varphi(t) + \varepsilon \tag{1}$$

дзе  $Y_t$  - фактычныя і прагназуемы ўмовы дадзеных статыстыкі сацыяльна-эканамічнай бяспекі;

$\varphi(t)$  - дэтэрмінаваная частка трэндавай мадэлі;

$\varepsilon$  - выпадковы складнік.

Характарыстыкі трэндавай мадэлі максімальна часта разлічваюцца пры дапамозе спосабу найменшых квадратаў.

У больш агульным выглядзе сістэма звычайных значэнняў будзе мець выгляд:

$$\begin{aligned} \{ \Sigma Y_t = a_0 + a_1 \Sigma t + a_2 \Sigma t^2 + \dots + a_k \Sigma t^k \} \Sigma Y_t t = a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 + a_2 \Sigma t^3 + \dots + a_k \Sigma t^{k+1} \} \Sigma Y_t t^k = \\ = a_0 \Sigma t^k + a_1 \Sigma t^{k+1} + a_2 \Sigma t^{k+2} + \dots + a_k \Sigma t^{k+k} \end{aligned} \tag{2}$$

Сістэма звычайных раўнанняў для ацэньвання характарыстык паліномаў нізкай ступені прасцей сістэмы (2).

Напрыклад сістэмы звычайных раўнанняў для ацэньвання характарыстык паліномаў трэнду лінейнай і квадратычнай формы маюць выгляд:  
для лінейнага трэнду:

$$\{ \Sigma Y_1 = a_0 + a_1 \Sigma t \} \Sigma Y_t t = a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 \tag{3}$$

для квадратычнага трэнду:

$$\{ \Sigma Y_t = a_0 + a_1 \Sigma t + a_2 \Sigma t^2 \} \Sigma Y_t t = a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 + a_2 \Sigma t^3 \} \Sigma Y_t t^2 = a_0 \Sigma t^2 + a_1 \Sigma t^3 + a_2 \Sigma t^4 \tag{4}$$

Характарыстыкі  $a_0, a_1$  і  $a_2$  можна разлічыць з дапамогай розных падыходаў - Крамера, Гаўса, Дүлітэля, пераносам пачатку каардынатаў, выкарыстаннем табліц і г.д.

Методыку прымянення метад пераносу пункту каардынатаў і выкарыстання табліц пра-  
дэманструем пры вызначэнні характарыстык трэндаў лінейнай і квадратычнай формы,  
для сувярэння атрыманых вынікаў выкарыстоўваем метад Крамера.

Табліца 1. - Пярвічныя разлікі для разліку параметраў трэндаў лінейнай і квадратычнай  
формы дынамікі характарыстык дадзеных сацыяльна-эканамічнай бяспекі

Год	$Y_t$	$t$	$t^2$	$t^3$	$t^4$	$Y_t t$	$Y_t t^2$
t-8	20	1	1	1	1	20	20
t-7	21	2	4	8	16	42	84
t-6	22	3	9	27	81	66	198
t-5	24	4	16	64	256	96	384
t-4	26	5	25	125	625	130	650
t-3	29	6	36	216	1296	174	1044
t-2	33	7	49	343	2401	231	1617
t-1	38	8	64	512	4096	304	2432
t	47	9	81	729	6561	423	3807
$\Sigma$	260	45	285	2025	15333	1486	10236

Крыніца: распрацоўка аўтара

Пасля выкарыстання атрыманых у табліцы 1. паказчыкаў сістэмы нармальных  
раўнанняў маюць выгляд:

для лінейнай формы:  $\{260 = 9a_0 + 45a_1 \quad 1486 = 45a_0 + 285a_1$   
 для квадратычнай формы:  $\{260 = 9a_0 + 45a_1 + 285a_2 \quad 1486 = 45a_0 + 286a_1 +$   
 $2025a_2 \quad \Sigma Y_t t^2 = 285a_0 + 2025a_1 + 15333a_2$

Характарыстыкі трэнду лінейнай формы выяўляюцца рашэннем азначэнняў:

$$a_0 = \frac{\Sigma Y_t t \Sigma t^2 - \Sigma t \Sigma Y_t t}{N \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2} = \frac{260 \times 286 - 45 \times 1486}{9 \times 285 - 45^2} = 13,38$$

$$a_1 = \frac{N \Sigma Y_t t - \Sigma Y_t \Sigma t}{N \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2} = \frac{9 \times 485 - 260 \times 45}{9 \times 285 - 45^2} = 3,10$$

Трэндавая мадэль будзе мець выгляд:  $Y = 13,38 + 3,10t$

Для выяўлення квадратычнай парабалы (а так жа парабал больш высокага па-  
радку) ажыццяўляюцца папярэднія вылічэнні.

Такім чынам маючы вызначальнік:

$$|a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n} \ a_{21} \ a_{22} \ \dots \ a_{2n} \ \dots \ \dots \ \dots \ a_{n1} \ a_{n2} \ \dots \ a_{nn}| = |a_{ij}| \quad (5)$$

Вырабim раскладанне па i-му радку:

$$\Delta = a_{i1} \times A_{i1} + a_{i2} \times A_{i2} + \dots + a_{in} \times A_{in} \quad (6)$$

дзе  $A_{ij}$  – алгебраічны дадатак паказчыка  $a_{ij}$ .

$$a_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij} \quad (7)$$

дзе  $M_{ij}$  – мiнор паказчыка  $a_{ij}$ .

**Разлік характарыстык пры пераносе пачатку каардынатаў**

Гэты спосаб садзейнічае спрашчэнню разлікаў характарыстык трэндавых мадэляў і заключаецца ў пераносе пачатку каардынатаў у сярэдзіню шэрагу дынамікі [4; 5]. Звычайныя ўраўненні ў дадзеным выпадку паступаюць такім чынам:

1) калі колькасць членаў дынамічнага шэрагу няцотная - цэнтральнаму члену прысвойваецца (0), а пакінутым членам дынамічнага шэрагу, якія ідуць уніз і ўверх ад цэнтральнага (1;2;3;-1;-2;-3) і г. д.

2) калі колькасць членаў дынамічнага шэрагу цотная, то t 2-ух цэнтральных членаў складае 1 ці ж -1. Для іншых членаў, як і ў мінулым выпадку, t = 2(-2);3(-3) і г. д.

Сістэма звычайных раўнанняў для вызначэння характарыстык прамой будзе мець выгляд:

$$\{\Sigma Y_t = a_0 \Sigma Y_t t = a_0 \Sigma t^2 \tag{8}$$

для парабалы другой ступені:

$$\{\Sigma Y_t = a_0 + a_2 \Sigma t^2 \Sigma Y_t t = a_1 \Sigma t^2 \Sigma Y_t t^2 = a_0 \Sigma t^2 + a_2 \Sigma t^4 \tag{9}$$

Папярэднія разлікі мае сэнс праводзіць у табліцы.

Табліца 2. - Папярэднія разлікі пры пераносе пачатку каардынатаў

$Y_1$	$T$	$t^2$	$T^4$	$Y_t t$	$Y_t t^2$
20	-4	16	256	-80	320
21	-3	9	81	-63	189
22	-2	4	16	-44	88
24	-1	1	1	-24	24
26	0	0	0	0	0
29	1	1	1	29	29
33	2	4	16	66	132
38	3	9	81	114	342
47	4	16	256	188	752
$\Sigma 260$	0	60	708	186	1876

Крыніца: распрацоўка аўтара.

Паказчыкі  $\Sigma t^2, \Sigma t^4$  можна атрымліваць па формулах:

1) для цотнага ліку членаў дынамічнага шэрагу (N)

$$\Sigma t^2 = \frac{(N-1)(N+1)}{3}, \Sigma t^4 = \Sigma t^2 \times \frac{3N^2-7}{5}, \tag{10}$$

2) для няцотнай колькасці членаў дынамічнага шэрагу (N)

$$\Sigma t^2 = \frac{(N-1)N(N+1)}{12} = \frac{(9-1)9(9+1)}{12} = 60, \tag{11}$$

$$\Sigma t^4 = \Sigma t^2 \times \frac{3N^2-7}{20} = 60 \times \frac{3 \times 9^2-7}{20} = 708$$

Для спрашчэння разлікаў паказчыкаў  $\Sigma t^2; \Sigma t^4$  і  $\Sigma t^4 - (\Sigma t^2)^2$  для цотнага і невыразнага ліку членаў дынамічнага шэрагу прадстаўлены ў табліцах [3].

Паказчык прамой атрымаем з формул:

$$a_0 = \frac{\sum Y_t}{N}, a_1 = \frac{\sum Y_t t}{\sum t^2} \quad (12)$$

Паказчыкі парабалы другой ступені вызначым па формулах:

$$a_0 = \frac{\sum Y_t}{N} - \frac{\sum t^2}{N} \times \left[ \frac{N \sum Y_t t^2 - \sum t^2 \sum Y_t}{N \sum t^4 - (\sum t^2)^2} \right] \quad (13)$$

$$a_1 = \frac{\sum Y_t t}{\sum t^2}, \quad (14)$$

$$a_2 = \frac{N \sum Y_t t^2 - \sum t^2 \sum Y_t}{N \sum t^4 - (\sum t^2)^2} \quad (15)$$

**Разлік характарыстык трэндаў лінейнай і квадратычнай формы пры дапамозе табліц.** Што датычыцца прымянення табліц характарыстыкі трэнду лінейнай формы вычэсваць па формулах:

$$a_0 = \frac{\sum \alpha_1 Y_1}{M}, a_1 = \frac{\sum \beta_1 Y_1}{M}, \quad (16)$$

Характарыстыкі квадратычнага трэнду вылічаюцца па формулах:

$$a_0 = \frac{\sum \alpha_1 Y_1}{M}, a_1 = \frac{\sum \beta_1 Y_1}{M}, a_2 = \frac{\sum \gamma_1 Y_1}{M}, \quad (17)$$

дзе  $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, M$  – каэфіцыенты, сабраныя ў табліцах [3].

$$a_0 = \frac{2410}{180} = 13,38$$

$$a_1 = \frac{558}{180} = 3,10$$

Табліца 3. – Папярэднія разлікі для вызначэння характарыстык лінейнага трэнду пры дапамозе табліц

$Y_t$	$\alpha_t$	$\beta_t$	$Y_t \alpha_t$	$Y_t \beta_t$
20	80	-12	1600	-240
21	65	-9	1365	-189
22	50	-6	1100	-132
24	35	-3	840	-72
026	20	0	520	0
29	5	3	145	87
33	-10	6	-330	198
38	-25	9	-950	342
47	-40	12	-1880	564
$\sum 260$			2410	558

Крыніца: распрацоўка аўтара.

Табліца 4. – Папярэднія разлікі для вызначэння характарыстык квадратычнага трэнду

$Y_t$	$\alpha_t$	$\beta_t$	$\gamma_t$	$Y_t \gamma_t$	$Y_t \beta_t$	$Y_t \chi_t$
20	4620	-1708	140	92400	-34160	2800
21	2310	-581	35	48510	-12201	735
22	550	246	-40	12100	5412	880
24	-660	773	-85	-15840	18552	-2040
026	-1320	1000	-100	-34320	26000	-2600
29	-1430	927	-85	-41470	26883	-2465
33	-990	554	-40	-31640	18282	-1320
38	0	-113	35	0	-4522	1330
47	1540	-1092	140	72380	-51324	6580
$\Sigma 260$				101090	-7078	2140

Крыніца: распрацоўка аўтара.

$$a_0 = \frac{101090}{4620} = 21,88; a_1 = \frac{-7078}{4620} = -1,53; a_3 = \frac{2140}{4620} = 0,46$$

Так маюцца прапанаваныя мадэлі:

1. Вызначаныя метадам найменшых квадратаў:

а) лінейная форма:  $y = 13,38 + 3,10t$

б) квадратычная форма:  $y = 21,88 - 1,53t + 0,46t^2$

2. Вызначаныя пры дапамозе пераносу сярэдзіны дынамічнага шэрагу ў цэнтр

(умоўны):

а) лінейная мадэль:  $y = 28,88 + 3,10t$

б) квадратычная мадэль:  $y = 25,82 + 3,10t + 0,46t^2$

3. 3. Вызначаныя пры дапамозе табліц:

а) лінейная мадэль:  $y = 13,38 + 3,10t$

б) квадратычная мадэль:  $y = 21,88 - 1,53t + 0,46t^2$

Прагнаванне дадзеных статыстыкі сацыяльна-эканамічнай бяспекі можна ажыццявіць наступным чынам:

– у мадэлях, атрыманых пры дапамозе метаду найменшых квадратаў і табліц для першага года прагназуемага перыяду ўстаўляецца паказчык  $t_1 = 10$  і г.д. (11, 12..., N);

– у мадэлях, сфармаваных пераносом цэнтра шэрагу да нуля (умоўнага) для першага года доследнага перыяду падстаўляецца значэнне  $t_1 = 5$  і г.д. (6, 7, ..., N).

Прагнозныя паказчыкі  $Y_t$  на 5 гадоў прадэманстраваны ў табліцы 5.

Табліца 5. – Прагнозныя значэнні  $Y_t$  на 5 гадоў

Па лінейнай мадэлі				Па квадратычнай мадэлі			
$t$	$Y_t$	$t$	$Y_t$	$t$	$Y_t$	$t$	$Y_t$
10	44,38	5	44,38	10	52,58	5	52,81
11	47,48	6	47,48	11	60,71	6	60,97
12	50,58	7	50,58	12	69,76	7	70,05
13	53,68	8	53,68	13	79,73	8	80,05
14	56,78	9	56,78	14	90,62	9	90,97

Крыніца: распрацоўка аўтара.

Зрэшты для больш дакладных разлікаў мае сэнс прымяніць вялікую колькасць трэндаў, характарыстыкі якіх вылічваюцца пры дапамозе кампутарных прыкладанняў. Так, да прыкладу звычайная праграма "Эмпірыка" ўяўляе магчымасць выбудаваць трэнды прадстаўленых формаў.

#### Спіс выкарыстаных крыніц

1. Данильчук, Л. А. Синергетический подход к изучению сущности социальных проблем / Л. А. Данильчук // Вектор науки Тольят. гос. ун-та. Сер.: Педагогика, психология, наука. – 2013. – № 2. – С. 91–94.
2. Пузиков, В. В. Методы анализа и прогнозирования динамики показателей в оперативно-розыскной деятельности по обеспечению национальной безопасности Республики Беларусь / В. В. Пузиков, В. С. Гайдельцов, В. А. Трухов. – Минск : Ин-т нац. безопасности Респ. Беларусь, 2003. – 245 с.
3. Четыркин, Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. – М. : Статистика, 1975. – 184 с.
4. Shvaiba, D. Structural stability and socio-economic security of the hierarchical system [Electronic resource] / Δ. Shvaiba // Bulletin of Science and Practice. – 2018. – № 4(6). – P. 233-239. – Mode of access: <http://www.bulletennauki.com/shvaiba-d-n-2018>. – Date of access: 15.06.2018 / DOI: 10.5281/zenodo.1289852.
5. Shvaiba, D. Socio-economic security of the hierarchical system [Electronic resource] / Δ. Shvaiba // Bulletin of Science and Practice. – 2018. – № 4(6). – P. 248-254. – Mode of access: Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/shvaiba-d-n>. – Date of access: 15.06.2018 / DOI: 10.5281/zenodo.1289862.

Министерство образования Республики Беларусь  
Полоцкий государственный университет

**УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ ЭКОНОМИКИ:  
МЕЖДУНАРОДНЫЕ И НАЦИОНАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ**

Электронный сборник статей  
IV Международной научно-практической online-конференции

(Новополоцк, 26 ноября 2020 г.)

*Текстовое электронное издание*

Новополоцк  
Полоцкий государственный университет  
2020

**Устойчивое развитие экономики: международные и национальные аспекты** [Электронный ресурс] : электронный сборник статей IV Международной научно-практической online-конференции, Новополоцк, 26 ноября 2020 г. / Полоцкий государственный университет. – Новополоцк, 2020. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Впервые материалы конференции «Устойчивое развитие экономики: международные и национальные аспекты» были изданы в 2012 году (печатное издание).

Рассмотрены демографические и миграционные процессы в контексте устойчивого развития экономики; обозначены теоретические основы, практические аспекты управления человеческими ресурсами; выявлены и систематизированы драйверы инклюзивного экономического роста в Беларуси и за рубежом; раскрыты актуальные финансовые и экономические аспекты развития отраслей; приведены актуальные проблемы и тенденции развития логистики на современном этапе; отражены современные тенденции совершенствования финансово-кредитного механизма; освещены актуальные проблемы учета, анализа, аудита в контексте устойчивого развития национальных и зарубежных экономических систем; представлены новейшие научные исследования различных аспектов функционирования современных коммуникативных технологий.

Для научных работников, докторантов, аспирантов, действующих практиков и студентов учреждений высшего образования, изучающих экономические дисциплины.

*Сборник включен в Государственный регистр информационного ресурса. Регистрационное свидетельство № 3061815625 от 23.05.2018.*

**№ госрегистрации 3061815625**

**ISBN 978-985-531-720-4**

© Полоцкий государственный университет, 2020



2 – дополнительный титульный экран – производственно-технические сведения

Для создания электронного сборника статей IV Международной научно-практической online-конференции «Устойчивое развитие экономики: международные и национальные аспекты» использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

Компьютерный дизайн обложки *М. С. Мухоморовой*  
Технический редактор *С. Е. Рясова, А. А. Прадидова*  
Компьютерная верстка *Т. А. Дарьянова*

---

Подписано к использованию 27.01.2021.  
Объем издания: 18,8 Мб. Заказ 019.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:  
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

Свидетельство о государственной регистрации  
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/305 от 22.04.2014.

ЛП № 02330/278 от 08.05.2014.

211440, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, Беларусь  
тел. 8 (0214) 53 05 72,  
e-mail: i.pozdnyakova@psu.by