

УДК 621.867.2

ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОВ БАРАБАНОВ И РОЛИКОВ ОПОР КОНВЕЙЕРНОЙ МАШИНЫ НА ДВИЖЕНИЕ ЛЕНТЫ

О.Л. МИРАНОНИЧ

(Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с опытным производством)

Исследуется влияние эксцентриситетов барабанов и роликов опор на движение ленты конвейера. Показано, что для обеспечения бесперебойной работы конвейера необходимо исключить возможность появления вынужденных вертикальных колебаний ленты, приводящих к увеличению нагрузки на барабан.

Конвейерная лента - это основной, наиболее дорогой и наименее долговечный элемент конвейерной машины, который является одновременно грузонесущим и тяговым органом. Наличие неточностей изготовления барабана конвейера приводит к дополнительным нагрузкам в ленте конвейера, что снижает ее срок эксплуатации.

Изучение движения ленты проводится, как правило, для конвейеров, ролики опор которых не имеют эксцентриситетов. Однако в действительности вследствие неточности изготовления, сборки и монтажа указанные технологические погрешности могут иметь место [1]. Из анализа ранее выполненных работ следует, что влияние этих факторов на работу конвейера еще недостаточно изучено, данный вопрос требует дополнительного исследования и представляет практический интерес [2 - 5].

Продление срока службы ленты конвейера - важная практическая задача, о решении которой и пойдет речь.

Рассмотрим **влияние эксцентриситетов барабанов на движение ленты конвейера** и появление дополнительных нагрузок. Наличие эксцентриситета у барабана a_δ приводит к появлению дополнительного натяжения $T(t)$, меняющегося по гармоническому закону, при этом амплитуда изменения натяжения ΔT определяется зависимостью:

$$\Delta T = \frac{a_\delta E_s F_k}{L_k}, \tag{1}$$

где $L_k = j l_p$; j - количество пролетов конвейера длиной L_k .

В системах с распределенными параметрами, к которым относится и лента конвейера, периодическое изменение приложенных продольных сил, даже с небольшими амплитудами (в данном случае ΔT), но с частотами, близкими к удвоенной частоте собственных колебаний, приводит к значительным поперечным колебаниям. Так как параметрические колебания ленты вызывают дополнительные динамические нагрузки на роликовые опоры, необходимо оценить возможность их возникновения для ленточных конвейеров.

Из результатов анализа параметрических колебаний, выполненного Н.Н. Боголюбовым и Ю.А. Митропольским, следует вывод о том, что в резонансной зоне, когда частота изменения продольной силы близка к удвоенной частоте собственных колебаний системы, существует возможность определения только областей движения, если движение системы описывается линейным уравнением. А амплитуда параметрических колебаний в этом случае может быть найдена, если уравнение движения имеет нелинейный характер [6, 7]. Поэтому для изучения процесса движения ленты при наличии эксцентриситета у барабана следует использовать нелинейное дифференциальное уравнение, которое с учетом того, что диссипативные силы определяются эквивалентной силой внешнего сопротивления, можно записать в виде:

$$\frac{\partial^2 \omega_n}{\partial t^2} + 2\nu_n \frac{\partial \omega_n}{\partial x \partial t} + \left[\nu_n^2 - \frac{T_0 + \Delta T \cos P_\delta t}{m} - \frac{E_s F_s}{2m} \int_0^{l_0} \left(\frac{\partial \omega_n}{\partial x} \right)^2 dx \right] \frac{\partial^2 \omega_n}{\partial x^2} + 2n \frac{\partial \omega_n}{\partial t} = -g, \tag{2}$$

где $P_\delta = \nu_n / r_\delta$ - частота вращения барабана; r_δ - радиус барабана.

Принимая во внимание, что колебания ленты происходят относительно линии динамического провеса, и решая (2) по методу Галеркина, можно получить дифференциальное уравнение для определения закона изменения во времени провеса ленты $f = f(t)$:

$$\ddot{f} + 2n\dot{f} + P_n^2 (1 + \xi \cos P_\delta t) f + 3\gamma f_{on} f^2 + \gamma f^3 + \xi P_n^2 f_{on} \cos P_\delta t = 0, \tag{3}$$

где $\xi = \frac{\pi^2 \Delta T}{l_p P_n^2 m}$ - малый параметр; $n = \frac{b_2}{2m}$ - коэффициент затухания; P_n - частота колебаний нелинейной системы; γ - коэффициент нелинейности; f_{on} - значение линии динамического провеса в центре пролета.

Ввиду малой нелинейности (3) можно решать методом малого параметра.

Пусть

$$n = \xi n_1; \quad \gamma = \xi \gamma_1;$$

$$P_n^2 = \frac{P_\delta^2}{4} \xi P_n. \quad (4)$$

Тогда (3) примет вид:

$$\ddot{f} + 2\xi \dot{f} n_1 + \left(\frac{P_\delta^2}{4} + \xi P_n \right) (1 + \xi \cos P_\delta t) f + 3\xi \gamma_1 f_{\text{он}} f^2 + \xi \gamma_1 f^3 + \xi \left(\frac{P_\delta^2}{4} + \xi P_n \right) f_{\text{он}} \cos P_\delta t = 0.$$

Так как

$$f = f_0 + \xi f_1; \quad (5)$$

$$\frac{df}{dt} = D_0 f_0 + \xi D_0 f_1 + \xi D_1 f_0; \quad (6)$$

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = D_0^2 f_0 + 2\xi D_1 D_0 f_0 + \xi D_0^2 f_1, \quad (7)$$

тогда после подстановки выражений (5) – (7) получим:

$$D_0^2 f_0 + 2\xi D_0 D_1 f_0 + \xi D_0^2 f_1 + 2\xi n_1 (D_0 f_0 + \xi D_0 f_1 + \xi D_1 f_0) + \left(\frac{P_\delta^2}{4} + \xi P_n \right) (1 + \xi \cos P_\delta t) (f_0 + \xi f_1) + 3\xi \gamma_1 f_{\text{он}} (f_0 + \xi f_1)^2 + \xi \gamma_1 (f_0 + \xi f_1)^3 + \xi \left(\frac{P_\delta^2}{4} + \xi P_n \right) f_{\text{он}} \cos P_\delta t_0 = 0.$$

Приравнявая коэффициенты при различных степенях ξ и ограничиваясь членами порядка малости не выше ξ , для определения нулевого приближения решения f_0 можно получить два линейных дифференциальных уравнения:

$$D_0^2 f_0 + \frac{P_\delta^2}{4} f_0 = 0; \quad (8)$$

$$D_0^2 f_1 + \frac{P_\delta^2}{4} f_1 = -2 D_0 D_1 f_0 - 2n_0 D_0 f_0 - \frac{P_\delta^2}{4} \cos P_\delta t_0 f_0 - P_n f_0 - \frac{P_\delta^2}{4} f_{\text{он}} \cos P_\delta t_0 - 3\gamma_1 f_{\text{он}} f_0^2 - \gamma_1 f_0^3. \quad (9)$$

Решение уравнения (8) следует искать в виде:

$$f_0 = A \cos(P_n t_0 + \varphi) = A \cos P_n t_0 \cos \varphi - A \sin P_n t_0 \sin \varphi, \quad (10)$$

где функции $A = A(t_1)$ и $\varphi = \varphi(t_1)$ подлежат последующему определению.

$$D_0 f_0 = -A P_n \sin P_n t_0 \cos \varphi - A P_n \cos P_n t_0 \sin \varphi; \quad (11)$$

$$D_1 D_0 f_0 = -(dA/dt_1) P_n \sin P_n t_0 \cos \varphi + A P_n \sin P_n t_0 (d \sin \varphi / dt_1) - \quad (12)$$

$$-(dA/dt_1) P_n \cos P_n t_0 \cos \varphi - A P_n \cos P_n t_0 (d \cos \varphi / dt_1);$$

$$f_0^3 = A^3 \cos^3 (P_n t_0 + \varphi) = (3/4) A^3 \cos (P_n t_0 + \varphi) + (1/4) A^3 \cos 3(P_n t_0 + \varphi) = \quad (13)$$

$$= (3/4) A^3 \cos P_n t_0 \cos \varphi - (3/4) A^3 \sin P_n t_0 \sin \varphi + (1/4) A^3 \cos 3(P_n t_0 + \varphi),$$

$$f_0^2 = A^2 \cos^2 (P_n t_0 + \varphi) = (A/2) [1 + \cos 2(P_n t_0 + \varphi)]. \quad (14)$$

где $P_n = \frac{P_\delta}{2}$.

Подстановка выражений (10) – (14) в уравнение (9) дает:

$$D_0^2 f_1 + \frac{P_\delta^2}{4} f_1 = \left(P_\delta \frac{dA}{dt_1} \cos\varphi - AP_\delta \frac{d\varphi}{dt_1} \sin\varphi + P_n A \sin\varphi - \frac{P_\delta^2}{8} A \sin\varphi + n_1 AP_\delta \cos\varphi + \frac{3}{4} \gamma_1 A^3 \sin\varphi \right) \times \\ \times \sin \frac{P_\delta t_0}{2} + \left(P_\delta \frac{dA}{dt_1} \sin\varphi + AP_\delta \frac{d\varphi}{dt_1} \cos\varphi - P_n A \cos\varphi - \frac{P_\delta^2}{8} A \cos\varphi + n_1 AP_\delta \sin\varphi - \frac{3}{4} \gamma_1 A^3 \cos\varphi \right) \times \\ \times \cos \frac{P_\delta t_0}{2} - \frac{P_\delta^2}{8} A \cos\varphi \cos \frac{3}{2} P_\delta t_0 + \frac{P_\delta^2}{8} A \sin\varphi \sin \frac{3}{2} P_\delta t_0 - \frac{1}{4} \gamma_1 A^3 \cos 3 \left(\frac{P_\delta}{2} t_0 + \varphi \right) - \\ - \frac{3}{2} \gamma_1 f_{0n} A^2 [1 + \cos(P_\delta t + 2\varphi)] - \frac{P_\delta^2}{4} f_{0n} \cos P_\delta t_0.$$

Для исключения вековых членов необходимо, чтобы коэффициенты при $\sin \frac{P_\delta t_0}{2}$ и $\cos \frac{P_\delta t_0}{2}$ были бы равны нулю, т.е.:

$$\begin{cases} \left(P_\delta \frac{dA}{dt_1} + n_1 AP_\delta \right) \cos\varphi + \left(P_n A - P_\delta A \frac{d\varphi}{dt_1} - \frac{P_\delta^2}{8} A + \frac{3}{4} \gamma_1 A^3 \right) \sin\varphi = 0; \\ \left(P_\delta \frac{dA}{dt_1} + n_1 AP_\delta \right) \sin\varphi + \left(P_\delta A \frac{d\varphi}{dt_1} - P_n A - \frac{P_\delta^2}{8} A - \frac{3}{4} \gamma_1 A^3 \right) \cos\varphi = 0. \end{cases}$$

Умножая первое уравнение на $\cos\varphi$, а второе на $\sin\varphi$, затем последовательно складывая и вычитая полученные выражения, можно найти, что

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt_1} = -n_1 A + \frac{P_\delta A}{8} \sin 2\varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt_1} = \frac{P_n}{P_\delta} + \frac{3\gamma}{4P_\delta} A^2 + \frac{P_\delta}{8} \cos 2\varphi. \end{cases}$$

Для получения стационарных значений амплитуды и фазы производные $\frac{dA}{dt_1}$ и $\frac{d\varphi}{dt_1}$ необходимо принять равными нулю. Тогда

$$\begin{cases} P_\delta n_1 = \frac{P_\delta^2}{8} \sin 2\varphi; \\ P_n + \frac{3}{4} \gamma A^2 = -\frac{P_\delta^2}{8} \cos 2\varphi. \end{cases}$$

Исключая из уравнений системы фазу колебаний, можно найти с точностью до величин первого порядка малости включительно следующие соотношения между амплитудой A и частотой вращения барабана P_δ :

$$A^2 = \frac{4}{3\gamma_1} \left[-P_n \pm \sqrt{\frac{P_\delta^4}{64} - P_\delta^2 n_1^2} \right].$$

Использование выражения (4) с учетом того, что $n = \xi n_1$, $\gamma = \xi \gamma_1$ и $\xi = \pi^2 \Delta T / l_p^2 P_n^2 m$, позволяет получить

$$A^2 = \frac{4}{3\gamma} \left[\frac{P_\delta^2}{4} - P_n^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_n^4 \pi^4 \Delta T^2}{P_n^4 l_p^4 m^2} - 4P_\delta^2 n^2} \right]. \quad (15)$$

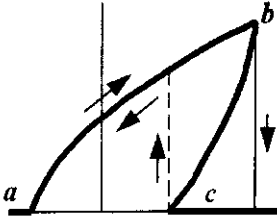


Рис. 1. График зависимости квадрата амплитуды параметрических колебаний A^2 от квадрата частоты вращения барабана P_δ^2

В точке b при $P_\delta^2 \geq \frac{\pi^4 \Delta T^2}{4l_p^4 n^2 m^2}$ происходит потеря устойчивости и срыв колебаний.

Если уменьшить P_δ , начиная с больших значений, то в точке c имеет место скачкообразное возбуждение колебаний и при последующем уменьшении P_δ амплитуда параметрических колебаний будет изменяться в соответствии с кривой ab .

В первом приближении, считая $\frac{P_\delta}{2} = P_{res}$, можно определить ширину резонансной зоны ac , приравняв нулю правую часть выражения (15), при этом ширина резонансной зоны B_{res} будет равна

$$B_{res} = \sqrt{\frac{a_\delta^2 E_\delta F_\delta \pi^4}{m^2 l_c^2 l_p^4} - 16 \left[\frac{\pi^2}{l_p^2} \left(\frac{T_0}{m} - v_n 2 \right) + 3\gamma_{om}^2 \right] n^2}. \quad (16)$$

Из формулы (16) видно, что возбуждение параметрических колебаний ленты возможно для коротких конвейеров, лента которых имеет большой модуль упругости и значительную скорость движения u .

Анализ зависимостей (15) и (16), проведенный с учетом реальных характеристик ленточных конвейеров, транспортирующих крупнокусковые грузы, показал, что лента конвейера нечувствительна к возбуждению параметрических колебаний даже при значительных эксцентриситетах барабанов и влиянием этого фактора на движение ленты можно пренебречь.

Следует отметить, что вблизи барабанов, имеющих эксцентриситет, лента может совершать колебания, которые имеют вынужденный характер, поскольку лента на барабане имеет периодическое вертикальное смещение $a_b \cos P \Delta t$.

Таким образом, исследование влияния эксцентриситетов барабанов на движение ленты конвейера, показало, что для обеспечения хорошей работы конвейера необходимо исключить возможность появления вынужденных вертикальных колебаний ленты, приводящих к увеличению нагрузки на барабан. Решение этой задачи для конвейеров можно осуществить путем правильного выбора расстояния между опорами и скорости движения ленты, так как при определенных сочетаниях этих параметров вынужденные колебания возникать не будут даже в случае наличия эксцентриситетов у барабанов. Такой путь является наиболее экономичным, поскольку не требуется увеличение точности изготовления, сборки и монтажа барабанов,

Влияния эксцентриситетов роликов опор конвейера на движение ленты в пролете между опорами в случае транспортирования груза, поступающего на ленту непрерывным равномерным потоком.

Рассмотрим влияние эксцентриситетов опорных роликов на движение ленты конвейера.

В принятой постановке задачи существует возможность проанализировать влияние эксцентриситета только среднего ролика опоры, поскольку эксцентриситеты боковых роликов могут вызвать изменение желобчатости и способствовать боковому смещению ленты, что в данной работе не рассматривается.

Наличие эксцентриситета у среднего ролика приводит к тому, что поддерживаемая этой опорой движущаяся лента с грузом в месте контакта с роликом имеет периодическое вертикальное смещение с амплитудой a_p , равной эксцентриситету ролика, и с частотой P_p , равной частоте вращения ролика.

Поведение ленты на концах пролета учитывается с помощью задания соответствующих граничных условий.

График зависимости $A^2 = A^2(P_\delta^2)$ (15) изображен на рисунке 1.

Анализ кривой показывает, что при увеличении P_δ , начиная с малых значений, колебания в системе будут отсутствовать.

Когда P_δ достигнет значения, соответствующего точке a , т.е. при

$$\frac{P_\delta^2}{4} \leq P_u^2 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi^4 \Delta T^2}{l_p^4 m} - 4HP_\delta^2 n^2},$$

в системе возбуждаются параметрические колебания и при дальнейшем увеличении P_δ амплитуда колебаний будет изменяться в соответствии с кривой av .

Так, в случае наличия эксцентриситета у среднего ролика опоры, установленной в начале пролета, граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \omega_n(0, t) = a_p \cos P_p t \text{ при } x = 0; \\ \omega_n &= \omega_n(l_p, t) = 0 \text{ при } x = l_p, \end{aligned} \tag{17}$$

где $P_p = v_s / r_p$ – частота вращения ролика; r_p – радиус ролика.

Следует отметить, что поскольку конечная цель проводимого исследования представляет собой изучение действующих нагрузок на роликковую опору, установленную в произвольном месте линейных секций става конвейера, то при анализе влияния эксцентриситетов роликов можно ограничиться рассмотрением только одного случая, когда граничные условия задаются в виде (17).

Было установлено, что с достаточной точностью движение ленты в пролете описывается линейным дифференциальным уравнением, которое может быть записано, как

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + 2v_s \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial t} + v_s^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{T_0 \partial^2 \omega}{m \partial x^2} - 2n \frac{\partial \omega}{\partial t}, \tag{18}$$

где $\omega = \omega(x, t)$ – колебательная составляющая провеса; $n = \frac{b}{2m}$ – коэффициент затухания; $m = m_l + m_0$ – погонная масса ленты и груза.

Решение (18) при граничных условиях (17) следует искать в виде:

$$\omega = \omega(x, t) = \psi(x, t) + f \sin \frac{\pi x}{l_p}, \tag{19}$$

где $\psi(x, t)$ – функция, удовлетворяющая граничным условиям; $f = f(t)$ – функция, характеризующая изменение во времени провеса ленты в центре пролета.

В качестве функции $\psi(x, t)$ можно выбрать

$$\psi(x, t) = \frac{a_p}{l_p} (l_p - x) \cos P_p t. \tag{20}$$

Подстановка (19) и (20) в (18) дает

$$(\ddot{f} + 2n\dot{f} + P_0^2 f) \sin \frac{\pi x}{l_p} + a_p P_p^2 \left(\frac{x}{l_p} - 1 \right) \cos P_p t + 2v_s \frac{\pi}{l_p} \dot{f} \cos \frac{\pi x}{l_p} + \frac{2a_p P_p}{l_p} [v_s + n(x - l_p)] \sin P_p t = 0. \tag{21}$$

После умножения (19) на $\sin(\pi x / l_p)$ и интегрирования полученного выражения от 0 до l_p по x получится

$$\ddot{f} + 2n\dot{f} + P_0^2 f = C_1 \cos P_p t + C_2 \sin P_p t,$$

где

$$C_1 = \frac{2a_p P_p^2}{\pi}; \quad C_2 = \frac{4a_p P_p}{\pi} \left(\frac{v_s}{l_p} - n \right).$$

Но $|C_1| \gg |C_2|$, тогда

$$\ddot{f} + 2n\dot{f} + P_0^2 f = \frac{2a_p P_p^2}{\pi} \cos P_p t. \tag{22}$$

Уравнение (20) показывает, что колебания ленты при наличии эксцентриситета у роликов опор носят вынужденный характер. Решение (22) может быть представлено в виде:

$$f = A_0 \cos(P_p t - \varphi_0), \tag{23}$$

где A_0, φ_0 – амплитуда и фаза вынужденных колебаний ленты, определяемых зависимостями:

$$A_0 = \frac{2a_p P_p^2}{\pi \sqrt{(P_0^2 - P_p^2)^2 + 4n^2 P_p^2}}; \tag{24}$$

$$\operatorname{arctg} \varphi_a = \frac{2nP_p}{P_0^2 - P_p^2}. \tag{25}$$

Из выражения (24) следует, что лента будет колебаться с наибольшей амплитудой $A_{e \max}$ в случае равенства частот P_0 и P_p , которое имеет место при движении ленты со скоростью $v_{л}^*$, равной

$$v_{л}^* = \sqrt{\frac{T_0 g}{\left(\frac{l_p^2}{\pi r^2} + 1\right) q}}. \tag{26}$$

То есть при $v_{л} = v_{л}^*$, $A_e = A_{e \max}$,

где

$$A_{e \max} = \frac{a_p P_p^*}{\pi n} \tag{27}$$

и

$$P_p^* = \frac{v_{л}^*}{r_p}.$$

График зависимости амплитуды вынужденных колебаний от скорости движения ленты показан на рисунке 2.

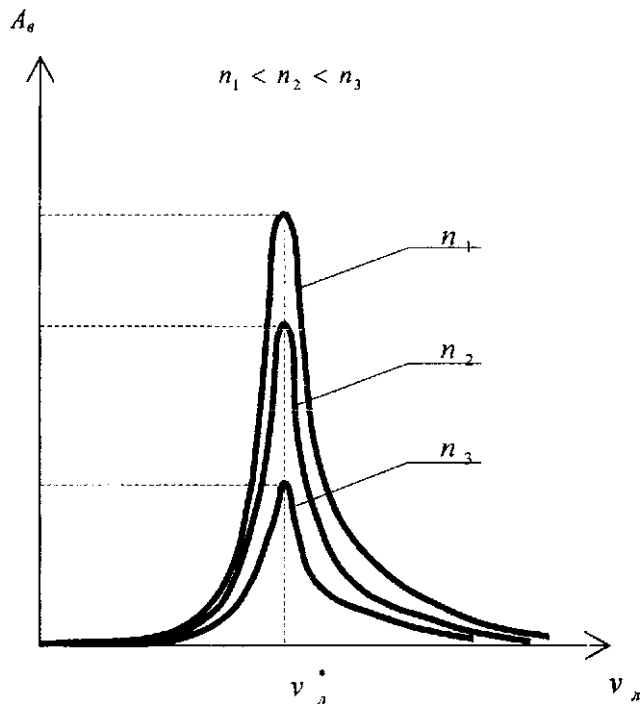


Рис. 2. График зависимости амплитуды вынужденных колебаний $A_{л}$ от скорости ленты u ,

Используя (24), (26) и (27), можно проанализировать влияние параметров конвейера (T_0 , u , l_p , r_p , n) на движение ленты при наличии эксцентриситетов у роликов.

Так из (24) и (27) видно, что амплитуда вынужденных колебаний ленты существенно зависит от коэффициента затухания n , величина которого определяется гранулометрическим составом и физическими свойствами транспортируемого груза, а также конструктивными особенностями и геометрическими размерами поперечного сечения ленты. С возрастанием n амплитуда A_e уменьшается (см. рис. 2).

Увеличение расстояния между опорами приводит к тому, что колебания с максимальной амплитудой будут при меньших скоростях движения (26), однако и величина $A_{e \max}$ также будет меньше (27).

Для роликов меньшего диаметра колебания с максимальной амплитудой будут происходить при меньших скоростях движения (27).

При увеличении натяжения ленты максимальные колебания будут при более высоких скоростях с большей амплитудой (26), (27).

То есть при $l_{p1} < l_{p2}$, $v_{л1}^* > v_{л2}^*$, $P_{p1}^* > P_{p2}^*$ и $A_{в1max} > A_{в2max}$;

при $r_{p1} < r_{p2}$, $v_{л1}^* > v_{л2}^*$;

при $T_{01} > T_{02}$, $v_{л1}^* > v_{л2}^*$, $P_{p1}^* > P_{p2}^*$ и $A_{в1max} > A_{в2max}$.

Из рисунка 2 видно, что вынужденные колебания ленты наиболее существенные только в зоне примерного равенства частот P_0 и P_p или при u_T да $v_{л7}^*$. Когда этого нет, амплитуда колебаний мала и эксцентриситеты роликов не влияют на движение ленты.

Отсюда следует вывод о том, что для конвейеров с заданными l_p , z_p и известными пределами изменения натяжения $T_{min} \leq T_0 \leq T_{max}$ можно выбрать такие скорости движения ленты u , $< u^*$, или u , $> v_{л1}^*$, при которых практически не будет вынужденных колебаний, приводящих к появлению дополнительной нагрузки на ролики. Однако ввиду того, что при вращении роликов с эксцентриситетом возникает также и центробежная сила, которая прямо пропорциональна квадрату скорости, конкретные рекомендации по применению роликов различного диаметра можно сделать только после изучения действующих нагрузок на ролики опор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панкратов С.А. Динамика машин для открытых горных и земляных работ. - М.: Машиностроение, 1967.-448 с.
2. Вибрации в технике. - М.: Машиностроение, 1979. Т. 2,-352 с.
3. Бабаков И.М. Теория колебаний. - М.; Гостехиздат, 1958. - 628 с.
4. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. - М.; Высшая школа, 1972. - 416 с.
5. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем. - М.: Машиностроение, 1976. - 216 с.
6. Боголюбов Н.Р, Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - 4-е изд. - М.: Наука, 1974. - 504 с.
7. Каудерер Г. Нелинейная механика. - М.: Иностран. лит., 1961. - 778 с.