

УДК 681.5

## ЛОКАЛЬНО-ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ, канд. техн. наук А.О. ГЛУХОВ, О.Н. ТРАВКИН  
(Полоцкий государственный университет)

*Предлагаемый локально-эволюционный метод решения задач дискретной оптимизации является результатом синтеза эвристического и эволюционного подходов к решению задач данного класса. Доказывается целесообразность использования метода при решении задач дискретной оптимизации большой размерности.*

### Введение

Класс задач дискретной оптимизации включает в себя такие задачи, как составление оптимального расписания, маршрутная оптимизация, задача оптимального планирования многопрофильного (многономенклатурного) производства и т.п. [1 – 4, 6, 8]. Подавляющее большинство таких задач имеют ярко выраженную прикладную направленность, и их качественное решение является глубоко актуальным как для современной науки, так и для производственных отраслей. «Классические» методы, такие как генетические алгоритмы, алгоритмы имитации отжига, нейронные сети и т.д., имеют общие характеристики: они все адаптивные, итеративные, стохастические алгоритмы, на каждом шаге работы все они оценивают значение функции качества и для каждого можно доказать его сходимость к глобальному оптимуму. В теореме NFL (No Free Lunch) [7] утверждается, что для всех алгоритмов, ищущих экстремум функции качества, производительность их одинакова, если усреднить результаты по всевозможным функциям качества. Практическое значение этой теоремы состоит в том, что несомненный успех какого-либо оптимизационного метода в определенной области знаний не гарантирует такого же успеха в другой области. Это значит, что для каждой специфической области нужно проводить исследования и определять тот оптимизационный метод, который подходит ей более всего.

Несомненным достоинством таких методов является получение «хороших» приближенных решений уже на первых итерациях и высокая вероятность получения точного решения за достаточно большое число итераций. Их применение наиболее оправданно при решении задач большой размерности. Однако недостатком таких методов является отсутствие предсказуемого поведения.

Локально-эволюционный подход основан на синтезе эвристического и эволюционного подходов. Эвристический метод – так можно назвать, пожалуй, любой достаточно эффективный метод поиска решений задач дискретной оптимизации большой размерности. Из него было взято на вооружения использование локальных эвристик (локальных правил поиска решения). Из эволюционного – параллельное развитие множества поисковых процессов (популяции) и модели отбора.

Особенностью локально-эволюционного подхода является возможность осуществлять поиск в сильно ограниченном пространстве поиска. Эта особенность позволяет существенно сократить временные затраты по сравнению с традиционными подходами и повысить качество самого решения.

Дополнительное сжатие пространства поиска становится возможным за счет использования при построении расписания эвристик особого типа, а именно рекурсивных. Такие эвристики для рассматриваемого класса задач должны быть разработаны в результате предлагаемого исследования. На настоящий момент, рекурсивные эвристики были разработаны для решения некоторых тестовых задач дискретной оптимизации (задача коммивояжера, задача планирования технологического процесса), а также для задачи составления учебного расписания вуза. Далее будут приведены результаты решения вышеупомянутых задач, доказывающие целесообразность и состоятельность нового метода.

### Предварительная формализация

Для задач дискретной оптимизации характерно, что пространство поиска конечно  $S = \{s_k\}$ . При этом оно может быть чрезвычайно велико. Точку в пространстве поиска ассоциируют с определенными (и допустимыми) значениями всех независимых переменных задачи  $s_k = (x_1, x_2, \dots, x_{task\_size})$ . Ускорение поиска достигается за счет использования множества эвристик.

**Определение 1.** Формально эвристика  $f_i$  есть функциональное отображение  $S \rightarrow S$ . Эвристика позволяет двигаться в пространстве поиска решения  $S$  в направлении невозрастания оценочной функции

$$\varphi(s) \geq \varphi(f_i(s)), \tag{1}$$

где  $\varphi(s) : S \rightarrow R$  (это достаточно распространенный случай).

**Определение 2.** Рекурсивной эвристикой называется эвристика, результат действия которой – это неподвижная точка

$$(HT) - f_i(s) = f_i^2(s). \tag{2}$$

**Определение 3.** Теперь рекурсивно-эвристическую вычислительную структуру формально мы можем определить как  $\Psi = (S, \Phi)$ , где  $\Phi = \{f_i \mid f_i - \text{рекурсивная эвристика}\}$  – множество рекурсивных эвристик (система рекурсивных эвристик),  $S$  – пространство поиска.

Мощность системы рекурсивных эвристик обозначим  $n = |\Phi|$ .

Для того чтобы лучше представить, как протекает процесс поиска под действием системы рекурсивных эвристик, проведем следующие рассуждения. Введем отношение эквивалентности  $\alpha_i$  как  $\alpha_i \subseteq S \times S \mid \forall (s_k, s_r) \in \alpha_i : f_i(s_k) = f_i(s_r)$ . Оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. И мы можем произвести факторизацию пространства  $S$  по отношению  $\alpha_i$ . Фактормножество  $S/\alpha_i$  содержит классы  $c_j$  элементов из  $S$  неразличимых по действию эвристики  $f_i$ .

**Утверждение 1.** Каждый класс эквивалентности  $c_j \in S/\alpha_i$  содержит единственную НТ.  $\square$  Существование НТ следует из свойства 2 рекурсивной эвристики  $\forall s_k \in c_j : f_i(s_k) = s_j - f_i^2(s_k) = f_i(s_j)$ . Предположим, что в классе  $c_j$  НТ не единственна, т.е.  $\exists s_k \in c_j : f_i(s_k) \neq s_j$ , но тогда  $s_k \notin c_j$  – мы пришли к противоречию.  $\square$

Множество НТ по  $f_i$  обозначим  $S_i = \{s_j \mid \forall c_j \in S/\alpha_i, \forall s_k \in c_j : f_i(s_k) = s_j\}$ ,  $|S_i| = |S/\alpha_i|$ . Таким образом, с помощью эвристик удается редуцировать пространство поиска до множества  $S^* = \bigcup_i S_i$ .

**Утверждение 2.** Редуцированное пространство поиска  $S^*$  содержит оптимум.  $\square$  Если учесть, что оптимум  $s^{opt}$  всегда принадлежит какому-либо одному классу из разбиения  $S/\alpha_i$ , а  $f_i$  – всюду определенное отображение, то  $f_i(s^{opt}) = s^{opt}$ , в силу свойства 1. Следовательно,  $s^{opt} \in S_i \subseteq S^*$ .  $\square$

Заметим, что, задавшись любой точкой исходного пространства поиска, уже после применения первой эвристики мы неизбежно скатываемся к редуцированному пространству и далее уже не выходим за его пределы. Поэтому сжатие пространства поиска нужно рассматривать как следствие самого подхода к поиску решения, а не в виде искусственного приема.

Несложно доказать терминированность рекурсивно-эвристического вычисления. К сожалению, невозможно в общем виде доказать сходимость рекурсивно-эвристического вычисления, так как условием останова в нашем случае будет

$$\forall f_i(s) : f_i(s) = s, \quad (3)$$

а эта ситуация зависит от используемой системы эвристик и может быть не связана с достижением оптимума.

#### ЭФФЕКТИВНОСТЬ

В качестве основного фактора, влияющего на эффективность эвристического поиска, обычно называют целенаправленное (и эффективное) действие эвристик. Мы бы хотели получить некоторые количественные оценки, которые позволили бы нам сравнивать различные системы между собой.

Первое, на что хочется обратить внимание, – это эффект сжатия пространства поиска при использовании рекурсивных эвристик. Мощность пространства поиска в этом случае равна  $|S^*|$ .

**Определение 4.** Факт сокращения пространства поиска выразим через коэффициент редукции ( $r$ ),  $r = |S^*|/|S|$ . Этот коэффициент характеризует систему эвристик в целом и связан с эффективностью.

**Определение 5.** Факт сжатия пространства поиска за счет действия отдельных эвристик выразим через коэффициент ( $r_i$ ),  $r_i = |S_i|/|S|$ , который будем называть мощностью эвристики. Рассчитывается как средняя мощность классов разбиения из  $S/\alpha_i$ .

Другим фактором, связанным с эффективностью, является наличие у эвристик общих неподвижных точек (ОНТ). Факт наличия ОНТ свидетельствует о потере эффективности поиска в этих точках, вплоть до ситуации останова – формула (3). Другими словами, такие точки способствуют как бы «пробуксовке» вычисления.

**Определение 6.** Коэффициент учета потерь эффективности поиска в ОНТ определим как  $p = \frac{\sum |S_i|}{|S^*|} = \frac{\sum |S_i|}{|S^*|} \cdot \frac{|S|}{|S|} = r \cdot \sum \frac{1}{r_i}$ . Представленный коэффициент равен среднему количеству «неработающих» эвристик в любой момент времени вычислений.

Введем оценку временных затрат  $t = p \cdot \frac{|S|}{r}$ . То есть мы предполагаем, что время вычислений тем больше, чем больше размер редуцированного пространства и чем больше потери из-за неэффективных вычислений в ОНТ. Данная оценка характеризует временные затраты, выраженные в условных единицах. Однако она не учитывает как временной сложности самих эвристик, так и характера их действия.

Учитывая характер действия эвристик, можно, как правило, предложить стратегию управления эвристикой во время вычислений. Целью такой стратегии является минимизация числа попаданий в ОНТ. Тогда снижаются потери времени из-за неэффективных вычислений (рассмотренных выше).

**Решение задачи коммивояжера**

Знаменитая задача коммивояжера – «Traveling Saleman Problem» – TSP, поставленная еще в 1934 году, является одной из самых важнейших задач в теории графов. В области оптимизации дискретных задач задача коммивояжера служит своеобразным полигоном, на котором испытываются все новые методы.

Задача коммивояжера является NP-трудной задачей, т.е. задачей, точное решение которой в общем случае может быть получено только за экспоненциальное время. Следовательно, решать ее переборным алгоритмом неэффективно при большом количестве вершин графа [8].

Одним из подходов к ее решению является сокращение перебора методом ветвей и границ. Этот метод позволяет опознать бесперспективные частичные решения, в результате чего от дерева поиска на одном шаге отсекается целая ветвь. Тем не менее удовлетворительных оценок быстрдействию алгоритма Литтла, основанного на этом методе, и родственных алгоритмов нет, хотя практика показывает, что на современных ЭВМ они иногда позволяют решить задачу коммивояжера для графов с количеством вершин, меньшим 100.

Другим подходом является применение приближенных эвристических алгоритмов, например алгоритмы Эйлера и Кристофидеса, которые за полиномиальное время позволяют находить решение с погрешностями 100 и 50 % соответственно.

Принципиально иным подходом к решению задачи коммивояжера, как и других NP-трудных задач, является применение метода локально-эвристического поиска, когда заранее выбранное множество локальных преобразований используется для последовательного улучшения начального решения до тех пор, пока это улучшение возможно, в противном случае оказывается достигнутым локальный оптимум, который нередко является оптимальным решением [4].

Дальнейшие исследования рекурсивно-эвристических вычислений были проведены, решая данную задачу. В симметричной постановке задача формулируется так: есть *task\_size* городов  $\{c_1, c_2, \dots, c_{task\_size}\}$ . Город характеризуется координатами в двумерном евклидовом пространстве  $c_i = (x_i, y_i)$ . Требуется найти маршрут обхода всех городов с минимальной длиной (минимальным значением оценочной функции) при условии однократного посещения каждого города. Точка в пространстве поиска – это последова-

тельность обхода городов  $s := \{c'_1, c'_2, \dots, c'_{task\_size} \mid \forall j \neq k : c'_j \neq c'_k\}$ . Доказано, что  $|S| = \frac{(task\_size - 1)!}{2}$ .

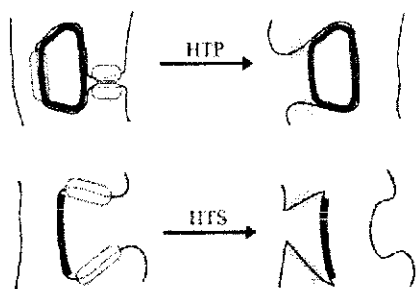


Рис. 1. Рекурсивные эвристики

В качестве рекурсивных эвристик для экспериментов были выбраны эвристики типа «перенос цепочки в окрестности города  $c_i$  и его соседа», обозначим их НТС (Heuristic - Transition of Sequence), а также эвристика типа «перенос участка, прикрепленного к городу  $c_i$  и его соседу», обозначим НТР (Heuristic - Transition of Part). Особенностью их действия является рекурсивное применение механизма НТС для всех образовавшихся новых пар городов.

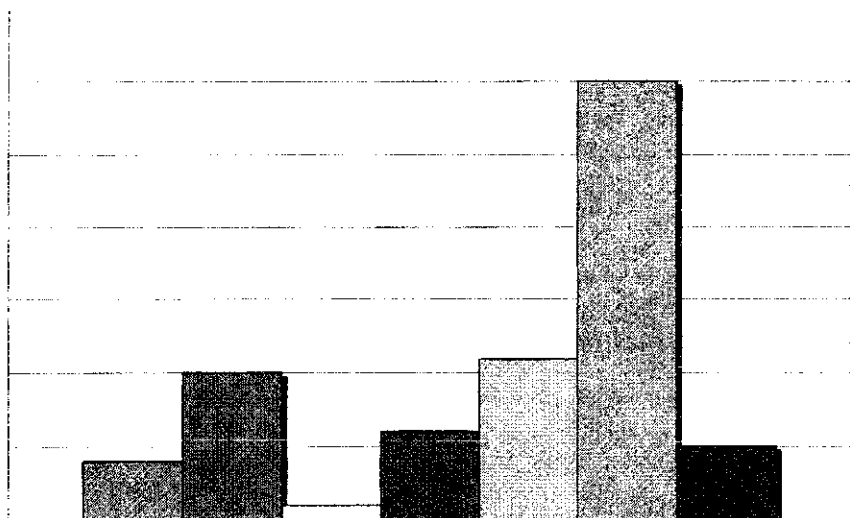
Эвристики работают только в случае, если перенос цепочки или участка приводит к уменьшению длины маршрута. Результат их действия – неподвижная точка, это типичный пример рекурсивной эвристики (рис. 1). Это новые эвристики. Но для придания исследованию большей широты, мы включили в рассмотрение и предложенные ранее эвристики – «перенос точки» (НРТ), «обмен точками» (НРЕ) и «вращение участка между двумя точками» (НПР). Механизм работы этих эвристик очевиден и не требует специальной иллюстрации [3].

На основе выбранных эвристик были составлены следующие системы рекурсивных эвристик:

- 1)  $\Phi_{TS}$ : все НТС (по числу городов);
- 2)  $\Phi_{TP}$ : все НТР;
- 3)  $\Phi_{TS}$ : разреженная из НТС (через один город);
- 4)  $\Phi_{TP}$ : разреженная из НТР;
- 5)  $\Phi_{NEW}$ : все НТС + все НТР;
- 6)  $\Phi_{OLD}$ : все НРТ + все НРЕ + все НПР;
- 7)  $\Phi_{NEW}$ : разреженная НТС + разреженная НТР.

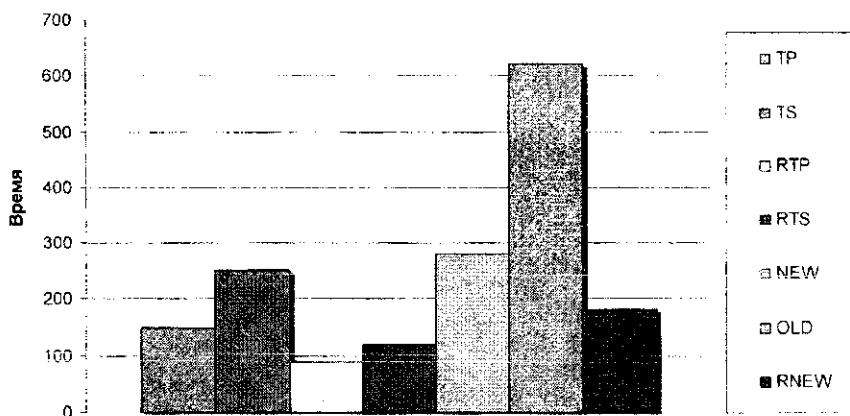
Для всех перечисленных эвристик и систем эвристик определялись значения коэффициента редукции и коэффициента учета потерь эффективности. Для этого использовался полный перебор при решении задач малой размерности (рис. 2, а). Затем проводилось решение задач размерностью 100, 200, 300 (рис. 2, б). Оценки сохраняют свою актуальность при переходе к задачам большой размерности. Это го-

ворит о том, что характер вычислений меняется достаточно медленно, и мы можем прогнозировать эффективность даже в случае большой размерности.



а)

Время поиска решений для различных систем рекурсивных эвристик  
(размерность задачи 100)



б)

Рис. 2. Оценки временной сложности

Качество найденного решения, как удалось установить экспериментально, зависит от количества эвристик и их разнообразия (рис. 3). Сокращение числа эвристик за счет разрежения приводит к потере качества. Объединение наборов эвристик различных типов, напротив, приводит к росту качества найденных решений.

Таким образом, при принятии решения о «наилучшем» составе системы рекурсивных эвристик должен быть найден компромисс между качеством решений и временем вычислений.

В случае рассмотренных эвристик имеет место закрепление действия эвристики в локальной области определенного города. Это свойство приводит к тому, что количество ОНТ для двух эвристик зависит от близости локальных областей действия этих эвристик.

Следовательно, для стратегического управления эвристическими мы можем воспользоваться мерой близости локальных областей действия эвристик. Значение этой меры может использоваться для определения приоритета эвристики при ее выборе.

В данной задаче локально-эволюционный алгоритм показал себя как новый высокоэффективный метод решения TSP, значительно превосходящий его предыдущие аналоги как по временным затратам, так и по качеству решения. Такой значительный рост эффективности стал возможным только благодаря

использованию хорошо сбалансированной системы рекурсивных эвристик (сравните OLD и NEW, см. рис. 2, а, б) и стратегии, использующей меру близости локальных областей действия эвристик.

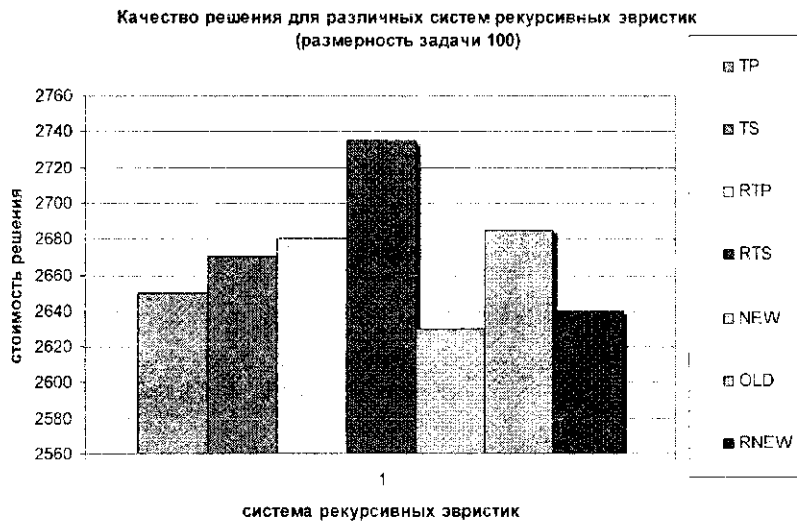


Рис. 3. Качество решения

Испытание нового алгоритма проводилось на примерах из библиотеки тестовых примеров задачи коммивояжера TSPLIB. Этот алгоритм позволил получить новые квазиоптимальные решения для таких задач, как eli51, ali535, rd100 и некоторых других, за достаточно короткое время (несколько минут).

### Решение задачи составления учебного расписания вуза

Рассматриваемая задача также является NP-трудной задачей, имеет ярко выраженную прикладную направленность и сохраняет свою актуальность, в частности для вузов Беларуси. Данная задача решается «по старинке» в подавляющем большинстве вузов страны, а между тем качество ее решения ощутимо влияет на эффективность работы вуза. Данная ситуация связана, скорее, с тем, что применение существующих программных продуктов составления расписания сильно ограничено. Все они сориентированы на типовой вуз и не способны учесть все специфические детали реального процесса составления расписания.

К нерешенным задачам при составлении расписания можно отнести следующие:

- эффективная перестройка расписания при внесении изменений в исходные данные;
- учет специфических ограничений, диктуемых организацией процесса составления расписания в конкретных вузах;
- приемлемая скорость сходимости процесса оптимизации расписания масштаба вуза [4].

Эффективная перестройка расписания означает учет фактов внесения изменений в расписание, которые имеют место в реальной жизни даже в период его использования. Ручная корректировка неэффективна, поскольку не дает возможность оценить оптимальность полученного решения.

Специфические ограничения – это индивидуальные для каждого вуза особенности процесса составления расписания.

Приемлемая скорость сходимости должна гарантироваться методом составления расписания. Этого нельзя сказать, например, о генетическом подходе и о многих его модификациях. Кроме того, быстрое окончание процесса составления расписания в большинстве случаев вовсе не означает получение качественного решения. Решение данной задачи происходило при проектировании программного комплекса автоматического составления расписания Учреждения образования «Полоцкий государственный университет».

Исходными данными для составления учебного расписания являются:

$A = \{a_i\}$  – аудиторный фонд (множество аудиторий), для нашего университета рассматривается 220 аудиторий;

$T = \langle t_i \rangle$  – плановый фонд времени – упорядоченное множество квантов планового времени (как правило, квант планового времени – это два академических часа или «пара»), в нашем случае плановый фонд времени рассматривается как 4-недельный (1-я, 2-я, 3-я и 4-я недели, из которых 1-я и 3-я являются белыми, 2-я и 4-я – зелеными), включающий при 6-ти «парах» в день и шестидневной недели 144 «пары»;

$W = \{w_i\}$  – множество преподавателей (профессорско-преподавательский состав), 533 преподавателя;

$P = \{p_i\}$  – множество плановых занятий (в соответствии с учебными планами). Каждое занятие соответствует 1-й записи в сетке, и для весеннего семестра общее их количество составляет 2165;

$G = \{g_i\}$  – множество групп учащихся;

$U = \{<p_i, g_i>\} \subset P \times G$  – множество учебных планов для групп учащихся (закрепляет за каждой группой учащихся определенный объем плановых занятий).

Таким образом, задача составления учебного расписания формулируется в пространстве поиска  $S: A \times T \times W \times P$ , имеющем размерность 36 556 977 600 комбинаций. С учетом того, что построение произвольного расписания требует выбора соответствия 4-х компонентов для каждой записи сетки, т.е. построения 2165 четверок, и на выбор каждого значения требуется не менее 40 тактов центрального процессора, получаем 346 400 тактов на каждый вариант расписания. С учетом производительности современных процессоров, способных выполнять 10 миллионов операций в секунду, время составления такого расписания методом полного перебора составило бы 40 лет.

Следует подчеркнуть, что сокращение пространства поиска и, соответственно, времени поиска на несколько порядков также не решает проблему построения эффективного метода составления учебного расписания.

Задачу, однако, облегчает тот факт, что накоплен богатый опыт построения расписания «вручную». Поэтому эвристический метод поиска решения, основанный на использовании эвристик, или, иными словами, экспертных знаний, является по существу единственным интересным решением такой задачи.

Поскольку недопустимым планом расписания является план, содержащий хотя бы один конфликт по преподавателю или группе, или аудитории, то можно сформулировать строгие ограничения

Для всех  $s_1 = \langle a_1, t_1, w_1, p_1 \rangle \in S$  и  $s_2 = \langle a_2, t_2, w_2, p_2 \rangle \in S$ , для которых  $t_1 = t_2$  справедливо:

- 1)  $a_1 \neq a_2$ ;
- 2)  $w_1 \neq w_2$ ;
- 3)  $U / \{p_1\} \cap U / \{p_2\} = \emptyset$ .

Необходимо подчеркнуть, что ограничение 3 включает и правило планирования поточных занятий, утверждая не пересечение множеств групп потоков;

4) для занятий, длительность проведения которых больше одного кванта планового времени, нужно ввести дополнительное ограничение последовательного по времени захвата квантов времени;

5) в расписании должны быть представлены все плановые занятия из  $P$  – это требование целостности расписания;

6) обычно перед составлением расписания закрепляют сочетание  $(w, p)$  в виде нагрузки преподавателя (см. исходные данные). Поэтому сочетание  $(w, p)$  в расписании должно также присутствовать и в нагрузке  $N$ .

Перечисленные ограничения являются основными, но кроме них, как правило, учитывается еще целый ряд дополнительных ограничений. Так, для учащихся или преподавателей вводят своеобразный календарь учебного или рабочего времени, где определяют обязательное, нежелательное и запрещенное для учебы/работы время. Аудитории характеризуются набором свойств, которые должны также учитываться при планировании занятий (вместимость, тип аудитории, корпус, расписание аудитории и т.п.), дисциплина характеризуется видом планирования (как можно раньше, как можно позже, не имеет значения).

В задаче составления оптимального расписания нужно найти расписание с минимальной ценой. Нами предлагается использовать в качестве оценочной функции следующую эвристическую функцию предпочтения:

$$Q(S) = (a_1 G_1 + a_2 G_2 + a_3 G_3 + a_4 G_4 + a_5 G_5) + (a_6 A_1 + a_7 A_2) + (a_8 W_1 + a_9 W_2 + a_{10} W_3) + a_{11} P_1,$$

где  $G_1$  – количество межкорпусных переходов в течение дня у групп(подгрупп) учащихся;  $G_2$  – количество «форточек» в расписании групп(подгрупп);  $G_3$  – степень разнообразия занятий в течение дня у групп(подгрупп) учащихся;  $G_4$  – степень отклонения от вида планирования занятий (как можно раньше, ...);  $G_5$  – выход за пределы рекомендуемого календаря учебного времени;  $A_1$  – количество «форточек» в расписании аудиторий;  $A_2$  – степень загрузки аудиторий во время занятий;  $W_1$  – количество межкорпусных переходов в течение дня у преподавателей;  $W_2$  – выход за пределы рекомендуемого календаря рабочего времени преподавателя;  $W_3$  – количество форточек в течение дня у преподавателей;  $P_1$  – степень покрытия неполным расписанием учебных планов;  $a_1, a_2, a_3, \dots$  – масштабирующие коэффициенты.

Выбор масштабирующих коэффициентов также может быть различным. Нами применен метод экспертной оценки степени влияния тех или иных факторов, на общее представление о корректности расписания. Максимальные штрафы применены для недопустимых нарушений нашего представления о хорошем расписании.

Выбор масштабирующих коэффициентов отражает принятую оценку понятия «хорошее» расписание. Но поскольку это представление субъективно, то возникает проблема противоречивости. Эту проблему можно описать следующим примером: минимизация межкорпусных переходов групп приводит, соответственно, к увеличению межкорпусных переходов преподавателей. Всегда ищется компромисс между противоречащими факторами.

Система правил едина, поэтому невозможно автоматически сделать идеальное расписание одному преподавателю, проигнорировав интересы других «молчаливых», и расписание, рассматриваемое как «хорошее» одним преподавателем, будет не соответствовать представлениям о «хорошем» расписании другого преподавателя или студента, в этом и кроется основная проблема внедрения подобных систем.

Разработаны две рекурсивные эвристики для рассматриваемой задачи:

- 1) HSG – планирования занятий;
- 2) HSX – перенос занятий в расписании.

Первая эвристика предназначена для выращивания расписания и способна работать с неполным расписанием, вторая – для оптимизации полного расписания.

**HSG:** действие данной эвристики состоит из двух шагов. Во-первых, выбирается занятие, которого еще нет в расписании. Во-вторых, выбирается время и аудитория для проведения данного занятия. Очевидно, что при этом не должны быть нарушены вышеперечисленные ограничения.

Можно предложить, пожалуй, несколько различных способов осуществления выбора как на первом шаге, так и на втором. Численные эксперименты показали, что лучшим вариантом выбора на первом этапе является выбор занятия с меньшим числом возможных положений для вставки в расписание. В процессе выращивания расписания этот порядок меняется, но на каждом шаге выбирается нерасставленное занятие с меньшей степенью свободы.

Важно отметить, что, применяя первую эвристику, целевая функция рассчитывается для текущего варианта расписания в целом, однако, является оценкой для выбора локального единичного изменения.

При реализации вставки работают эвристики, поощряющее «хорошее» расписание и штрафующие за «плохое», выигрывает вариант, обеспечивающий максимум оценочной функции.

**HSX:** перенос занятия  $p_{i4}$  в плане  $s_{i4} = (a_{i1}, t_{i2}, w_{i3}, p_{i4})$  в другую аудиторию и в другое время. То есть изменение значения сочетания  $(a_{i1}, t_{i2})$  на  $(a_{h1}, t_{h2})$ . Если при этом существует  $s_{h4} = (a_{h1}, t_{h2}, w_{h3}, p_{h4})$ , то данная процедура повторяется для  $p_{h4}$ . С целью устранения закливаний глубина рекурсии должна быть искусственно ограничена. Действие эвристики HSX будет успешным, если новое расписание имеет меньшую цену по сравнению с исходным и если не нарушены вышеперечисленные ограничения.

Благодаря возможности формирования из единого электронного представления входных документов сеток единой базы исходных данных, стало возможным провести анализ исходных данных и ответить на целый ряд вопросов, ответы на которые до сих пор завалились на основе интуитивного представления.

В результате был спроектирован программный комплекс, позволяющий использовать локально-эволюционный подход для решения задачи составления учебного расписания вуза. При его внедрении была ярко продемонстрирована состоятельность и целесообразность метода – составление расписания занимало несколько часов (для составления расписания вручную требовался упорный труд нескольких человек в течение нескольких недель). Система также превосходила свои аналоги из ближнего зарубежья, которые либо не удовлетворяли масштабам вуза, т.е. были предназначены для решения задач гораздо меньшей размерности, либо уступали ей по качеству найденного решения, а также по скорости его нахождения. К сожалению, отсутствовала возможность сравнения результатов с итогами работы западноевропейских и американских аналогов из-за большой стоимости последних. Но судя по информации, предоставляемой западными разработчиками подобных программ, локально-эволюционный подход и разработанный программный комплекс, его использующий, занял бы достойное место в ряду лучших из своих западных аналогов.

### Заключение

Очевидное преимущество локально-эволюционного алгоритма – снижение вычислительной сложности алгоритма по сравнению с «классическими» алгоритмами.

Другим преимуществом является большая его гибкость, которая выражается в совместном действии различных стратегий, а также в возможности легко видоизменять участвующие в нем эвристические стратегии (вводить новые, включать или отключать их).

Важной особенностью локально-эволюционного алгоритма является недетерминистический характер вычислений, который является следствием внутреннего параллелизма вычислений. Последний выражается в асинхронности действия различных локальных стратегий.

Отсутствие искусственной случайности позволяет двигаться в пространстве решений задачи целенаправленно, совершая шаги, только в сторону «возможного улучшения» значения функции предпочтения (так мы понимаем эвристическую стратегию). Так как возможности значительного «улучшения» уменьшаются при приближении к оптимуму, то характер движения в локально-эволюционном алгоритме становится более предсказуемым, по сравнению с остальными алгоритмами.

Основным недостатком алгоритма является его эвристический характер. Сочетание различных стратегий позволит преодолеть большее число локальных минимумов по сравнению с обычным эвристическим алгоритмом. Но мы по-прежнему не можем гарантировать достижение какой-то определенной близости решения к оптимуму.

Второй очевидный недостаток (он является следствием первого) – мы можем располагать лишь статистическими оценками эффективности данного алгоритма, что требует проведения огромного количества экспериментов на различных задачах для получения достоверной информации.

Но исходя из результатов экспериментов, вычислительные затраты новых алгоритмов соизмеримы с длиной локальной области задачи, а не решения в целом. Это позволяет нам предполагать, что эффективность локально-эволюционных алгоритмов будет значительно превышать эффективность традиционных алгоритмов именно при решении задач большой и очень большой размерности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hlukhau A.O., Trofimov V.V. The Optimal Schedule for the Technological Process of Semiconductor Production // International Conference on Operations Research, University of Klagenfurt, Austria. – Klagenfurt, 2002.
2. Глухов А.О. Способ повышения эффективности эвристического метода оптимизации в условиях объектно-ориентированных систем // SCM'99: Сб. докл. науч. конф. – СПб: Изд-во СПбЭТУ, 1999. – С. 228 – 232.
3. Глухов А.О., Трофимов В.В., Глухов Д.О. Локальный генетический алгоритм планирования процесса многопрофильного производства // Экономическая кибернетика: системный анализ в экономике и управлении: Сб. науч. тр. Вып. № 5. – СПб: Изд-во СПбГУЭФ, 2002 – С. 50 – 56.
4. Глухов А.О., Трофимов В.В. Использование рекурсивных эвристик при решении задач дискретной оптимизации большой размерности // Современные проблемы менеджмента: Межвуз. сб. Вып. 6. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2003. – стр. 99-105
5. Математические основы цифровой техники / В.М. Муттер, В.В. Трофимов, И.В. Иванова, М.Ю. Калинин – СПб.: Литера плюс, 1999. – 351 с.
6. Норенков И.П., Косачевский О.Т. Использование метода комбинирования эвристик для решения транспортной задачи с временными окнами // Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям: Сб. докл. – СПб., 1998. Т 1.
7. Эвристические методы календарного планирования / Т.П. Подчасова, В.М. Португал, В.А. Татаров, В.В. Шкурба. – Киев: Техника, 1980. – 140 с.
8. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. – М.: Мир, 1980. – 465 с.