

УДК 621.833

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС  
НА ПЛАВНОСТЬ РАБОТЫ ПЕРЕДАЧИ

Д.А. ЗАБЕЛИН

(Белорусско-Российский университет, Могилев)

Представлены результаты исследования влияния погрешностей изготовления зубчатых колес на плавность работы передачи на основе специально разработанной методики 3D-моделирования образования кинематической погрешности. Данная методика заключается в построении трехмерной твердотельной модели зубчатой передачи с заданными первичными погрешностями колес и последующим моделированием работы зубчатого зацепления. Модели зубчатых колес получаются в результате моделирования процесса зубонарезания. Это позволяет включать в модели колес погрешности изготовления, вызванные различными технологическими причинами, такими как, например, колебания звеньев цепи обката станка, биения режущего инструмента и заготовки, погрешности режущих кромок инструмента, погрешности установки режущих инструментов и т.д. Приводятся смоделированные графики кинематической погрешности зубчатых передач, состоящих из колес, которые содержат основные погрешности изготовления, влияющие на плавность работы передачи (погрешности бокового профиля зубьев, погрешность шага зацепления).

**Введение.** Традиционно исследования кинематических погрешностей зубчатых передач основываются на проведении натуральных экспериментов с использованием исправных и дефектных колес, что требует значительных затрат временных и материальных ресурсов. В настоящее время проявление первичных погрешностей недостаточно изучено, а представленных сведений в литературных источниках, посвященных данному вопросу, не достаточно для однозначного выявления погрешностей изготовления и сборки зубчатых передач по результатам кинематического контроля. Для установления связи между видом погрешности и её проявлением в амплитудно-частотном спектре может быть использовано моделирование кинематической погрешности зубчатых передач с применением современных компьютерных технологий.

**Основная часть.** В данной работе предлагается оценка влияния погрешностей зубчатых колес на плавность работы передачи на основе специально разработанной методики 3D-моделирования, реализованной в графической системе *AutoCAD (Autodesk Inc.)* с использованием языка программирования *Visual Basic for Application* и заключающейся в построении трехмерной твердотельной модели зубчатой передачи с заданными первичными погрешностями колес и последующим моделированием работы зубчатого зацепления [1]. 3D-модели зубчатых колес строятся на основе выдавливания предварительно построенного плоского профиля колеса на величину, равную ширине зубчатого венца. Координаты точек профиля колеса вычисляются путем моделирования процесса зубообработки речным инструментом методом обката. Для этого рассчитываются размеры исходного производящего контура согласно ГОСТ 9587-81. Далее производится последовательное перемещение исходного контура в направлении тангенциальной подачи на величину шага  $\Delta t$ . При этом заготовка колеса также последовательно поворачивается на угол  $\Delta\psi$ , определяемый соотношением:

$$\Delta\psi = \frac{\Delta t}{r}, \quad (1)$$

где  $r$  – делительный радиус колеса.

Таким образом, профиль впадины зубьев представляет собой огибающую последовательных положений исходного производящего контура. Рассчитанные точки впадины соединяются сплайном. Копируя построенный профиль одной впадины вокруг центра колеса, строится совокупный профиль всех впадин, т.е. поперечный профиль зубчатого колеса. Далее этот профиль выдавливается на высоту, равную ширине зубчатого венца.

Особенностью описанных методик построения 3D-моделей зубчатых колес является то, что в модель можно включать погрешности изготовления, вызванные различными технологическими причинами, такими как, например, колебания звеньев цепи обката станка, биения режущего инструмента и заготовки, погрешности режущих кромок инструмента, погрешности установки режущих инструментов и т.д.

Моделирование работы зубчатого зацепления заключается в последовательном повороте построенных 3D-моделей колес на величины угловых шагов:  $d\varphi_1$  – для ведущего колеса;  $d\varphi_2$  – для ведомого колеса (рис. 1). Угловые шаги поворота колес принимаются в зависимости от заданного количества отсчетов кинематической погрешности за оборот ведомого звена. При этом чем большее количество таких точек углового положения колеса учитывается, тем более точную информацию о дефектах зубчатых колес будет содержать кривая кинематической погрешности.

Угловой шаг поворота ведомого зубчатого колеса ( $d\varphi_2$ ) рассчитывается по формуле:

$$d\varphi_2 = \frac{2\pi}{N}, \quad (2)$$

где  $N$  – количество отсчетов кинематической погрешности за оборот ведомого звена.

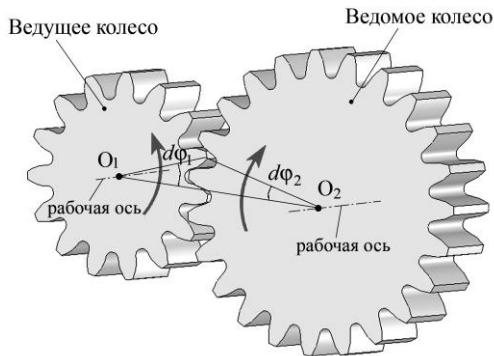


Рис. 1. Моделирование кинематической погрешности

Затем рассчитывается угловой шаг поворота ведущего зубчатого колеса ( $d\varphi_1$ ), в зависимости от передаточного отношения, которое определяется как отношение числа зубьев ведущего колеса к числу зубьев ведомого:

$$d\varphi_1 = d\varphi_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}, \quad (3)$$

где  $z_1$  – число зубьев ведущего колеса;  $z_2$  – число зубьев ведомого колеса.

При повороте ведущего зубчатого колеса на угол  $d\varphi_1$  ведомое колесо поворачивается на угол  $d\varphi_2$ , т.е. на номинальный (расчетный) угол. Из-за наличия элементарных погрешностей ведомое колесо должно повернуться на действительный угол  $d\varphi_{2д}$ , который будет отличаться от номинального.

В результате при повороте 3D-модели ведомого зубчатого колеса на угол  $d\varphi_2$  будет присутствовать либо интерференция рабочих зубьев ведомого и ведущего колес, либо между рабочими поверхностями зубьев образуется зазор (рис. 2).

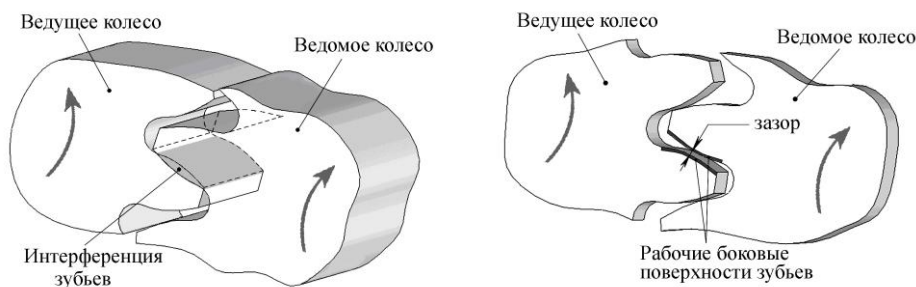


Рис. 2. Возможные положения зубьев при повороте колес на номинальные (расчетные) углы

После поворота ведомого колеса на номинальный угол  $d\varphi_2$  определяется действительный угол поворота. Для этого производится поиск такого углового положения колеса, при котором отсутствует пересечение зубьев, а расстояние между рабочими профилями зубьев ведущего и ведомого колеса минимальное (в зависимости от точности вычисления углового положения колеса), т.е. считается, что рабочие профили касаются друг друга. Проверка интерференции зубьев и отслеживание касания рабочих поверхностей зубьев выполняется при помощи команды «*CheckInterference*». Таким образом, разница между действительным, установленным по вышеизложенному алгоритму, и номинальным (расчетным) углом поворота ведомого зубчатого колеса является кинематической погрешностью передачи в данной точке.

После того как действительный угол поворота ведомого колеса найден, снова производится поворот ведущего колеса на угол  $d\varphi_1$ , а ведомого – на угол  $d\varphi_2$  и выполняется поиск действительного углового положения ведомого зубчатого колеса. Данные операции продолжают, пока ведомое звено передачи не совершит один полный оборот либо несколько оборотов (например, для учета полного пересопрежения зубьев). Для полученных данных об угловых положениях зубчатых колес в контрольных точках строится кривая кинематической погрешности передачи и производится ее спектральный анализ.

Нарушение плавности работы передачи вызывается в основном погрешностями бокового профиля зубьев колес. Наиболее важным и основным источником погрешности бокового профиля являются погрешности червяка делительной цепи зубообрабатывающего станка и профиля делительного колеса, которые повторяются за каждый оборот этого колеса. Данные погрешности вызывает появление волнистости боковой поверхности нарезаемого зуба по профилю [2].

Для установления влияния данного вида погрешности на вид кривой кинематической погрешности передачи и ее спектр была смоделирована работа зубчатого зацепления ( $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 31$ ;  $m = 4,5$  мм)

при волнистости боковой поверхности ( $f_{fr} = \pm 0,030$  мм) ведомого колеса с различным количеством волн  $q$ , укладываемых на боковой поверхности зубьев. Как видно из графиков кинематической погрешности и ее спектров (рис. 3), волнистость боковой поверхности профиля проявляется в виде значительного увеличения гармоник на зубцовой и кратных ей частотах.

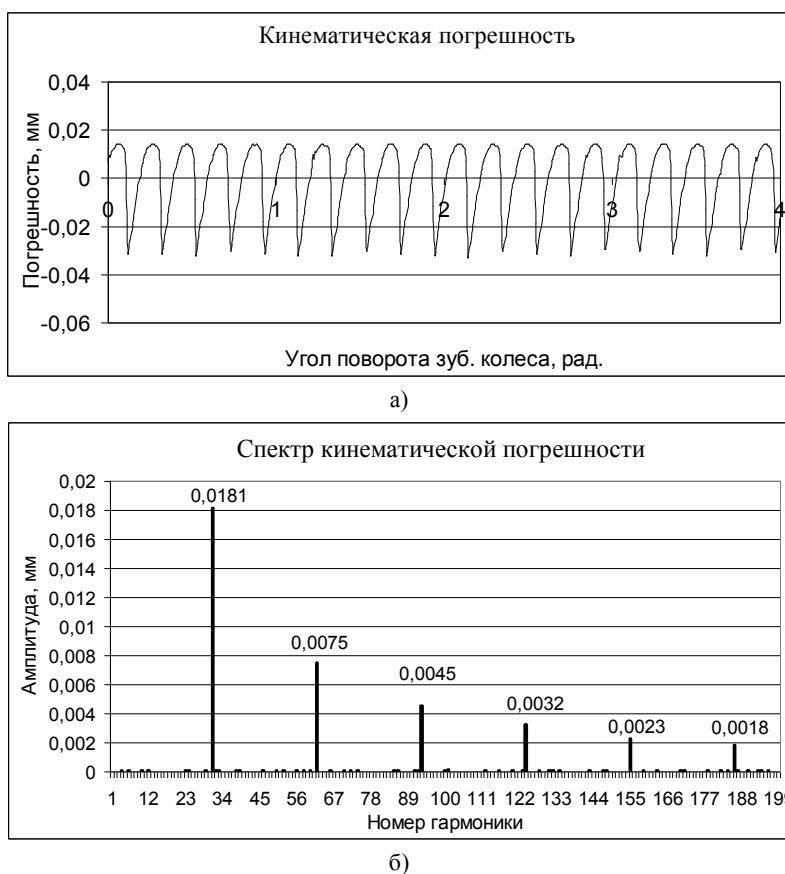


Рис. 3. Кинематическая погрешность (а) и ее спектр (б) при волнистости профиля ведомого колеса ( $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 31$ ;  $f_{fr} = \pm 0,030$  мм;  $q = 1$ )

На рисунке 4 показаны амплитуды зубцовой и кратных ей (до шестой включительно) составляющих спектра. При количестве волн  $q = 1$  и  $q = 2$  наибольшее значение имеет гармоника зубцовой частоты, при  $q = 3$  и  $q = 4$  – вторая, а при  $q = 5$  и  $q = 6$  – третья кратная гармоника. Величины максимальных амплитуд при количестве волн 1...4 приблизительно одинаковы, и отличаются не более чем на 2,5 мкм. Однако при  $q = 5,6$  максимальная амплитуда, т.е. третья кратная зубцовой составляющая, значительно меньше наибольших составляющих при  $q = 1...4$ . Это объясняется тем, что при большом количестве волн контакт профилей зубьев будет происходить не в одной точке, а по нескольким точкам, лежащим на вершинах волн, что в свою очередь отражается в уменьшении амплитуд высокочастотных составляющих спектра.

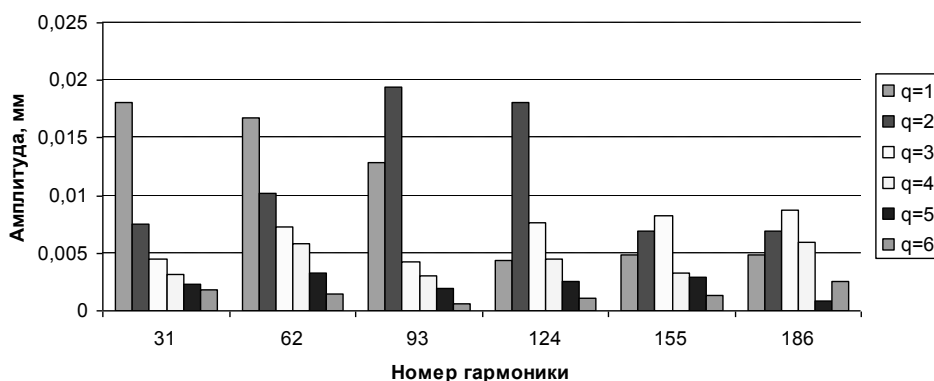


Рис. 4. Зубцовая и кратные ей составляющие спектра при волнистости боковой поверхности зубьев ( $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 31$ ;  $f_{fr} = \pm 0,030$  мм)

Следует отметить, что погрешность профиля с количеством волн  $q > 4$  на практике встречается нечасто, так как при высокочастотных колебаниях звеньев цепи обката станка наблюдается срезание волн. Так, в момент образования впадин между гребнями волн инструмент будет снимать стружку и в тех местах профиля, где должны были бы образовываться гребни волн.

По результатам моделирования получена зависимость изменения амплитуды наибольшей гармоники от величины погрешности профиля (волнистость боковой поверхности) с коэффициентом корреляции 0,98:

$$A_{\max} = 0,5929 \cdot f_{fr}, \quad (4)$$

где  $A_{\max}$  – величина максимальной гармонической составляющей на зубцовой или кратной ей частоте;  $f_{fr}$  – величина погрешности бокового профиля.

Рассмотренная погрешность профиля, выраженная в виде волнистости боковой поверхности, не является единственным возможным вариантом отклонения от теоретического профиля. Так, например, конечность режущих кромок, величины осевой подачи, а также неравномерность окружного шага канавок фрезы или значительные сдвиги режущих кромок фрезы, возникающие в силу каких-либо погрешностей изготовления, приводят к нарезанию зубчатых колес, у которых боковая поверхность всех зубьев состоит из нескольких плоскостей. Эти плоскости пересекаются между собой вдоль контактных линий колеса и образуют огранку поверхности зуба [3].

Огранка, так же как и волнистость боковой поверхности, четко проявляется на спектре кинематической погрешности в виде зубцовой и кратных ей составляющих. Однако на спектре кинематической погрешности не обнаруживается каких-либо особых признаков, позволяющих установить соответствие данному виду погрешности. Огранку с определенной долей допущения можно считать частным случаем волнистости, при которой количество волн соответствует числу ребер на боковой поверхности зубьев. На рисунке 5 показано сравнение фрагментов кривой кинематической погрешности при волнистости боковой поверхности с количеством волн  $q = 4$  (пунктирная линия) и кривой кинематической погрешности при огранке зуба с количеством ребер на поверхности, равным 4. Также значительное влияние на плавность работы зубчатой передачи может оказывать погрешность шага зацепления, которая возникает в результате изменения радиуса основной окружности вследствие погрешности профиля обрабатываемого инструмента или погрешности скорости обката, например, при зубошлифовании.

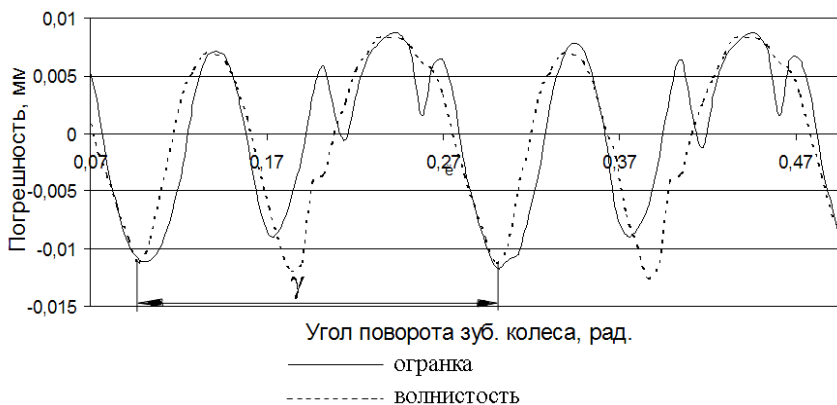


Рис. 5. Фрагменты кривых кинематической погрешности при волнистости ( $f_{fr} = 0,010$  мм;  $q = 4$ ) и огранке боковой поверхности зубьев

Смоделируем работу зубчатой передачи ( $z_1 = 15$ ;  $z_2 = 31$ ;  $m = 4,5$  мм) при наличии погрешности шага зацепления у ведомого колеса. Ведущее колесо считается идеальным и строится без погрешностей. Погрешность шага зацепления задавалась путем изменения угла профиля инструмента на величину  $\Delta\alpha$ . При уменьшении номинального угла профиля  $\alpha = 20^\circ$  на  $\Delta\alpha$  происходит увеличение радиуса основной окружности нарезаемого колеса ( $\Delta r_0 > 0$ ). В результате этого колесо будет обладать положительной погрешностью шага зацепления, т.е. действительный шаг зацепления превышает номинальный (теоретический). При увеличении номинального угла профиля на величину  $\Delta\alpha$  происходит уменьшение радиуса основной окружности ( $\Delta r_0 < 0$ ), и у колеса наблюдается отрицательная погрешность шага зацепления.

Графики кинематической погрешности при положительной и отрицательной погрешности шага зацепления ведомого зубчатого колеса показаны на рисунке 6. Данный вид погрешности проявляется в виде «пилообразного» сигнала, причем направление наклона зубцов зависит от знака погрешности. Так, при наличии положительной погрешности шага зацепления у ведомого колеса (шаг зацепления ведомого

колеса больше шага зацепления ведущего колеса), зубцы наклонены вправо. И наоборот, при отрицательной погрешности шага зацепления ведомого колеса зубцы наклонены влево.

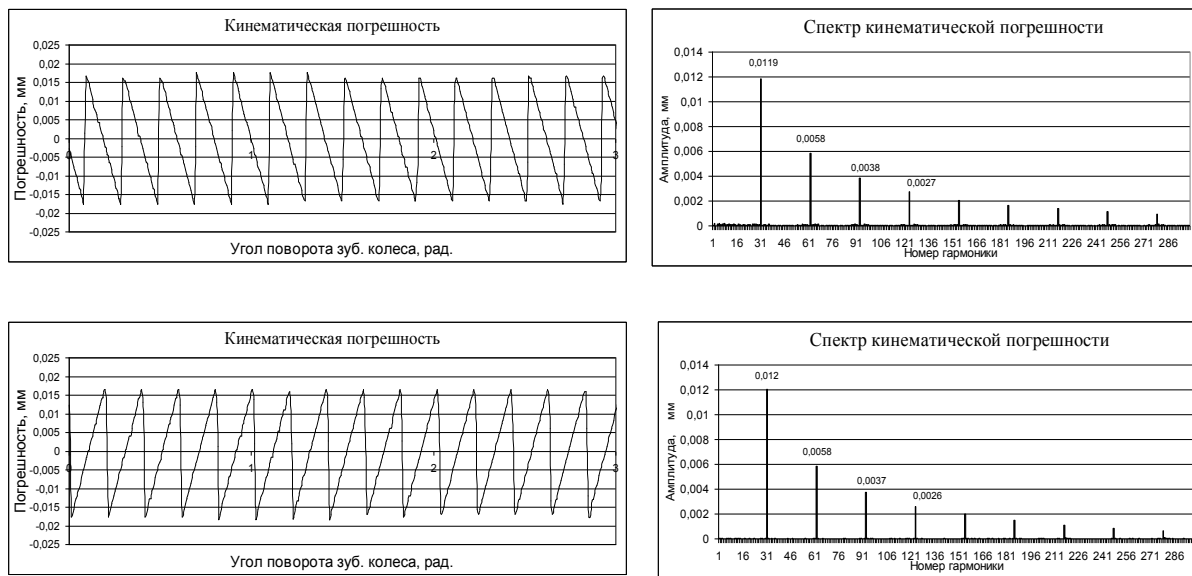


Рис. 6. Кинематическая погрешность передачи при погрешности шага зацепления ведомого колеса

Погрешность шага зацепления отчетливо проявляется в спектре кинематической погрешности передачи (см. рис. 6) в виде составляющих зубцовой частоты и кратных ей. Причем наибольшую величину имеет зубцовая составляющая, а кратные ей постепенно уменьшаются с увеличением кратности. При этом спектры кинематической погрешности передачи при отрицательной и положительной погрешности шага зацепления колеса полностью идентичны и не дают дополнительной информации, позволяющей установить знак погрешности зацепления. При детальном рассмотрении кривой кинематической погрешности видно, что ее график состоит из двух участков. Наклонный участок соответствует работе эвольвентных поверхностей, а крутой участок – работе при кромочном контакте. При наличии положительной погрешности шага зацепления вначале зацепления зубьев наблюдается эвольвентное взаимодействие рабочих профилей. Затем в зацепление входит следующая пара зубьев, сопровождаемая ударом кромки зуба ведомого колеса с ножкой зуба ведущего. При дальнейшем повороте зубчатых колес происходит кромочное взаимодействие зубьев до тех пор, пока в работу не вступит эвольвентный участок профиля зуба ведомого колеса.

При отрицательной погрешности шага зацепления на выходе из зацепления рабочих зубьев проявляется кромочное взаимодействие, т.е. вращение передается кромкой зуба ведущего колеса и ножкой зуба ведомого колеса. По мере дальнейшего поворота колес в точке 5 кромочное взаимодействие закончится, и в этот момент в зацепление вступит следующая пара зубьев, сопровождающаяся так называемым срединным ударом.

**Заключение.** Из анализа сигнала кинематической погрешности передачи и взаимодействия зубьев следует, что при отсутствии деформации в один и тот же момент в контакте участвует только одна пара зубьев, т.е. коэффициент перекрытия  $\varepsilon = 1$  как при положительной, так и при отрицательной погрешности шага зацепления ведомого колеса. Очевидно, что при работе передачи под нагрузкой отрицательная погрешность шага зацепления (шаг зацепления ведущего колеса больше шага зацепления ведомого) будет компенсироваться в результате деформаций зубьев. И наоборот, положительная погрешность шага зацепления (шаг зацепления ведущего колеса меньше шага зацепления ведомого) будет увеличиваться.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Забелин, Д.А. Исследование образования кинематических погрешностей зубчатых колес на основе 3D-моделирования / Д.А. Забелин // Вестн. Могилев. гос. техн. ун-та. – 2006. – № 1(10). – С. 73.
2. Тайц, Б.А. Точность и контроль зубчатых передач / Б.А. Тайц, Н.Н. Марков – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1978. – 136 с.
3. Тайц, Б.А. Точность и контроль зубчатых колес / Б.А. Тайц. – М.: Машиностроение, 1972. – 368 с.

Поступила 13.11.2008