

УДК 621.91.04

ПРОГРАММНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ЭВОЛВЕНТНОЙ ЛИНИИ ЗУБА

д-р техн. наук, доц. В.А. ДАНИЛОВ, В.А. ТЕРЕНТЬЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Обоснована принципиальная возможность программного формирования эвольвентного профиля зуба методом следа. Разработана математическая модель процесса, реализованная в алгоритме расчета координат точек эвольвенты впадины. Осуществлено компьютерное моделирование формирования эвольвенты впадины зубчатого колеса.

Постановка задачи. Эвольвента зуба зубчатого колеса есть эвольвента окружности. Она представляет собой плоскую кривую, которая описывается любой точкой прямой линии (производящей прямой) при перекатывании последней без скольжения по некоторой окружности радиуса r_0 , называемой основной окружностью. По сути, эвольвента зуба есть «обкатная» кривая, которая проще всего может быть сформирована методом обката. Этим и объясняется преимущественное использование метода обката в промышленных способах нарезания цилиндрических зубчатых колес. Также широко в процессах зубообработки при формировании эвольвенты зуба применяется метод копирования.

Вместе с тем совершенно очевидно, что эвольвентная линия зуба, как и любая другая линия, может быть сформирована в процессе резания программно методом следа. Однако в настоящее время данный метод формирования зубьев не получил развития. В данной работе обосновывается принципиальная возможность программного формирования эвольвентного профиля зуба методом следа.

Математическое описание эвольвенты зуба

Для создания описания эвольвенты воспользуемся известными математическими зависимостями, изложенными, в частности в [1,2]. Расчет профиля исходного зуба долбяка проведем в полярной системе координат, связанной с обрабатываемым колесом. Полюс полярной системы совместим с центром обрабатываемого колеса (в плоском сечении).

Определение полярных координат правой исходной эвольвенты зуба. В полярной системе координат с полярной осью OV_3 (рис. 1) координаты правой эвольвенты зуба определяются по известным зависимостям [2]:

$$\rho_{3i} = r_{3i} = \frac{r_b}{\cos \alpha_{3i}}; \quad (1)$$

$$\delta_{3i} = \text{inv}\alpha_{3i} = \text{inv}[\arccos(r_b/\rho_{3i})], \quad (2)$$

где r_b — радиус основной окружности эвольвенты,

Полярный радиус по длине эвольвенты изменяется в пределах:

$$r_a \geq \rho_{li} \geq r_f \quad \text{при} \quad r_f \geq r_b, \quad (3)$$

$$r_a \geq \rho_{li} \geq r_b \quad \text{при } r_b > r_f \quad (4)$$

где r_f – радиус окружности впадин зуба; r_a – радиус окружности выступов зуба.

Учитывая допущение $r_{\text{в}0} = r_0$, имеем

$$r_b = r_0 \cos \alpha = \frac{mz_0}{2} \cos 20^\circ, \quad (5)$$

$$r_d = \frac{m}{2}(z_0 + 2), \quad (6)$$

$$r_f = \frac{m}{2}(z_0 - 2,5). \quad (7)$$

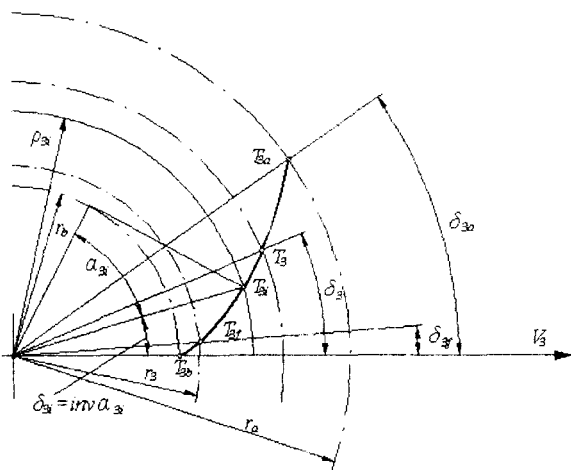


Рис. 1. Правая эвольвента впадины зуба

Полярный угол δ_{3i} на участке эвольвенты зуба изменяется в пределах:

$$\delta_{3min} \leq \delta_{3i} \leq \delta_{3a}. \quad (8)$$

$$\delta_{3min} = \delta_{3f} = \text{inv}[\arccos(r_b/r_f)] \quad (\text{при условии } r_b \leq r_f). \quad (9)$$

$$\delta_{3min} = \delta_{3b} = 0 \quad (\text{при условии } r_b > r_f). \quad (10)$$

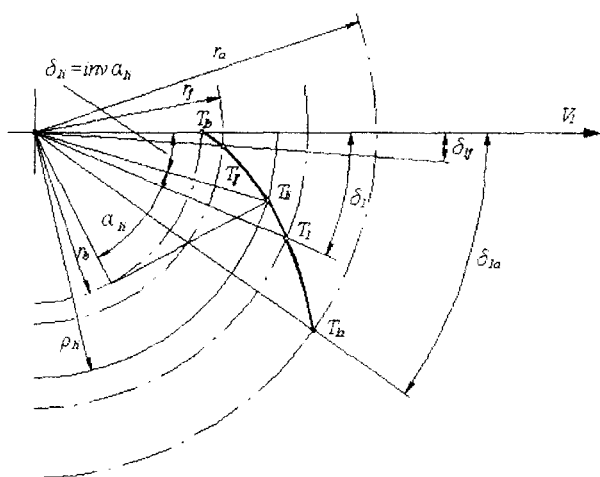
Угол, соответствующий вершинной точке T_{3a} эвольвенты, определится по формуле

$$\delta_{3a} = \text{inv}\alpha_{3a} = \text{inv}[\arccos(r_b/r_a)]. \quad (11)$$

Полярный угол точки, лежащей на делительной окружности, определится по формуле

$$\delta_3 = \text{inv}\alpha = \text{tg}(\pi/9) - \pi/9. \quad (12)$$

Определение полярных координат левой исходной эвольвенты зуба. В полярной системе координат с полярной осью OV_1 (рис. 2) координаты левой эвольвенты определяются по формулам:



$$\rho_{li} = r_{li} = \frac{r_b}{\cos \alpha_{li}}. \quad (13)$$

$$\delta_{li} = -\text{inv}\alpha_{li} = -\text{inv}[\arccos(r_b/\rho_{li})], \quad (14)$$

Полярный радиус по длине эвольвенты (аналогично 3 и 4) изменяется в пределах:

$$r_a \geq \rho_{li} \geq r_f \quad \text{при } r_f \geq r_b, \quad (15)$$

$$r_a \geq \rho_{li} \geq r_b \quad \text{при } r_b > r_f. \quad (16)$$

Рис. 2. Левая эвольвента впадины зуба

Полярный угол δ_{li} на левом участке эвольвенты аналогично δ_{3i} изменяется в пределах

$$\delta_{la} \leq \delta_{li} \leq \delta_{lmax}. \quad (17)$$

$$\delta_{lmax} = -\delta_{lf} = -\text{inv}[\arccos(r_b/r_f)] \quad (\text{при условии } r_b \leq r_f). \quad (18)$$

$$\delta_{lmax} = \delta_{lb} = 0 \quad (\text{при условии } r_b > r_f). \quad (19)$$

Угол, соответствующий вершинной точке эвольвенты T_{la} , определится по формуле

$$\delta_{la} = -\delta_{3a} = -\text{inv}[\arccos(r_b/r_a)]. \quad (20)$$

Определение полярных координат эвольвенты впадины зуба. В качестве исходной расчетной выберем впадину, симметричную в плане относительно полярной оси Ox (рис. 3).

Коэффициент смещения примем $x_0 = 0$. В этой системе координат полярные углы точек левой эвольвентной кромки зуба определяются по формуле:

$$\delta_{0li} = \delta_{li} - \psi, \quad (21)$$

$$\text{где } \psi = \delta_l - \frac{\pi}{2z} = \text{inv}\alpha - \frac{\pi}{2z}.$$

С учетом формулы (12)

$$\psi = \operatorname{tg} \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{2z} . \tag{22}$$

Соответственно полярные углы точек правой эвольвентной кромки определяются по формуле

$$\delta_{03i} = \delta_{3i} + \psi , \tag{23}$$

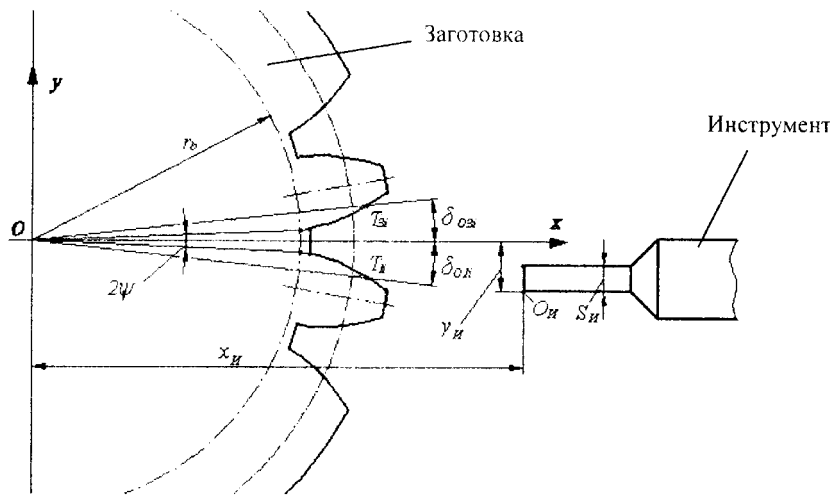


Рис. 3. Схема нарезания впадины зубчатого колеса

Аналогично зависимостям (21) и (23) рассчитываются полярные углы граничных точек кромок исходного зуба:

$$\delta_{01f} = \delta_{1f} - \psi , \tag{24}$$

$$\delta_{01a} = \delta_{1a} - \psi , \tag{25}$$

$$\delta_{03f} = \delta_{3f} + \psi , \tag{26}$$

$$\delta_{03a} = \delta_{3a} + \psi . \tag{27}$$

Определение декартовых координат эвольвенты впадины зуба. В декартовой системе координат xOy , связанной с нарезаемым колесом (см. рис. 3), координаты любой точки профиля рассчитываются по следующим формулам:

$$x_{l(3)i} = \rho_{l(3)i} \cos \delta_{0l(3)i} , \tag{28}$$

$$y_{l(3)i} = \rho_{l(3)i} \sin \delta_{0l(3)i} . \tag{29}$$

Алгоритм расчета координат точек эвольвенты впадины зубчатого колеса

Математический аппарат, приведенный выше, дает возможность разработать алгоритм расчета координат любой точки эвольвентной линии, очерчивающей впадину зубчатого венца.

Исходными данными для расчета координаты являются: модуль зубьев нарезаемого колеса m число зубьев нарезаемого колеса z ; радиус r_i точки в системе координат xOy (см. рис. 3); расположение эвольвенты - *правая* или *левая* (см. рис. 1,2).

При составлении алгоритма расчета координат выделим два блока: а) блок алгоритма расчета общих параметров, так как они рассчитываются только один раз; б) блок алгоритма расчета координат отдельной точки, так как они рассчитываются многократно в цикле.

Алгоритм расчета общих параметров приведен на рис. 4, алгоритм расчета координат отдельной точки приведен на рис. 5. На рис. 6 представлена блок-схема расчета координат точек эвольвенты (правой или левой) при задании в качестве ведущего параметра полярного радиуса точки.

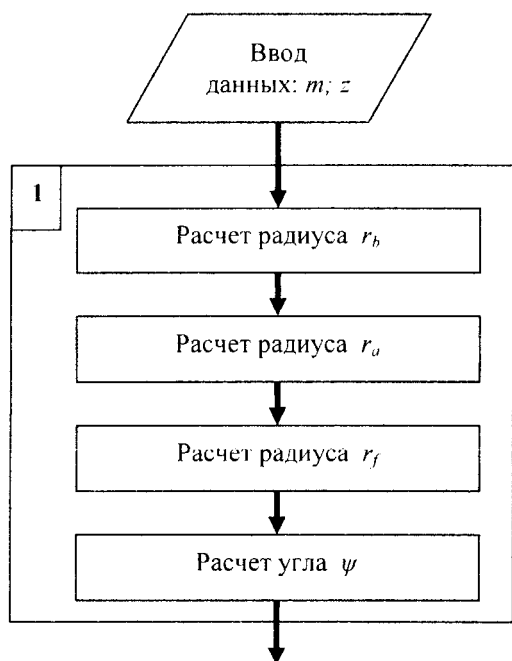


Рис. 4. Блок-схема расчета общих параметров

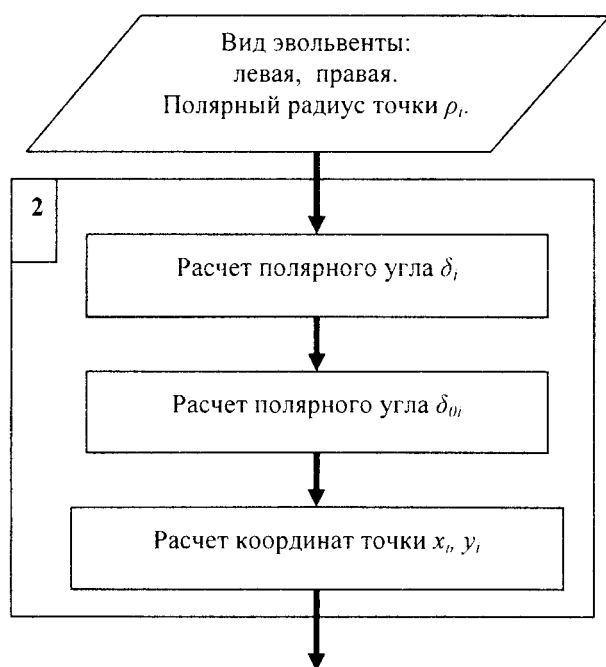


Рис. 5. Блок-схема расчета координат отдельной точки эвольвенты

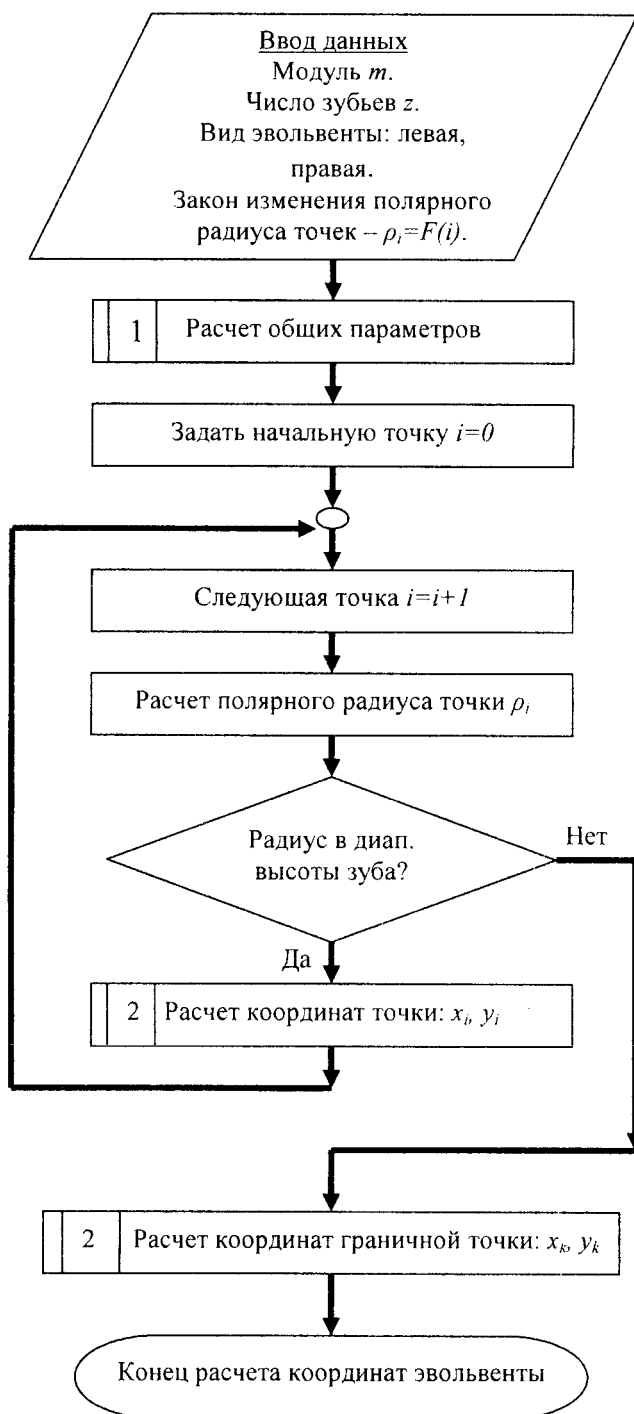


Рис. 6. Блок-схема расчета декартовых координат эвольвенты при изменении полярного радиуса

Закономерность изменения ведущего параметра - радиуса - задается в зависимости от решаемой задачи при организации процесса резания. Частным случаем закона изменения радиуса является арифметический ряд с шагом Ar . Разработанный алгоритм расчета декартовых координат точек эвольвенты может быть использован в следующих случаях: 1) при создании программы расчета на ЭВМ координат точек эвольвенты; такой блок данных (координат) может быть использован в дальнейшем в программе обработки зубчатого колеса на станке с ЧПУ (типа NC или CNC); 2) непосредственно при создании программы обработки зубчатого колеса на станке с ЧПУ типа CNC; 3) при компьютерном графическом моделировании процесса формообразования эвольвентной линии зуба.

Компьютерное моделирование формирования эвольвенты впадины зубчатого колеса

Компьютерное моделирование зубонарезания позволяет: оценить возможность осуществимости процесса формообразования; рассчитать и проанализировать геометрические параметры процесса, в частности, площади последовательно срезаемых слоев; наглядно представить картину обработки.

Ниже представлены результаты компьютерного моделирования формирования профиля впадины методом следа. На рис. 7 показан процесс формирования впадины в плоскости. В таблице представлена объемная картина последовательного съема материала при обработке впадины колеса.

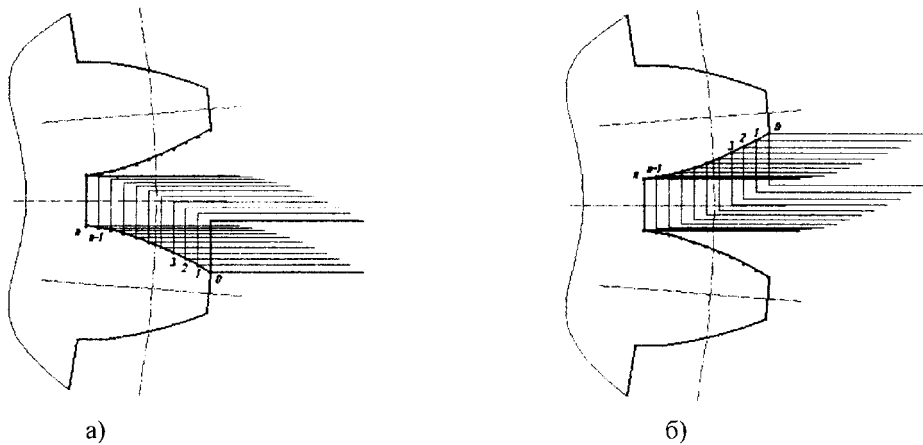


Рис. 7. Формирование впадины:
а – входная (левая) сторона; б – выходная (правая) сторона

Компьютерное моделирование получения эвольвенты методом следа

Последовательность формирования впадины зубчатого колеса				

Применяемый инструмент имеет в плане прямоугольное сечение, схема обработки впадины представлена на рис. 3. Ширина инструмента S_H принята равной ширине впадины на окружности r_f (окружность впадин). Левая (входная) сторона впадины обрабатывается левой кромкой инструмента (вершинная точка O_H) при его перемещении по осям Ox и Oy . При этом приращение координаты x отрицательно, а приращение координаты y положительно. Правая (выходная) сторона обрабатывается правой кромкой инструмента при его перемещении по осям Ox и Oy . При этом приращение координаты x и приращение координаты y положительно.

Компьютерное моделирование процесса формирования впадины зубчатого колеса осуществлялось в графическом редакторе AutoCAD 2002. Координаты точек эвольвенты рассчитывались по программе, разработанной на языке программирования Turbo Pascal 7.0 по приведенному алгоритму.

В качестве закона изменения ведущего параметра – радиуса точек – принят арифметический ряд.

Шаг приращения радиуса определен по формуле $\Delta r = \frac{r_a - r_f}{n}$, где n – число интервалов по высоте зуба.

Прямоугольное сечение инструмента в плане не является единственным для осуществления данного метода получения эвольвенты. В процессе компьютерного моделирования были использованы трапециевидные сечения, а также радиусные профили кромок.

Выводы

1. Разработана математическая модель процесса программного формирования эвольвентной линии зуба цилиндрического колеса методом следа. Модель построена с использованием известных и апробированных математических зависимостей.

2. Разработан алгоритм расчета координат точек эвольвентной линии, очерчивающей впадину зубчатого венца. Алгоритм универсален, имеет блочную структуру и реализован в программной среде высокого уровня Turbo Pascal 7.0.

3. Проведено компьютерное моделирование процесса формирования эвольвенты впадины зубчатого колеса в графическом редакторе AutoCAD 2002.

4. Проведенные исследования подтверждают принципиальную возможность программного формирования эвольвентного профиля зуба методом следа.

5. Результаты исследований могут быть использованы при синтезе новых способов обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гавриленко В.А. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача. - М.: Машгиз, 1956. - 296 с.
2. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии: Справочное пособие / Сост. И. А. Болотовский, Б.И. Гурьев и др. - М.: Машиностроение, 1974. - 160 с.