УДК 677.017.2/7

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ВОЛОКОН И НИТЕЙ ПО КРИВЫМ ПОЛЗУЧЕСТИ

канд. техн. наук, доц. А.А. НАУМЕНКО, И.С. КАРПУШЕНКО
(Витебский государственный технологический университет)

Рассмотрены свойства ползучести полимерных материалов на стадии неустановившейся ползучести. Показана связь постоянных А и В в уравнении Наттинга зависимости деформации от времени с показателями вязкоупругих свойств полимерных материалов. Разработана методика определения таких показателей по кривым ползучести. Используя анализ размерностей, установлен физический смысл коэффициентов А и В в уравнении Наттинга. Полученный результат дает возможность использования кривых ползучести для оценки вязкоупругих свойств полимерных материалов.

Известно, что свойство ползучести полимерных материалов состоит в возрастании во времени деформации под действием фиксированной по величине нагрузки. Различают три стадии ползучести: неустановившуюся, установившуюся и ускоренную [1]. В данной работе рассмотрена первая из них. На этой стадии зависимость деформации от времени оказывается нелинейной. Как отмечается в [1], это достаточно полно отражает уравнение Наттинга:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A \cdot \sigma_0 \cdot B \cdot t^n , \qquad (1)$$

где А, В, n – постоянные при фиксированной температуре; ε_0, σ_0 – относительная деформация и напряжение в начальный момент времени.

В [1] указывается, что уравнение (1) получено эмпирическим путем и хорошо согласуется с данными по нелинейной неустановившейся ползучести полимерных материалов.

Цель работы состоит в том, чтобы, с одной стороны, показать связь постоянных *А* и *В* (1) с показателями вязкоупругих свойств полимерных материалов, а с другой – разработать методику определения таких показателей по кривым ползучести.

Для решения первой из поставленных задач используем анализ размерностей. В качестве характеристики процесса ползучести введем динамический параметр – скорость ползучести [1, 2]:

$$V_n = (d \cdot \varepsilon)/dt .$$

Проведенные к настоящему времени теоретические и экспериментальные исследования напряженно-деформационного состояния полимерных материалов показывают, что в первом приближении скорость ползучести определяется временем релаксации τ и временем действия силы t:

$$V_n = f(\tau, t). \qquad (2)$$

Далее будем действовать по методике проведения анализа размерностей, изложенной в [3]. Обозначим единицу времени через Q и построим, используя ее, формулы размерностей всех величин, входящих в (2) (таблица).

Формулы размерностей, входящих в уравнение,
определяющее скорость ползучести полимерных материалов (2)

Название переменной	Обозначение	Формула размерностей
Скорость ползучести	V_n	Q^{-1}
Время релаксации	τ	Q
Время действия силы	T	Q

В общем случае можно записать, что

$$V_n = f\left(\tau^a, t^b\right), \qquad (3)$$

где a, b – показатели степеней, являющиеся постоянными величинами.

Подставим в (3) вместо символов переменных формулы их размерностей:

$$Q^{-1} = \varphi\left\{Q^a, Q^b\right\}.$$

Чтобы данное уравнение было однородным относительно размерностей, должно выполняться следующее соотношение между показателями степеней:

для Q: $-1 = a + b,$

откуда $b = -1 - a.$

Подставив полученное выражение для показателя степени в соотношение (3), получаем:

$$V_n = f\left(\tau^a, t^{-1-a}\right).$$

Объединяя члены с одинаковыми показателями степени, получаем уравнение, содержащее только безразмерные комбинации:

$$V_n \cdot t = f(t/\tau)^{-a}.$$

Если предположить, что функция f степенная, то

$$V_n \cdot t = k(t/\tau)^{-a}, \tag{4}$$

где k – безразмерный коэффициент пропорциональности.

Известно, что время релаксации определяется отношением между показателем вязкости полимера η и показателем жесткости E на растяжение [2].

На основании чего

$$V_n = k \cdot E \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a-1}. \tag{5}$$

Учитывая, что величина ε_0 безразмерна, представим k в виде $k = k_1\,\varepsilon_0$.

Так как $V_n = d\varepsilon/dt$, то

$$V_n = d\varepsilon/dt\text{, то } d\varepsilon/dt = k_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a-1}\text{. Но; } \varepsilon_0 \cdot E = \sigma_0.$$

В итоге имеем

$$d\varepsilon/dt = k1 \cdot \sigma_0 \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a-1}.$$

Интегрируя, получим

$$\varepsilon = (k1/b) \cdot \sigma_0 \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a} + C.$$

Используя начальное условие $\varepsilon = \varepsilon_0$ при $t = 0$ и обозначая

$$(k1/b) = k', \tag{7}$$

получаем окончательное выражение:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + k' \cdot \sigma_0 \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a}. \tag{8}$$

Обозначив, например, $A = k' \cdot \tau^{1+a}$ и $B = \eta^{-1}$, приходим к уравнению (1).

Из проведенного анализа становится ясным физический смысл коэффициентов *A* и *B* в уравнении (1). Один из них является величиной, определяемой временем релаксации, а с другой – характеристикой динамической вязкости полимера.

Полученный результат дает возможность использования кривых ползучести для оценки вязкоупругих свойств полимерных материалов, к которым относятся текстильные волокна и нити.

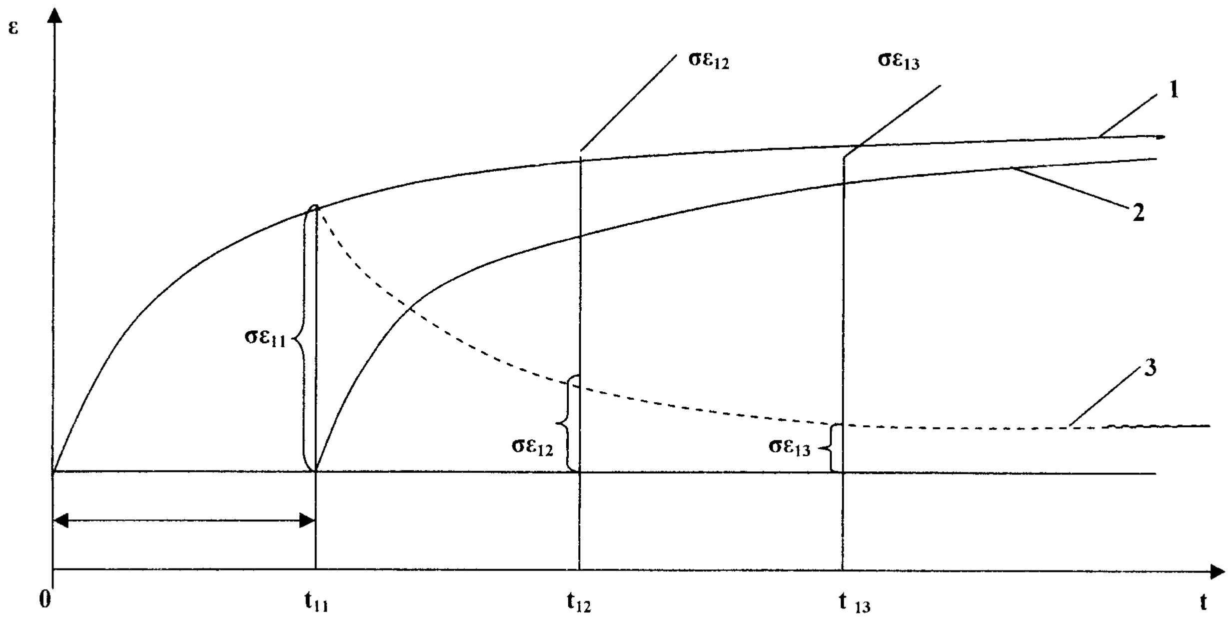
Методически последовательность действий с целью определения функций $\tau = \tau(t), \eta = \eta(t), E = E(t)$ по кривым ползучести представляется следующей.

Экспериментально устанавливается кривая на стадии неустановившейся ползучести как функция ε (t). Эта кривая определяется для ряда дискретных значений времени t_i с шагом квантования Δ t.

Используя принцип Лидермена [4], строим кривые релаксации деформации Rel ε, соответствующие каждому значению или выбранным значениям t_i. Функции релаксации деформации представляем нормированным. Для произвольного сдвига или для любой точки кривой ε (t) нормированное значение функции релаксации деформации вычисляем по следующей формуле (рисунок):

$$\mathrm{Rel}\,\varepsilon_{ij} = \delta\varepsilon_{ij} / \delta\varepsilon_{i1}; \quad \mathrm{Rel}\,\varepsilon_{i1} = 1.$$

где j – номер сдвига кривой ε (t) вдоль оси абсцисс относительно ее начала; i – номер ординаты кривой ε (t) в положении после j-того сдвига ее вдоль оси абсцисс.



Кривые релаксации деформации Rel ε:
1 – исходная кривая; 2 – сдвинутая кривая;
3 – ненормированная кривая релаксации деформации относительно момента времени t_{11}

Построение нормированной кривой релаксации (т.е. вычисление ее ординат) проводим до тех пор, пока выполняется условие значимости:

$$\mathrm{Rel}\,\varepsilon_{ij} > 0{,}05.$$

Интервал времени $\tau_{ij} = t_{ij} - t_{i1}$ является временем релаксации деформации относительно момента времени t_{i1}, который для j-того сдвига рассматривается как начальный.

На рисунке представлено положение кривой ε (t) после первого сдвига ее вдоль оси времени (j = 1).

Нормированные значения функции Rel ε_{ij}, описывающей релаксацию деформации, вычисляются по формулам:

$$\mathrm{Rel}\,\varepsilon_{11} = \delta\varepsilon_{11} / \delta\varepsilon_{11}; \quad \mathrm{Rel}\,\varepsilon_{12} = \delta\varepsilon_{12} / \delta\varepsilon_{11}; \quad \ldots \; ; \mathrm{Rel}\,\varepsilon_{in} = \delta\varepsilon_{in} / \delta\varepsilon_{11}.$$

После определения времени релаксации в виде функции $\tau = \tau(t, j)$ проводим численное дифференцирование функции $\varepsilon = \varepsilon(t_j)$ и получаем последовательность значений $\Delta\varepsilon / \Delta t$ для каждого значения t_i.

Строим дискретный аналог левой части соотношения (4):

$$(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})/(t_i - t_{i-1}) \cdot t_i = (\Delta\varepsilon / \Delta t) \cdot t_i.$$

Рассматривая его как функцию аргумента t/τ, вводим дискретный аналог всего выражения (4):

$$(\Delta\varepsilon / \Delta t) \cdot t_{ij} = k(t_{ij} / \tau_j)^{-a}.$$

Аппроксимируя эту зависимость степенной функцией, находим значения величин «k» и «a».

Зная величину ε_0, с учетом (6) и (7), имеем

$$k' = k / a \cdot \varepsilon_0 .$$

Перепишем уравнение (8) в виде:

$$((\varepsilon - \varepsilon_0) / \sigma_0) = k' \cdot \tau^{1+a} \cdot \eta^{-1} \cdot t^{-a} . \qquad (9)$$

В полученном соотношении содержатся переменные τ и η.

Подставляя в соотношение (9) найденные выше значения τ_j, находим соответствующие значения η_i, а следовательно, и значения модуля жесткости E_j, так как $\tau_j = \eta_i / E_j$.

В конечном итоге получаем функции:

$$\tau = \tau(t), \quad \eta = \eta(t), \quad E = E(t),$$

являющиеся характеристиками вязкоупругих свойств волокон и нитей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нарисава И. Прочность полимерных материалов. - М.: Химия, 1987. - 398 с.
2. Кулезнев В.Н., Шершнев В.А. Химия и физика полимеров. - М.: Высшая школа, 1988. - 312 с.
3. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. - М.: Мир, 1971. - 289 с.
4. Мортон В.Е., Херл Д.В.С. Механические свойства текстильных волокон. - М.: Легкая индустрия, 1971. - 183 с.