

УДК 621.922. 762

РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ПОРОШКОВОМ СЛОЕ
ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОКРЫТИЙ ВИБРОЦЕНТРОБЕЖНЫМ МЕТОДОМ

канд. техн. наук, доц. А.А. ЛЫСОВ, А.С. АРШИКОВ

(Полоцкий государственный университет),

канд. техн. наук, доц. Ю.Н. ГАФО

(Белорусский государственный концерн порошковой металлургии, Минск)

Рассмотрены особенности и закономерности распределения колебаний по толщине порошкового слоя при виброактивировании процесса нанесения покрытий центробежным методом. Определены зависимости затухания колебаний в порошковом слое от реологических свойств среды, параметров вибровоздействия и технологической схемы нанесения покрытий.

Для повышения эффективности технологий получения покрытий из порошковых материалов используют различные факторы, активирующие физико-химические процессы, в результате которых происходит уплотнение порошкового слоя. Одним из факторов, влияющих на кинетику уплотнения порошковых зернистых материалов, а также на формирование контактов частиц порошка между собой и поверхностью изделия, является виброактивирование процесса.

Исследуя зернистый порошковый слой как сплошную среду определенной вязкости, определяли зависимости затухания колебаний в порошковом слое от реологических свойств среды, параметров вибрации и технологической схемы нанесения покрытий.

Рассмотрим радиальное распространение колебаний в вязкой среде (бесконечный полный цилиндр). Вращательные колебания полый втулки передаются порошковому слою и распространяются по направлению к оси (рис. 1).

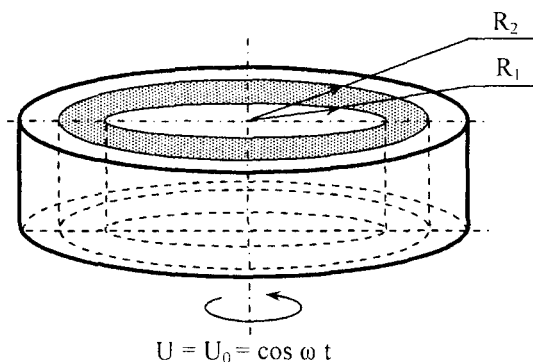


Рис. 1. К определению затухания колебаний в порошковом слое

На границе раздела ($r = R_2$) скорость

$$\vec{V}(R_2) = \vec{V} \cos \omega t + \vec{V}_{cp} ; \tag{1}$$

ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}_0 \cos \omega t = -\vec{V}_0 \omega \sin \omega t . \tag{2}$$

Для $\rho = const$ уравнение движения:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} grad p + \nu \Delta \vec{V} . \tag{3}$$

Так как в нашем случае $grad p = 0$, то

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{V} . \tag{4}$$

В случае осевой симметрии (4) записывается следующим образом:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \frac{1}{v} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (5)$$

Уравнение (4) аналогично уравнению теплопроводности. Его решение можно представить в следующей комплексной форме записи [1]:

$$V_{(r,t)}^* = V_{(r)}^* + V_{(r)}^* e^{i\omega t}. \quad (6)$$

При этом скорость определяется из формулы:

$$V_{(r,t)}^* = R_c V_{(r,t)}^* = \vec{V}_{(r)} + |V_{(r)}| \cos(\omega t + \varphi), \quad (7)$$

где $|V_{(r)}| = \sqrt{R_c^2 + J_m^2}$, а $\varphi = \arctg \frac{J_m(V)}{Re(V)}$.

Из уравнения (5):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V^*}{\partial r} \right) - i\lambda V^* = 0, \quad (8)$$

где

$$\lambda = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega \rho}{\eta}. \quad (9)$$

Граничные условия:

$$V(R_2) = V_o; \quad (10)$$

$$\frac{\partial V(R_1)}{\partial r} = 0. \quad (11)$$

Общее решение дифференциального уравнения (8) может быть записано в виде [1]:

$$V^* = C_1 J_o(Z) + C_2 H_o^{(1)}(Z), \quad (12)$$

где $J_o(Z)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $H_o^{(1)}(z)$ – первая функция Ханкеля нулевого порядка; аргумент Z :

$$Z = r \sqrt{-i\lambda} = r \sqrt{\frac{-i\omega}{v}} = r \sqrt{\frac{-i\omega\rho}{\eta}}. \quad (13)$$

Постоянные C_1 и C_2 могут быть найдены из граничных условий (10) и (11). Обозначим

$$Z_1 = R_1 \sqrt{\frac{-i\omega}{v}} = \sqrt{-i\alpha_1}; \quad (14)$$

$$Z_2 = R_2 \sqrt{\frac{-i\omega}{v}} = \sqrt{-i\alpha_2}. \quad (15)$$

Для C_1 и C_2 получаем

$$C_1 = -\frac{V_o H_1^{(1)}(Z_1)}{J_1(Z_1) H_o^{(1)}(Z_2) - J_o(Z_2) H_1^{(1)}(Z_1)}; \quad (16)$$

$$C_2 = \frac{V_o J_1(Z_1)}{J_1(Z_1) H_o^{(1)}(Z_2) - J_o(Z_2) H_1^{(1)}(Z_1)}, \quad (17)$$

где $J_1(Z_1)$ – функция Бесселя первого порядка первого рода; $H_o^{(1)}(Z_1)$ – первая функция Ханкеля первого порядка.

Для V^* , таким образом, получается выражение:

$$V^*(Z) = V_o \frac{J_1(Z_1)H_o^{(1)}(Z) - H_1^{(1)}(Z_1)J_o(Z)}{J_1(Z_1)H_o^{(1)}(Z_2) - J_o(Z_2)H_1^{(1)}(Z_1)} \quad (18)$$

Учитывая тождество [2]:

$$J_o(Z)H_1^{(1)}(Z) - J_1(Z)H_o^{(1)}(Z) = \frac{2}{\pi iz} \quad (19)$$

из выражения (18), можно получить формулу для расчета V^* на поверхности порошкового слоя:

$$V^*(Z_1) = \frac{1}{J_1(Z_1)H_o^{(1)}(Z_2) + J_o(Z_2)H_1^{(1)}(Z_1)} \quad (20)$$

Учитывая, что [3]

$$J_o(i\sqrt{i}) = ber_o \alpha + ibei_o \alpha; \quad (21)$$

$$J_1(i\sqrt{i}) = ber_1 \alpha + ibei_1 \alpha; \quad (22)$$

$$H_o^{(1)}(i\sqrt{i}\alpha) = her_o \alpha + ibei_o \alpha; \quad (23)$$

$$H_1^{(1)}(i\sqrt{i}\alpha) = her_1 \alpha + ibei_1 \alpha. \quad (24)$$

Формулу для определения амплитуды вибрации на поверхности порошкового слоя $|V(R_i)|$ можно записать в виде:

$$|V(R_i)| = \frac{2V_o}{\pi \alpha_1} \frac{1}{\sqrt{\Phi_1^2(\alpha_1, \alpha_2) + \Phi_2^2(\alpha_1, \alpha_2)}}, \quad (25)$$

где введено обозначение:

$$\Phi_1(\alpha_1, \alpha_2) = ber_o \alpha_2 her_1 \alpha_1 - bei_o \alpha_2 hei_1 \alpha_1 - ber_1 \alpha_1 her_o \alpha_2 + bei_1 \alpha_1 hei_o \alpha_2; \quad (26)$$

$$\Phi_2(\alpha_1, \alpha_2) = ber_o \alpha_2 her_1 \alpha_1 + bei_o \alpha_2 hei_1 \alpha_1 - ber_1 \alpha_1 her_o \alpha_2 - bei_1 \alpha_1 hei_o \alpha_2, \quad (27)$$

$ber_v(Z)$, $bei_v(Z)$, $her_v(Z)$, $hei_v(Z)$ – функции [2 – 3].

Выражение для изменения амплитуды вибрации в зависимости от расстояния до оси $|V(r)|$ получим из соотношения (18) в следующем виде:

$$|V(r)| = V_o \sqrt{\frac{\Phi_1^2(\alpha_1, \alpha_2) + \Phi_2^2(\alpha_1, \alpha_2)}{\Phi_1^2(\alpha_1, \alpha_2) + \Phi_2^2(\alpha_1, \alpha_2)}} \quad (28)$$

Если $\alpha \sim \alpha \sim \alpha \ll 1$ или $|\alpha| \sim |\alpha| \sim |\alpha| \ll 1$, то [3]

$$H_o^{(1)}(Z) \approx -\frac{2}{\pi} \ln Z; \quad (29)$$

$$H_1^{(1)}(Z) \approx -\frac{2}{\pi i Z}; \quad (30)$$

$$J_o(Z) \approx 1; \quad (31)$$

$$J_1(Z) \approx \frac{Z}{2}. \quad (32)$$

Подставив (29) – (32) в формулы (18) и (20), получим соответственно:

$$V^*(Z) \approx V_o \frac{2 - i\alpha_1^2 \ln i\sqrt{i}\alpha}{2 - i\alpha_1^2 \ln i\sqrt{i}\alpha_2} = V_o \frac{\frac{3}{4}\pi\alpha_1^2 + 2 - i\alpha_1^2 \ln \frac{\alpha}{2}}{\frac{3}{4}\pi\alpha_1^2 + 2 - i\alpha_1^2 \ln \frac{\alpha_2}{2}}; \quad (33)$$

$$V(Z_1) \approx \frac{2V_o}{\pi\sqrt{i}\alpha_1} \frac{1}{\frac{3}{4}\pi\alpha_1^2 + 2 - i\alpha_1^2 \ln \frac{\alpha_2}{2}} \quad (34)$$

Величиной $\frac{3}{4}\pi\alpha^2$ можно пренебречь, по сравнению с остальными членами, тогда:

$$V(Z) \approx V_0 \frac{2 - \alpha_1^2 \ln \frac{\alpha}{2}}{2 - i\alpha_1^2 \ln \frac{\alpha_2}{2}}; \quad (35)$$

$$V(Z_1) \approx \frac{2V_0}{\pi\sqrt{i\alpha_1}} \frac{1}{2 - i\alpha_1^2 \ln \frac{\alpha_2}{2}}. \quad (36)$$

Отсюда

$$|V(r)| \approx V_0 \sqrt{\frac{4 + \alpha_1^4 \ln^2 \frac{\alpha}{2}}{4 + \alpha_1^4 \ln^2 \frac{\alpha_2}{2}}}; \quad (37)$$

$$|V'(r)| \approx \frac{2V_0'}{\pi\alpha_1} \frac{1}{\sqrt{4 + \alpha_1^4 \ln^2 \frac{\alpha_2}{2}}}. \quad (38)$$

При рассмотрении проникновения вибрации в вязкую жидкость используют эффективную глубину ее проникновения в слой вязкой жидкости, которую определяют как расстояние от вибрирующей плоскости, на котором амплитуда колебаний частиц жидкости составляет 5 % от амплитуды колебаний плоскости [3,4]. Но аналогии с этим введем эффективную толщину слоя вязкой среды, подвергающегося воздействию вибрации. Определим ее как толщину слоя, у которого амплитуда колебаний частиц на свободной поверхности составляет 5 % от амплитуды колебаний поверхности, контактирующей с вибрирующим элементом. Величину $h_{эфф}$ можно найти из следующего выражения, полученного из соотношения (38):

$$\alpha_2 \approx 2 \exp \frac{2}{\alpha_1^2} \sqrt{\frac{20}{\pi^2 \alpha_1^2}} - 1. \quad (39)$$

Учитывая, что $\alpha_1 \ll 1$, можно пренебречь единицей в подкоренном выражении, т.е.

$$\alpha_2 \approx 2 \exp \frac{4\sqrt{5}}{\pi\alpha_1^3}. \quad (40)$$

Отсюда:

$$h_{эфф} \approx 2 \sqrt{\frac{\eta}{\omega\rho}} \cdot \exp \frac{4\sqrt{5}}{\pi R_1^3} \left(\frac{\eta}{\omega\rho} \right)^{\frac{3}{2}} - R_1. \quad (41)$$

На рис. 2 изображена зависимость амплитуды скорости сдвига от толщины порошкового слоя.

Из условия $\frac{\partial |V(R_1)|}{\partial \omega} = 0$, дифференцируя (38), получим

$$3 \ln \frac{R_1}{2} \sqrt{\frac{\omega\rho}{\eta}} + \frac{1}{2} + \frac{4\eta^2}{\omega^2 R_1^4 \rho^2} = 0 \quad (42)$$

или

$$3 \ln \frac{\alpha_2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{\alpha_1^4}. \quad (43)$$

Решение трансцендентного уравнения (42) относительно ω найдено численными методами, оно позволяет определить частоту, при которой затухание колебаний в вязкой среде минимально.

Производная по времени от интенсивности скоростей деформаций сдвига определяется в данном случае из соотношения

$$\ddot{\gamma}_i = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\dot{\gamma}_r}{r} \right). \quad (44)$$

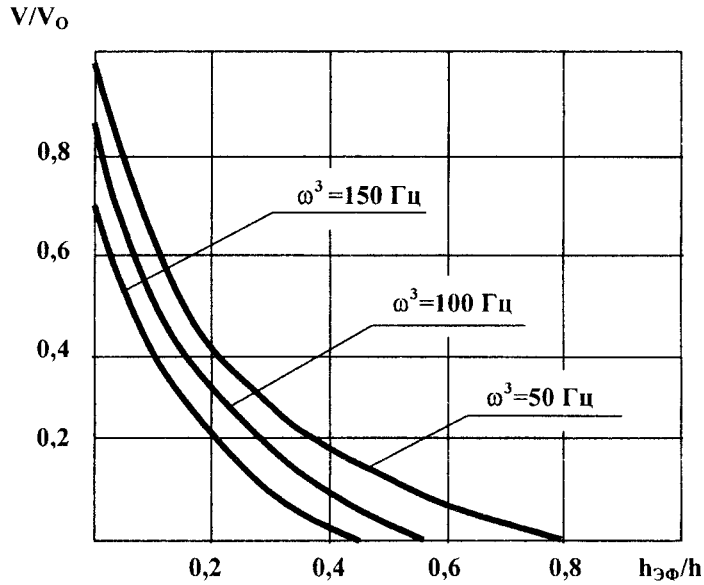


Рис. 2. Распределение амплитуды скорости по глубине цилиндрического зернистого порошкового слоя

Учитывая соотношения (44) и (35), получим

$$|\ddot{\gamma}_i(r)| \approx \frac{|\dot{V}_0|}{r} \sqrt{\frac{4 + \alpha_1^4 \left(1 + \ln \frac{\alpha}{2}\right)^2}{4 + \alpha_1^4 \ln^2 \frac{\alpha_2}{2}}}, \tag{45}$$

где $|\dot{V}_0|$ – амплитуда ускорения на границе раздела сплошной и порошковых сред. Среднее значение $|\ddot{\gamma}|$ по толщине слоя определяется выражением:

$$\bar{\ddot{\gamma}}_i \approx \frac{1}{R_2 - R_1} \int_{R_1}^{R_2} |\ddot{\gamma}_i(r)| dr. \tag{46}$$

Отсюда

$$|\bar{\ddot{\gamma}}_i| \approx \frac{|\dot{V}_0|}{R_2 - R_1} \ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sqrt{\frac{4 + \alpha_1^4 \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{\alpha_1, \alpha_2}{4}\right)^2}{4 + \alpha_1^4 \ln^2 \frac{\alpha_2}{2}}}. \tag{47}$$

Приведенная методика позволяет определить численными методами частоты, при которых затухание вибрации в вязких средах минимально. Полученные выражения могут использоваться в расчетах процессов формирования порошковых слоев при получении покрытий на внутренних поверхностях цилиндрических деталей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов Л.П. Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах. - М.: Наука, 1968. - 340 с.
2. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции (формулы, графики, таблицы). - М.: Наука, 1968. - 344 с.
3. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
4. Блехман Л.И., Кизельватер Б.В. Распределение скоростей потока на деках вибрационных аппаратов для гравитационного обогащения // Обогащение руд. - 1981. - № 4. - С. 21 - 24.
5. Блехман Л.И., Краснов А.А., Фидлин А.Я. Исследования института механообработки по динамике жидкостей, сыпучих сред и пульп при вибрационных воздействиях (измельчение, классификация и другие процессы): Конспект лекций. Ч. 1. - Одесса, 1989. - С. 7 - 13.