

УДК 512.54+621.01:621.08

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОФОРМОВКИ ПОЛИМЕРНЫХ ИЗДЕЛИЙ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В.В. ЯСКЕВИЧ

(Полоцкий государственный университет)

Рассмотрены особенности моделирования процесса термоформовки полимерных изделий из листовых заготовок. Предложен алгоритм моделирования, построенный на конечных элементах с использованием бачанса работ и учетом реологических закономерностей поведения полимеров.

Введение

Для производства сложнопрофильных изделий из полимерных материалов, имеющих сложный современный эргономичный дизайн, наиболее эффективна технология термоформовки.

Суть термоформовки заключается в том, чтобы нагретый лист полимера (термопласта) принял необходимую форму, к нему надо приложить определенное давление. Создание давления осуществляется с помощью вакуума, требующего герметизации полости под заготовкой. После герметизации из формирующей полости выкачивают воздух. Давление под заготовкой постепенно уменьшается, в то время как над заготовкой давление воздуха по-прежнему будет оставаться равным атмосферному. Заготовка начинает вытягиваться в полость, из которой откачан воздух, и обретать окончательную форму [1, 2].

Подогрев листа может быть односторонним (нагреватель располагается сверху или снизу листа) или двухсторонним (заготовка из термопласта при нагреве помещается между двумя нагревателями). При этом холодный лист, закрепленный в подвижном зажимном устройстве, либо подводят под стационарный (неподвижный) нагреватель, нагревают и отводят на позицию формования, либо стационарное зажимное устройство с заготовкой остается на месте, а перемещается подвижный нагреватель. Зажимное устройство состоит из прижимной рамы и зажимных приспособлений [1].

В зависимости от характера расположения изделий в форме различают негативный, позитивный, свободный и комплексный способы формования листовых и пленочных термопластов.

1. Этапы термоформовки полимерных изделий

Первый этап - предварительный прогрев листа термопласта (рис. 1, А). Лист полимера закрепляется в зажимном устройстве, затем прогревается с двух сторон, на заданном расстоянии нагревательными элементами до определенной температуры. Причем температура нагрева верхних элементов задается выше нижних, т.е. поверхность листа, которая впоследствии будет контактировать с формой, менее прогревается, чем обратная поверхность листа. Так как изделие является сложнопрофильным, то поверхность листа прогревается неравномерно.

Нагреватели формирующей машины собраны из отдельных ламп, которым можно задать различную интенсивность нагрева, что и позволяет прогревать лист неравномерно. Для этого задаются карты распределения температур для верхних и нижних нагревателей, т.е. назначается температура каждой лампы. Это позволяет прогревать различные зоны листа до разной температуры. Контроль температуры листа проводится с помощью термопары установленной на одной из ламп.

В процессе прогрева лист приобретает высокоэластичные свойства, вследствие чего происходит его провисание. Не допускается касание листом нижних нагревательных элементов. С этой целью в оборудовании предусмотрена система охлаждения. Если величина провисания достигает критического значения (такое положение определяется посредством фотоэлементов), то на некоторое время включается система охлаждения заготовки.

Данный этап очень важен для всего процесса термоформовки, так как неправильный прогрев листа ведет к образованию неустраняемых дефектов.

На втором этапе (рис. 1, В) под листом термопласта, закрепленным в зажимном устройстве и разогретым до высокоэластичного состояния, с помощью сжатого воздуха создается избыточное давление [1, 2]. Лист деформируется, при

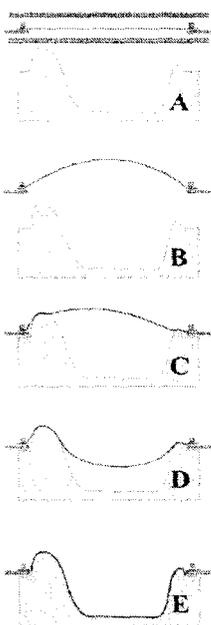


Рис. 1. Этапы термоформовки

этом его толщина равномерно уменьшается. После достижения необходимой степени вытяжки подача сжатого воздуха в матрицу прекращается. Происходит так называемая предварительная раздувка (вытяжка), необходимая для равномерного распределения материала (один из основных дефектов - неравномерность толщины стенок) и придания ему более высокой эластичности. Задается время раздувки. Контроль вытяжки осуществляется по высоте поднимаемого материала.

На *третьем этапе* (рис. 1, С) начинается процесс формования. Подъемный стол с формой изделия перемещается вверх до тех пор, пока не произойдет контакт с полимерным листом, тем самым обеспечивается герметичность рабочей полости [1,2].

На *четвертом этапе* (рис. 1, D) заготовка втягивается в полость, из которой откачивается воздух, и формируется в ней [1,2].

На заключительном *пятом этапе* (рис. 1, E) происходит окончательная усадка и охлаждение изделия. Посредством подачи воздуха через отверстия в форме готовое изделие отделяется от нее [1,2].

2. Алгоритм моделирования процесса термоформовки

Основной целью моделирования процесса термоформовки является обеспечение рационального выбора параметров формообразования, получение достаточно точной геометрии и физико-механических характеристик полимерного изделия на всех этапах процесса, повышение качества изделий и уменьшение материальных затрат. Моделирование процесса термоформовки для полимерных сложнопрофильных изделий проводят методом конечных элементов (МКЭ). Алгоритм МКЭ при моделировании формообразования в общем случае состоит из следующих этапов:

- разбиение заданной области на конечные элементы (начальная уравновешенная конфигурация) в вычисляемый момент времени t ;

- определение аппроксимирующих функций конечных элементов (аппроксимирующие функции выражаются через неизвестный вектор узловых значений и функции формы конечных элементов). Если для всех элементов области используется аппроксимирующая функция одного и того же вида, то задача сводится к определению аппроксимирующей функции типичного элемента области. Для моделирования термоформовки в качестве аппроксимирующей функции элементов обычно выбирают перемещения;

- составление ансамбля конечных элементов, т.е. объединение аппроксимирующих функций элементов в общую модель искомой непрерывной функции. Определение функции формы. Определение матрицы масс, жесткости элементов. Составление уравнения для отдельного элемента на основе метода баланса работ. Дискретизация этого уравнения и объединение элементов по узловым точкам;

- выбор модели поведения материала. Расчет внутренних силовых и геометрических факторов по выбранным моделям;

- определение вектора узловых значений искомой непрерывной функции в определенный момент времени. Решение системы уравнений относительно неизвестного вектора узловых значений. Определение соответствующих перемещений элемента и пересчет координат;

- проверка решения на сходимость. Проверка на необходимость разбиения элемента и автоматическая генерация новой сетки (автоматический ремешинг). Проверка условия завершения процесса. Если процесс не окончен, то переход к следующему шагу итерации ($t = t + \Delta t$).

При моделировании процесса термоформовки различают два основных типа конечных элементов: с мембранной аппроксимацией и толстолистовые.

Для элементов с мембранной аппроксимацией допускается очень малая толщина и размеры элемента, а также не учитывается сопротивление изгибу нагретого полимера. Движение мембраны можно рассматривать в декартовой системе координат. Позиция вектора в случайной точке P на поверхности мембраны в текущем и исходном положениях обозначается соответственно \bar{x} и \bar{X} . Зависимость, описывающая движение мембраны, выражается через $\bar{x} = \bar{X} + \bar{u}$, где \bar{u} – вектор смещения. Для толстолистовых элементов не пренебрегают сопротивлением изгибу, в отличие от мембранных. Деформация и напряжение рассматриваются вследствие изменения толщины листа. Толстолистовые элементы обеспечивают большую точность модели, чем мембранные, но более сложны при реализации. Условие несжимаемости в этих элементах не может удовлетворяться в точности, но должно быть наложено из-за численных ограничений. Основное преимущество толстолистовых элементов в том, что они позволяют спрогнозировать эффект локализации, такой как изгиб и разрез вблизи ограничений и в углах, концентрация напряжений вблизи границ. В обоих типах используются треугольные элементы [1].

Типичные уравнения для конечных элементов выводятся из метода баланса работ, требующего равенства внутренних и внешних работ при пластическом деформировании. При этом возможны различные подходы.

3. Метод баланса работ для мембранных элементов

Допускается, что силы инерции могут игнорироваться [2, 3]. Тогда принцип возможных работ для мембранных элементов записывается уравнением:

$$\int_{A_0} \bar{\sigma} : \delta \bar{\lambda} \cdot h_0 dA_0 = \int_A p \cdot \bar{n} \delta \bar{v} dA, \tag{1}$$

где A и A_0 – площади деформированной и недеформированной мембраны соответственно; p – приложенное давление вдоль нормального вектора \bar{n} , перпендикулярного поверхности деформированной мембраны; \bar{v} – вектор скорости мембраны; h_0 – начальная толщина мембраны; $\bar{\sigma}$ – тензор деформаций; $\delta \bar{\lambda}$ – показатель деформации элемента.

Уравнения конечных элементов при равновесии получаются путем линеаризации (приведение уравнение к дискретному виду) из уравнения виртуальных работ и объединения элементов по узловым точкам. Поскольку уравнения конечных элементов являются обычно нелинейными, то их решение ищется в виде приращений перемещений узлов элемента. Затем переходят к процессу пошаговых вычислений. На основании всех известных из предыдущего расчета уравновешенных положений элементов получают аппроксимирующие решения для нового положения. Решение может быть улучшено итерациями.

Выбор формул и последующее использование МКЭ определяются по виду используемых уравнений поведения материала.

4. Метод баланса работ с учетом штрафных функций

Метод баланса работ вместе с методом штрафов удовлетворяет квазистатическому условию и записывается уравнением [4-6]:

$$\int_{\Omega} \rho \cdot \ddot{u}_i \cdot \delta \dot{u}_i d\Omega + \int_{\Omega} v \cdot \dot{u}_i \cdot \delta \dot{u}_i d\Omega = \int_{\Omega} \bar{f}_i \cdot \delta \dot{u}_i d\Omega + \int_{\Gamma_c} \bar{T}_i \delta u_i \cdot \delta u_i d\Gamma + \int_{\Gamma_c} P_i \cdot \delta \dot{u}_i d\Gamma - \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta D_{ij} d\Omega, \tag{2}$$

где $\delta \dot{u}_i$ – виртуальная скорость перемещения i -того элемента; Ω – площадь области элемента; Γ_i – область приложенных сил; Γ_c – область контакта; \bar{f}_i – силы веса элемента; \bar{T}_i – приложенные силовые факторы; P_i – силы, возникающие при контакте изделия с формой; σ_{ij} – тензор внутренних напряжений, возникающих в материале; δD_{ij} – степень деформации элемента; v , ρ – коэффициент упругости и плотность соответственно.

Линеаризуя уравнение и объединяя элементы по узлам, получают следующую систему уравнений конечных элементов:

$$M \cdot \ddot{u} + C \cdot \dot{u} = P - F, \tag{3}$$

где M , C – матрица масс и матрица жесткости соответственно; u – узловое перемещение; P – внешние и контактные силы; F – внутренние узловые силы (рис. 2).

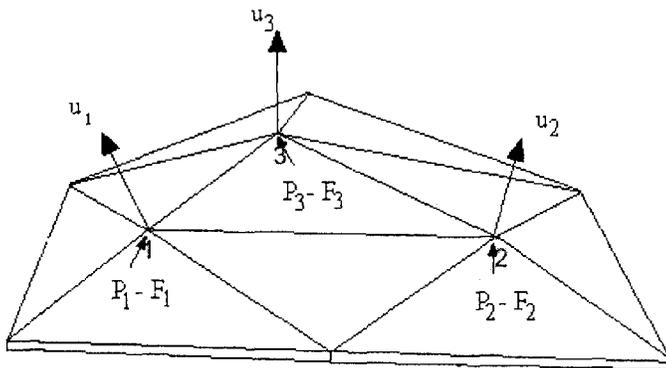


Рис. 2. Векторы узловых перемещений при термоформовке

Преобразовывая уравнение конечных элементов, получают пошаговое выражение для определения перемещений узлов в момент времени $t + \Delta t$:

$$u^{t+\Delta t} = \left(\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{C}{2\Delta t} \right)^{-1} \left(P - F + \frac{M}{\Delta t^2} (2u^t - u^{t-\Delta t}) + \frac{C}{2\Delta t} u^{t-\Delta t} \right). \quad (4)$$

Определение величины шага Δt сложная задача и не достаточно изучена, поэтому выбор шага во многом зависит от опыта расчетчика. Величины усилий F_i определяются исходя из выбранной модели поведения материала. Силы P – приложенная нагрузка в узлах и силы, возникающие в момент контакта изделия с формой.

5. Метод баланса работ при отсутствии сил тяжести

Метод баланса работ допускает отсутствие сил тяжести элемента. Равенство внешних и внутренних работ записывается уравнением [7]:

$$\int_{B_0} \delta u \cdot \rho_0 \cdot \ddot{u} dV_0 = - \int_{B_0} \delta E : S dV_0 + \int_{\delta B} \delta u \cdot T dS \quad \forall \delta u, \quad (5)$$

где B_0 и δB соответственно площади поверхности недеформированной и деформированной мембраны; ρ_0 – плотность; \ddot{u} – вектор ускорений; T – внешняя сила давления на поверхности; δu – возможный вектор смещения; δE – тензор деформации Грина – Лагранжа; S – тензор напряжений.

После дискретизации уравнения равенства работ и объединения каждого элемента по узлам получают систему уравнений конечных элементов:

$$M \cdot \ddot{u}(t) = F^{ext}(t) - F^{int}(t), \quad (6)$$

где M – матрица масс; $U(t)$ – узловой вектор смещения; $F^{ext}(t), F^{int}(t)$ – внешние и внутренние силы соответственно.

Преобразовав последнее выражение в пошаговую схему, получают уравнение:

$$U_i(t + \Delta t) = \frac{\Delta t^2}{M_{ii}^d} \left[F_i^{ext}(t) - F_i^{int}(t) \right] + 2 \cdot U_i(t) - U_i(t - \Delta t), \quad (7)$$

где M_{ii}^d – матрица масс, приведенная к диагональному виду; Δt – шаг по времени; $F_i^{ext}(t), F_i^{int}(t)$ – внешние и внутренние силы, приложенные к узлу.

Внутренние силы вычисляются согласно модели поведения материала.

Соответствующие величины в выражениях равенства работ, напряжения и деформации описываются вторым тензором напряжений и тензором деформаций Грина – Лагранжа:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2} (\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{I}}), \quad (8)$$

где $\bar{\bar{C}}$ – тензор деформации Коши – Грина; $\bar{\bar{I}}$ – дельта Кронекера.

Для изотропного материала зависимость растяжение-сжатие часто определяется через функцию энергии деформации W , а материал указывается как высокоэластичный, тогда напряжение задается соотношением:

$$\sigma_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i}, \quad (9)$$

где λ_i – степень деформирования в i -том направлении ($i = 1, 2, 3$).

Энергию деформации W определяют с помощью нелинейных моделей.

Решения уравнений конечных элементов находят в виде приращений и уточняют методом итераций Ньютона - Рафсона. Поскольку геометрия мембраны может радикально измениться, то приращение для малой нагрузки, вектор нагрузки и матрица жесткости пересчитываются в процессе процедуры итерации.

Последний подход в МКЭ получил более широкое применение при моделировании процесса термомоформки, так как он проще второго подхода и более точен, чем первый.

6. Реологические закономерности поведения полимеров при термоформовке

При моделировании процесса термоформовки необходимо рассмотрение реологических закономерностей поведения материала. В течение раздувки и формования заготовки лист главным образом испытывает двуосное растяжение. Следовательно, характеристики удлинения полимера играют важную роль в моделируемом процессе [1,3, 8].

Обычно термопластик в полурасплавленном состоянии ведет себя как вязкий материал, для которого необходимо учитывать течение в процессе приложения нагрузки. Он также эластичен и сопротивляется течению, сохраняя целостность листа. При моделировании конечными элементами поведение полимерного материала в процессе термоформовки наиболее часто описывается нелинейной эластичной или вязкоэластичной моделями.

Нелинейные эластичные модели: Mooney-Rivlin, Ogden.

В модели Mooney-Rivlin допускается, что энергия деформации W для несжимаемого материала может быть выражена полиномом с первыми двумя инвариантами I_1 и I_2 :

$$W = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j, \tag{10}$$

где C_{ij} – определяемые экспериментально константы.

В модели Ogden допускается, что функция энергии деформации

$$W = \sum_{n=1}^m \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3), \tag{11}$$

где λ_1, λ_2 и λ_3 – главные удлинения, причем $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$, μ_n и α_n – константы, которые определяются на основе экспериментальных данных растяжения и сжатия.

В отличие от нелинейной эластичной модели, вязкоэластичная модель не пренебрегает эффектом вязкости. Поэтому для определения напряжения при одноосном растяжении, используется выражение:

$$\sigma = \int_0^t \mu(t-t') \cdot h(I_1, I_2) \cdot B(t, t') dt', \tag{12}$$

где t и t' – текущее и предшествующее время соответственно; $\mu(t-t')$ – фактор релаксации или функция

памяти, $\mu(t-t') = \sum \frac{G_i}{\lambda_i} \exp(-(t-t')/\lambda_i)$; G_i и λ_i – параметры материала; $h(I_1, I_2)$ – функция демпфирования

в двух инвариантах, обычно записывается законом Вагнера: $h(I_1, I_2) = [1 + a \cdot \sqrt{(I_1 - 3)(I_2 - 3)}]^{-1.2}$;

$B(t, t')$ – тензор Фигнера; $G_i(T) = G_i(T_0) \cdot \exp(-\beta(T - T_0))$; T_0 – начальная температура и β параметр Аррениуса.

Для двуосной деформации основные напряжения задаются в двух направлениях:

$$\sigma_{ii} = \int_0^t \mu(t-t') \cdot h(\epsilon) \cdot [L_1^2(t, t') - L_2^2(t, t')] dt' + h(\epsilon(t)) \cdot [L_1^2(t) - L_2^2(t)] \cdot \int_{-\infty}^0 \mu(t-t') dt', \tag{13}$$

где $L_i(t, t')$ – степень растяжения или относительное удлинение.

$$h(\epsilon) = [a \cdot \exp(2 \cdot \epsilon) + (1 - a) \cdot \exp(m \cdot \epsilon)]^{-1},$$

где $\epsilon(t) = \ln(L(t))$, $a = \exp(-2 \epsilon_0)$, ϵ_0, m – измеренные константы данного полимера.

Модель G'Sell & Jonas, учитывающая вязкопластический закон течения для полукристаллического полимера, определяет эквивалентное напряжение

$$\sigma_{eq} = K_p(T) \cdot [1 - \exp(-w \cdot \epsilon_{eq})] \cdot \exp(h \cdot \epsilon_{eq}^2) \cdot \dot{\epsilon}_{eq}^m, \tag{14}$$

где $\epsilon_{eq}, \dot{\epsilon}_{eq}$ – деформация и скорость деформации соответственно; T – температура; K_p, w, h, m – параметры материала, зависящие от температуры.

При контакте полимера с формой рассматриваются зависимости для нормального и тангенциального напряжений [5]:

$$T = -\chi_p [(v - v_{tool}) \cdot n] \cdot n, \quad T_t = -\mu_f p^+ (v_r^2 + v_{r0}^2)^{-1/2} v_r, \quad (15)$$

где v, v_{tool} – скорости полимера и относительная скорость инструмента; χ_p – штрафной коэффициент; n – нормаль; p^+ – контактное давление; μ_f – коэффициент трения; v – скорости.

Выводы

В результате изучения особенностей моделирования процесса термоформовки полимерных изделий из листовых заготовок предложен алгоритм моделирования, построенный на конечных элементах с использованием баланса работ и учетом реологических закономерностей поведения полимеров. Получены зависимости и описаны процедуры вычисления, позволяющие моделировать процесс термоформовки полимерных изделий сложной конфигурации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Throne J.L. Technology of Thermoforming. - Munich-Vienna-New-York: Hanser / Gardner Publication, 2001.
2. Шерышев М.А., Пылаев Б.А. Пневмо- и вакуумформование. - Л.: Химия, 1975.
3. Computer simulation of thermoforming / B.L. Koziey, M.O. Ghafur, J. Vlachopoulos, F.A. Mirza. - Oxford: Elsevier Science, 2003.
4. Finite Element Simulation of Thermoforming and Extrusion Blow-Molding Processes. / M. Bellet, J.-F. Agassant, B. Monasse et al. // Proc. Numicheet, 1999.
5. Pica A. Geometric mesh adaptivity // Engineering Computations. - 1996. - V. 13, № 5. - P. 4 - 12.
6. Boubakar M.L., Boulmane L., Gelin J.C. // Engineering Computations. - 1996. - V. 13, № 2/3/4. - P. 143- 171.
7. Hernaandez A., Albizuri J., Avileas R., Amezua E. // Engineering Computations. - 1999. - V. 16, № 4. - p. 443 - 466.
8. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. - М.: Химия, 1977. - 440 с.