

УДК 528.063

**СРАВНЕНИЕ МЕТОДИК НАЗНАЧЕНИЯ ВЕСОВ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ УРАВНИВАНИИ**

**С.Г. ШНИТКО**

*(Полоцкий государственный университет)*

*Представлены исследования по выбору формул для вычисления веса результатов измерений в рамках многокритериальной оптимизации.*

Новые методы многокритериального уравнивания, разработанные на кафедре прикладной геодезии и фотограмметрии Полоцкого государственного университета в период с 2000 - 2004 гг. совершенствуются по настоящее время. Поиск эффективных алгоритмов осуществляется по двум направлениям:

- анализ целевых функций;
- разработка методики по вычислению веса результатов измерений.

*Цель работы* - исследования по второму направлению многокритериальной оптимизации.

Если геодезическая сеть обрабатывается по методу Lp-оценок, то веса результатов измерений могут быть вычислены по формуле [1]:

$$P_n = \left( \frac{c}{\sigma_i} \right)^n, \tag{1}$$

где  $c$  – произвольная константа;  $\sigma$  – стандарт измерения;  $n$  – степень (при  $n = 2,0$  имеем метод наименьших квадратов (МНК); при  $n = 1,0$  – метод наименьших модулей).

Формула (1) апробирована на большом количестве тестовых и реальных примеров как для плановых, так и для нивелирных геодезических сетей.

Когда геодезическая сеть уравнивается под условием минимума двух целевых функций [2]:

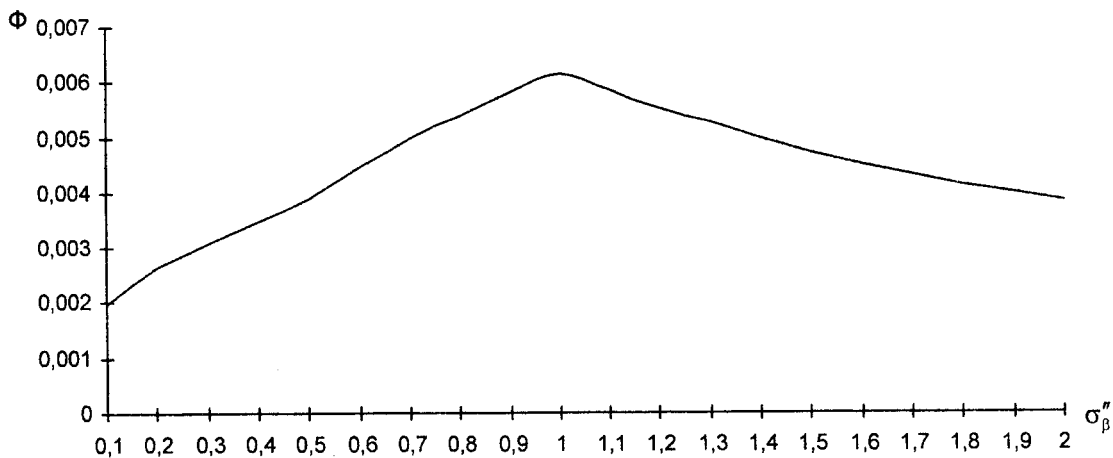
$$\Phi_1(X) = \sum_{i=1}^N P_n |L_i(X)|^n, \tag{2}$$

$$\Phi_2(X, n) = \min \sum_{j=1}^K M_j^2, \tag{3}$$

где  $X$  – вектор координат определяемых пунктов, число которых равно  $K$ ;  $L(X)$  – свободный член нелинейного параметрического уравнения;  $M$  – ошибка положения пункта.

В этом случае значения функции  $\Phi_2$  будут зависеть от назначения весов измерений (рисунок) и достигнут своего наибольшего значения при  $P_n = 1$ , а  $n = 2,0$ .

В результате получается неоднозначность в решении такая, что для однородных измерений величина  $M_i \approx M_{n=2,0}/10$  при  $\sigma_\beta^n = 0,1$  или  $\sigma_\beta^n = 10,0$ .



Зависимость функции  $\Phi_2$  от  $\sigma_\beta^n$

Поскольку мы стремимся к меньшим значениям  $M$ , то надо однозначно назначать веса  $P_i$ , чтобы получить единственное решение. Исключение составляют линейно-угловые сети, так как при  $P_\beta \approx 1$ ,  $P_S > 100$ , а при  $P_S \approx 1$ ;  $P_\beta < 0,01$  и метод многокритериальной оптимизации дает реальное решение, если веса задавать или по формуле (1) (вариант А) при

$$c = \left[ \frac{n^2 \Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

или по формуле (вариант В):

$$P_{n_i} = \left( \frac{m_i}{\sigma_i} \right)^n, \quad (5)$$

где  $m$  – средняя квадратическая ошибка измерения, полученная при  $n = 2.0$ , или по формуле (вариант С)

$$P_{n_i} = \left( \frac{1}{m_i} \right)^n. \quad (6)$$

Результаты вычислений по трем вариантам формул приведены в таблице для девяти тестовых примеров.

Результаты вычислений по трем вариантам формул для девяти тестовых примеров

СКО	МНК	Вариант А	Вариант В	Вариант С
1	2	3	3	5
Пример из статьи [3] Геодезический четырехугольник; $m_\beta = 0.8951''$ ; $\sigma_\beta = 1.0''$				
$\mu$	0.894	0.8924	0.7975	0.9974
$M_1$	0.0604 м	0.0605 м	0.0595 м	0.0595 м
$M_2$	0.0642 м	0.0643 м	0.0634 м	0.0633 м
Пример из [4, с. 93] Сеть триангуляции; $m_\beta = 0.6064''$ ; $\sigma_\beta = 1.0''$				
$\mu$	0.606	0.6044	0.3234	0.9307
$M_1$	0.0521 м	0.0520 м	0.0459 м	0.0458 м
$M_2$	0.0535 м	0.0534 м	0.0438 м	0.0450 м
$M_3$	0.0244 м	0.0243 м	0.0194 м	0.0199 м
Пример из [4, с. 129] Сеть триангуляции; $m_\beta = 1.1194''$ ; $\sigma_\beta = 1.0''$				
$\mu$	1.119	1.1171	1.2419	0.9951
$M_1$	0.0466 м	0.0466 м	0.0450 м	0.0451 м
$M_2$	0.0286 м	0.0286 м	0.0283 м	0.0282 м
$M_3$	0.0380 м	0.0380 м	0.0376 м	0.0375 м
Пример из [4, с. 153] Сеть триангуляции.; $m_\beta = 0.8102''$ ; $\sigma_\beta = 1.0''$				
$\mu$	0.812	0.8102	0.6246	0.9612
$M_1$	0.0414 м	0.0414 м	0.0383 м	0.0380 м
$M_2$	0.0428 м	0.0429 м	0.0421 м	0.0418 м
$M_3$	0.0201 м	0.0201 м	0.0198 м	0.0197 м
Пример из [4, с. 179] Сеть трилатерации; $m = 0.0318$ м; $\sigma_S = 0.03$ м				
$\mu$	1.0600	0.5745	0.0338	0.4783
$M_1$	0.0599 м	0.0347 м	0.0599 м	0.0334 м
$M_2$	0.0771 м	0.0320 м	0.0772 м	0.0286 м
$M_3$	0.0395 м	0.0151 м	0.0394 м	0.0139 м
$M_4$	0.0593 м	0.0357 м	0.0594 м	0.0341 м

Продолжение таблицы

1	2	3	3	5
Пример из [4, с. 202] Сеть трилатерации; $m = 0.03291$ м; $\sigma_S = 0.03$ м				
$\mu$	1.0971	0.5717	0.0362	0.4921
$M_1$	0.0372 м	0.0253 м	0.0373 м	0.0274 м
$M_2$	0.0405 м	0.0138 м	0.0405 м	0.0115 м
Пример из [4, с. 217] Линейно-угловая сеть; $m_B = 0.8335''$ ; $\sigma_B = 0.7''$ ; $\sigma_S = 0.01$ м				
$\mu$	1.1241	1.1768	0.9646	1.0048
$M_1$	0.0075 м	0.0072 м	0.0068 м	0.0065 м
$M_2$	0.0133 м	0.0124 м	0.0119 м	0.0114 м
$M_3$	0.0119 м	0.0107 м	0.0104 м	0.0099 м
	МНК	Вариант А	Вариант В	Вариант С
Пример из [5, с. 145] Сеть триангуляции; $m_B = 1.0128''$ ; $\sigma_B = 1.0''$				
$\mu$	1.013	1.0116	1.0276	1.0007
$M_1$	0.1437 м	0.1448 м	0.1436 м	0.1434 м
$M_2$	0.1427 м	0.1435 м	0.1425 м	0.1423 м
$M_3$	0.1506 м	0.1515 м	0.1506 м	0.1504 м
$M_4$	0.1649 м	0.1652 м	0.1651 м	0.1650 м
$M_5$	0.1316 м	0.1317 м	0.1317 м	0.1315 м
Пример из [5, с. 160] Сеть триангуляции; $m_B = 1.8764''$ ; $\sigma_B = 2.0''$				
$\mu$	1.876	1.8728	2.8891	0.9161
$M_1$	0.0821 м	0.0820 м	0.0613 м	0.0706 м
$M_2$	0.1038 м	0.1037 м	0.0739 м	0.0854 м

По данным таблицы можно сделать вывод, что предпочтение отдается *варианту С* - формула (6), так как единицу в числителе не надо нормировать, а значение  $m$  вычисляются по методу наименьших квадратов с использованием равенства:

$$m_i = \mu_{n=2.0} \sqrt{\frac{1}{P_{i;n=2.0}}} = \sqrt{\sigma_i^2} = \mu \cdot \sigma_i .$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О назначении весов измерений при уравнивании геодезических сетей методом Lp-оценок / О.Е. Гармаза, П.М. Левданский, В.И. Мицкевич, В.В. Ялтыхов / Полоцкий гос. ун-т. - Новополоцк, 2002. - 3 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 17.09.2002. - № 766-ГД. 02 деп.
2. Мицкевич В.И., Левданский П.М. Многокритериальное уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей на основе метода Ньютона / Полоцкий гос. ун-т. - Новополоцк, 1999. - 9 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 28.06.1999. - № 681-ГД. 99 деп.
3. Монин И.И. Единый алгоритм составления условных уравнений в геодезических сетях // Геодезия, картография и аэрофотосъемка: Респ. межвед. науч.-техн. сб. - 1982. - Вып. 35. - С. 75 - 84.
4. Практикум по высшей геодезии (Вычислительные работы): Учеб. пособие для вузов / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П. Глузов и др. - М.: Недра, 1982. - 368 с.
5. Рабинович Б.Н. Практикум по высшей геодезии. - М.: Геодезиздат, 1961. - 339 с.