

УДК 528.063

**ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНОВЫХ, НИВЕЛИРНЫХ
И СПУТНИКОВЫХ GPS-СЕТЕЙ
В НЕФИКСИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ**

*канд. техн. наук, Л.А. ЧЕРКАС, А.А. ТКАЧЕВ
(Полоцкий государственный университет),
канд. техн. наук П.М. ЛЕВДАНСКИЙ
(ОДО Аэрокарт, Минск)*

Приведены формулы для вычисления эталонных точечных констант при проектировании нуль-свободных геодезических сетей не содержащих исходные пункты.

В работе [3] предложена методика оценки качества построения плановых геодезических сетей с помощью относительной обусловленности, вычисляемой по эмпирической формуле

$$\Psi = \frac{C}{0.6 \cdot K^{2.5}}, \quad (1)$$

где C – число обусловленности Тюринга:

$$C = \|R\| \cdot \|Q\|, \quad (2)$$

получаемое по $\|R\|$; $\|Q\|$ – евклидовым нормам матриц нормальных уравнений и обратных весов;
 K – количество определяемых пунктов.

Недостаток формулы (1) в том, что в ее знаменателе используется эмпирическое эталонное число обусловленности. Авторами [2, 4] предложено оценивать качество любых геодезических построений с помощью относительной обусловленности:

$$\Psi = \frac{C}{C_K^3}, \quad (3)$$

где C_K^3 – наименьшее при данном K точечное число обусловленности, которое, как показали исследования, вычисляется для свободных линейно-угловых сетей со связующими углами 57° .

Если плановые геодезические сети не содержат исходных пунктов (нуль-свободные построения в нефиксированной системе отсчета), то вместо (2) будет справедливо равенство

$$C = \|R\| \cdot \|R^+\|, \quad (4)$$

где используется псевдообратная матрица R^+ с числом строк и столбцов, равным количеству параметров. Эта матрица вычисляется по известной формуле [5]

$$R^+ = (R + j^T \cdot j)^{-1} - j^T \cdot (j \cdot j^T \cdot j \cdot j^T)^{-1} \cdot j, \quad (5)$$

в которой

$$j_{4 \times k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ Y_1 & -X_1 & Y_2 & -X_2 & \dots & Y_k & -X_k \\ X_1 & Y_1 & X_2 & Y_2 & \dots & X_k & Y_k \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $X_i = x_i - x_{cp}$; $Y_i = y_i - y_{cp}$ – отклонения от среднего арифметического, полученного по координатам всех пунктов геодезической сети.

Эталонные точечные константы C_K^3 для плановых сетей приведены в табл. 1.

Таблица 1

Величины C^3 для плановых нуль-свободных геодезических сетей

K	C_K^3								
1	1	2	1	3	26	4	61	5	20
6	20,039	7	16,25	8	14,291	9	15,175	10	20,692
11	24,68	12	25,75	13	14,048	14	13,470	15	12,835
16	15,779	17	17,005	18	19,551	19	14,911	20	20,189
21	26,920	22	23,435	23	27,526	24	21,709	25	5,257
26	6,873	27	6,478	28	6,454	29	5,958	30	5,749
31	5,811	32	5,790	33	5,898	34	6,081	35	6,271
36	6,400	37	5,582	38	5,445	39	5,346	40	5,000
41	5	42	5	43	5	44	5	45	5
46	5	47	5	48	5	49	5	50	5

В работе [1] рассмотрены вопросы проектирования спутниковых GPS-сетей, в которой вместо (1) предложена формула

$$\Psi = \frac{C}{1,5 \cdot K^{1,7}}, \tag{7}$$

которая имеет тот же недостаток, что и равенство (1). Для нивелирных и спутниковых сетей, так же как и для плановых построений, предлагаем применять выражения (3) и (4).

При этом

$$R_{ixi}^+ = (R + i^T \cdot i)^{-1} - i^T \cdot (i \cdot i^T \cdot i \cdot i^T)^{-1} \cdot i, \tag{8}$$

в которой для нивелирной сети

$$i_{ixi} = (1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1), \tag{9}$$

а для GPS-построения

$$i_{3xi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Вместо (8) можно записать

$$R_{ixi}^+ = (R + I)^{-1} - \frac{1}{k^2} I, \tag{11}$$

где

$$I_{ixi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \\ i \\ \dots \\ i \end{pmatrix} \tag{12}$$

легко записывается программным путем при $t = 3 \times k$ (k – количество пунктов GPS-сети).

Величины C_k^3 , вычисляемые для каждого k , представлены в табл. 2, 3. Зная их, можно получить Ψ по формуле (3) по программе GPSTch3.exe, в которой матрица I генерируется и не хранится.

Таблица 2

Величины C_k^3 для нивелирных и GPS-сетей

K	C_k^3								
1	3,000	2	9,000	3	12,06	4	18,00	5	22,80
6	36,66	7	56,07	8	73,92	9	75,35	10	79,43
11	84,46	12	97,66	13	110,8	14	129,1	15	143,2
16	163,1	17	174,2	18	199,6	19	234,4	20	255,9
21	284,7	22	299,2	23	310,0	24	328,5	25	342,0
26	358,8	27	382,2	28	404,3	29	428,3	30	458,9
31	485,3	32	511,8	33	545,1	34	571,7	35	596,0
36	633,8	37	682,2	38	715,9	39	750,1	40	790,9
41	821,3	42	843,8	43	868,5	44	900,0	45	926,4
46	951,8	47	981,7	48	1017	49	1052	50	1086

Таблица 3

Величины C_k^3 для нивелирных и GPS-сетей без исходных пунктов

K	C_k^3								
1	1	2	1	3	10,0	4	16,57	5	17,64
6	24,15	7	28,39	8	37,29	9	48,38	10	57,71
11	61,73	12	74,54	13	79,70	14	92,38	15	99,13
16	113,7	17	121,5	18	136,5	19	132,5	20	148,9
21	171,6	22	179,0	23	196,4	24	203,4	25	211,5
26	230,2	27	240,0	28	249,6	29	269,6	30	280,4
31	291,8	32	313,7	33	326,1	34	337,9	35	359,8
36	369,3	37	365,2	38	388,6	39	421,3	40	432,5
41	446,1	42	471,0	43	484,5	44	493,3	45	506,4
46	531,5	47	547,8	48	557,9	49	572,8	50	599,6

В заключение отметим, что с помощью эталонных точечных констант из табл. 1 - 3 можно успешно решать задачи по проектированию плановых и спутниковых сетей в нефиксированной системе отсчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование GPS-сетей с применением относительной обусловленности / Имад Абу Дака, М.А. Залесский, В.И. Мицкевич, Л.А. Черкас // Геодезия и картография. - 2001. - № 8. - С. 14 - 16.
2. Двоенко Г.М., Ткачев А.А., Черкас Л.А. Применение рекуррентного способа уравнивания при оценке качества построения плановых геодезических сетей. - Новополоцк, 2003. - 9 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 1.09.03. - № 810-ГД, 2003.
3. Мицкевич В.И., Левданский П.М. К вопросу оценки качества построения геодезических сетей на ЭВМ // Геодезия и картография. - 1996. - № 6. - С. 19-21.
4. Оценка качества построения свободных и нуль-свободных рядов геодезических сетей с помощью эталонных точечных констант / В.И. Мицкевич, П.В. Субботенко, А.А. Ткачев, Л.А. Черкас / Полоцкий гос. ун-т. - Новополоцк, 2003. - 8 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 10.12.03. - № 818-ГД, 2003.
5. Шароглазова Г.А. Применение геодезических методов в геодинимике: Учеб. пособие. - Новополоцк: ПГУ, 2002. - 192 с.