

УДК 528

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ УЧАСТКОВ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

канд. техн. наук, доц. Н.В. СИНЯКИНА
(Брестский государственный технический университет)

Рассмотрены теоретические вопросы влияния физической поверхности Земли на точность определения участков земной поверхности. Выполнен сравнительный анализ существующих способов вычисления размеров площади и предложен новый способ, учитывающий географическое местоположение участка.

Земля является основным национальным богатством нашей республики, от эффективности использования которого зависит социально-экономическая ситуация в обществе и благосостояние каждого человека. Это определяет значимость и актуальность вопросов, связанных с совершенствованием определения размеров площади владения, пользования землей, демаркацией границ.

Земельные отношения - это специфическая сфера общественных отношений в области владения и пользования землей. Специфика и значение этого обусловлены отличительными особенностями земли, выступающей и как средство производства, и как место жизнедеятельности [1].

Одной из важных задач при отведении новых и реорганизации существующих площадей является определение величины площади отводимых земель различного назначения характеризующимся местоположением на земной поверхности [2].

По состоянию на 2001 год 75 тысяч граждан получили земельные участки под строительство и обслуживание жилого дома, что составило 64 тыс. га, садоводство и дачное строительство - 224 тыс. граждан и 16,5 тыс. га. По республике жилые застройки более чем на 7 тыс. га возведены на намывных грунтах, в такой ситуации площадь застройки меняет физическую отметку.

Существующие способы определения площади земельных участков не всегда учитывают точность геодезических данных и географическое местоположение, поэтому для достоверной оценки были проведены данные исследования.

Создание геодезического обоснования для производства разбивочных работ на строительных площадках, определения границ земельных участков, проведения землеустроительных работ выполняется спутниковыми системами GPS, традиционными методами и комбинированным способом [3]. Для получения геодезических координат требуется обрабатывать много разнородной информации, и большое значение приобретает корректный выбор систем координат [7]. Анализ существующих методик подсчета площадей земельных участков, показал, что на различных этапах обработки целесообразно использовать разные системы координат: одни для первичной обработки данных, другие для накопления и систематизации данных по Беларуси в единой системе координат, третьи для выполнения строгих математических промежуточных вычислений.

Для обобщения и систематизации геодезических данных наиболее удобна эллипсоидная система (B, L, H) . При строгой математической обработке нужно отдавать предпочтение топоцентрической горизонтальной системе координат, ось абсцисс которой в каждой точке земной поверхности совпадает с направлением нормали, а основная координатная плоскость - с плоскостью локального горизонта [5]. Координаты в этой системе свободны от искажений, присущих координатам, заданным в картографических проекциях. Ввод-вывод исходной информации принимается в системе координат (переходной) удобной для потребителя. Для составления различных планов и карт полученные данные координаты преобразуются из эллипсоидной системы в общегосударственную или местную систему координат.

В дальнейшем вся полученная информация должна быть занесена в банк картографических данных землепользователя и используется при обработке на компьютере для решения широкого круга инженерных задач, а именно для определения площадей, составления экспликации и кадастра отведенного участка местности.

Рассмотрим задачу определения площади местности по геодезическим данным более детально. В землеустройстве площади землепользования вычисляют по известным формулам [4]:

$$P = \frac{1}{2} \sum (X_{r,k} + X_{r,k+1}) \cdot (Y_{r,k} - Y_{r,k+1}), \quad (1)$$

где X_r, Y_r – координаты вершин полигона, как правило, в проекции Гаусса – Крюгера.

В этой проекции площади определяемых участков получают фактически закономерно преувеличенными

$$P_Y = P \frac{Y_r^{cp.2}}{R^2}, \quad (2)$$

где $Y_r^{cp.}$ – средняя ордината обрабатываемого участка; R – средний радиус Земли.

При этом искажения площадей возрастают с удалением центра участка местности от осевого меридиана. Приведем эти данные в табл. 1.

Так как искажение, вычисленное по зависимости (2), имеет систематический характер, поставим условие, чтобы это влияние не превышало третьей доли от полной ошибки при аналитическом определении площади исследуемого участка местности [6].

Таблица 1

Удаление от осевого меридиана, Y , км	Относительные искажения площади $\Delta P_y : P$
50	1:16000
80	1:6000
100	1:4000
200	1:1000
300	1:350

В землеустроительной практике принято, чтобы случайная часть ошибки не превышала 1:2000. В этом случае систематическое искажение площади в проекции Гаусса - Крюгера должна быть не более 1:6000, а соответствующие поправки к площади, вычисленные по формуле (1), надо учитывать при удалении центра участка от осевого меридиана более 80 км.

Для участка местности площадью 90 км² (это примерно площадь топографической трапеции масштаба 1:25000), находящегося на краю 3-градусной зоны ($Y_{\text{ср}} = 120$ км), искажение площади составит 3 га.

Если этот участок будет расположен на границе 6-градусной зоны ($Y = 250$ км), то его площадь будет искажена уже на 12 га. Этот недостаток можно устранить, если осевой меридиан каждый раз проводить через центр участка.

Вычисленная по формуле (1) площадь участка отнесена на поверхность земного эллипсоида. Однако физическая поверхность Земли не совпадает с поверхностью земного эллипсоида вследствие влияния рельефа. Площади, отнесенные на поверхность эллипсоида, получаются уменьшенными. Для точного учета площадей земельных участков, при масштабных застройках, особенно в районах мелиоративного и орошаемого земледелия, влиянием рельефа пренебрегать нельзя.

Для данного анализа будем считать земной эллипсоид шаром с радиусом R , а поверхность Земли - шаром с радиусом $R + Z_r$ (рис. 1).

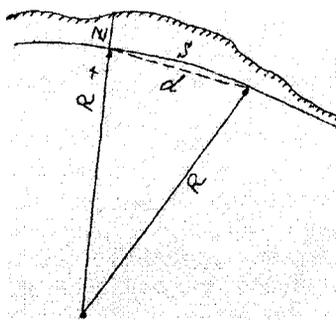


Рис. 1

Тогда отношение площадей участка на шаре с радиусом $R + Z_{\text{ср}}$ и шаре с радиусом R получится

$$\frac{P_z}{P} = 1 + 2 \frac{Z_{\text{ср}}}{R}$$

и фактическая площадь будет

$$P_z = P + \Delta P_z.$$

Приведем искажение площади участка вследствие влияния рельефа местности (табл. 2). Поставим условие, чтобы относительная величина этого искажения была меньше 1:6000, можно заметить, что влияние рельефа местности следует учитывать при средних превышениях точек местности более 500 м над поверхностью земного эллипсоида.

Продемонстрируем это на примере. При $P = 90$ км² $Z_{\text{ср}} = 1$ км площадь участка, отнесенная на поверхность земного эллипсоида, будет уменьшена на 3 га, а при $Z_{\text{ср}} = 2$ км - на 6 га. Отсюда следует, что при определении площади больших участков земли влияние отметок рельефа необходимо учитывать.

В Брестской области в районе Беловежской пуши проходит линия водораздела Балтийской и Черноморской системы высот, это самое высокое значение отметок местности в республике.

Таблица 2

Искажение площади участка вследствие влияния рельефа

Средняя высота местности Z_{cp} , м	Относительные искажения площади $\Delta P_z : P$
500	1:6400
1000	1:3200
2000	1:1600
3000	1:1000
4000	1:800

Рассмотрим аналитический способ вычисления площадей с применением топоцентрической системы координат. Для этого вычислим площадь полигона $ABCDE$ (рис. 2), вершины которого имеют разные отметки над поверхностью земного эллипсоида. Наметим внутри полигона точку O , которая с его вершинами образует треугольники, покрывающие земную поверхность в виде наклонных плоскостей.

Поместив начало топоцентрической системы координат в точку O , получим площадь поверхности полигона $ABCDE$ как сумму площадей треугольников:

$$P_z = \sum P_{\Delta_j}, \tag{6}$$

где

$$P_{\Delta_j} = [p_j (p_j - a_j)(p_j - b_j)(p_j - c_j)] . \tag{7}$$

В формуле (7) периметр и длины сторон треугольников a, b, c вычисляются по известным формулам по топоцентрическим координатам:

$$p_j = a_j + b_j + c_j ;$$

$$a_j = (\Delta X_{j,j+1}^2 + \Delta Y_{j,j+1}^2 + \Delta Z_{j,j+1}^2)^{1/2} ;$$

$$b_j = (X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2)^{1/2} ; \tag{8}$$

$$c_j = (X_{j+1}^2 + Y_{j+1}^2 + Z_{j+1}^2)^{1/2} ;$$

$$\Delta X_{j,j+1} = X_{j+1} - X_j ; \quad \Delta Y_{j,j+1} = Y_{j+1} - Y_j ; \quad \Delta Z_{j,j+1} = Z_{j+1} - Z_j .$$

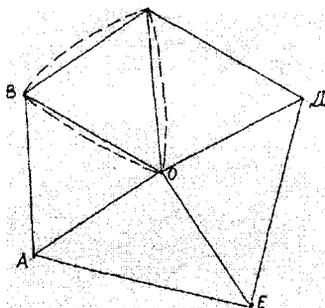


Рис. 2. Полигон $ABCDE$

Однако физическая поверхность полигона не всегда может быть аппроксимирована треугольниками. Тогда полигон следует разделить на несколько частей таким образом, чтобы достичь наилучшей формы совпадения физической поверхности с треугольниками, лежащими на наклонных плоскостях. Отметим, что координаты вершин полигона в землеустройстве определяются доступными геодезическими методами, а также по системе GPS. Координаты же других точек, намеченных внутри полигона и являющихся вершинами треугольников, могут быть определены графически или дигитайзерами, которыми в настоящее время обеспечены все областные отделения ГП «Белгипрозем».

При вычислении по формулам (6) - (8) площади исследуемых участков получаются уменьшенными.

Чтобы проанализировать это положение, сначала найдем расхождения между длиной хорды d и длиной дуги S , стягиваемой этой хордой:

$$\Delta d = d - S = \frac{d^3}{24R^2}. \quad (9)$$

Несложно подсчитать, что при $d = 25$ км имеем $\Delta d = -0,2$ м, а при $d = 50$ км $\Delta d = -0,1$ м.

Для упрощения расчетов примем все треугольники равносторонними. Их площади

$$P_{\text{тр-ка}} = 0,43 a^2, \quad (10)$$

а искажения площадей (табл. 3) с учетом расхождения формулы (9) и при $\Delta d = \Delta a = \Delta b = \Delta c$:

$$P_{\text{тр-ка}} = 0,86a \times \Delta a \approx \frac{a^4}{28R^2}. \quad (11)$$

Таблица 3

Искажения площадей в зависимости от длин сторон треугольников

Длина сторон треугольников, км	Искажения площади, ΔP_{Δ} , га
10	-0,001
25	-0,04
50	-0,7
100	-11,1

Анализ данных табл. 3 показывает, что изложенный способ аналитического вычисления площадей обеспечивает более высокую точность, чем классический способ по формуле (1). При длинах сторон треугольников не более 10 км, что вполне удовлетворяет требованиям городских застроек и землеустроительной практики, ошибка вычисления площади полигона не превышает 1 га, даже если общее число треугольников в полигоне 100. Если длины сторон больше 10 км, то для повышения точности изучаемую поверхность следует аппроксимировать треугольниками с меньшими сторонами.

В новом Кодексе Республики Беларусь о земле, отмечается, что землеустройство представляет собой систему юридических, экономических и технических мероприятий, направленных на регулирование и совершенствование земельных отношений. Одним из основных положений является принцип территориальной непрерывности. Заключается в следующем: перспективное планирование землепользования, отвод земельных участков, демаркация границ хозяйств должно проводиться на всей земной поверхности страны и во всех административно-территориальных районах в единой геодезической системе с учетом рельефа.

Предлагаем пользоваться изложенным способом, так по формулам (6) - (11) можно вычислить площадь всей топографической поверхности, а также площади, отнесенные на поверхность эллипсоида или на среднюю плоскость Республики Беларусь, если высоты точек соответственно принять равными нулю или средней геодезической высоте местности.

Этот способ наиболее точен и эффективен при использовании компьютерных программ и наличии уже существующих топографических и геодезических баз данных отдельных регионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков С.Н. Экономика землеустройства. - М.: Колос, 1996. - 376 с.
2. Кодекс Республики Беларусь о земле. Земельные отношения в Республике Беларусь. Восп. 1. - Мн.: Госкомзем, 1999. - 188 с.
3. Маркузе Ю.И. Алгоритм объединения наземных и спутниковых геодезических сетей // Геодезия и картография. - 1997. - № 6. - С.23 - 28.
4. Маслов А.В. и др. Геодезия. -М.: Недра, 1980. -616 с.
5. Машимов М.М. Уравнивание геодезических сетей. - М.: Недра, 1979. - 367 с.
6. Синякина Н.В. Точность определения площади участка застройки в зависимости от ее формы // Областная межвузовская науч.-практ. конф., посв. 70-летию образования БССР: Тез. докл. - Брест, 1989.-С. 67-69.
7. Синякина Н.В. Применение условной системы координат и анализ обусловленности преобразованной системы уравнений // Геодезическое обеспечение ГИС в кадастре: Материалы междунар. науч.-произв. конф. - Горки, 1999. - С. 208 -211.