

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Полоцкий государственный университет»

СЕРИЯ «САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ»



**Л. С. Турищев**

## **РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК**

Методические указания  
для организации самостоятельной работы  
студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное  
и гражданское строительство»,  
1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью»

*Текстовое электронное издание*

Новополоцк  
Полоцкий государственный университет  
2021

УДК 624.04(075.8)

Одобрено и рекомендовано к изданию методической комиссией инженерно-строительного факультета в качестве методических указаний (протокол № 3 от 10.05.2021)

Кафедра строительных конструкций

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

канд. техн. наук, доц., зав. каф. строительных конструкций Е.Д. ЛАЗОВСКИЙ;  
канд. техн. наук, доц., доц. каф. строительных конструкций А.И. КОЛТУНОВ

На основе структурно-логических схем приведены рекомендации по технологии формирования междисциплинарной системы знаний, связанных с базовыми теоретическими положениями и понятиями модуля. Содержатся указания по приобретению устойчивых умений и навыков, связанных с практическим применением сформированной системы знаний для решения типовых задач модуля. Имеется банк тестовых заданий для самоконтроля ключевых знаний и умений, связанных с изучаемым модулем. Приведен список рекомендуемой учебной литературы, интернет-источников. Составлен глоссарий модуля.

Предназначено для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью». Могут быть полезны начинающим преподавателям строительной и технической механики.

© Турищев Л.С., 2021  
© Полоцкий государственный университет, 2021

Для создания текстового электронного издания «Расчет неразрезных балок» Л.С. Турищев использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

ТУРИЩЕВ Леонид Степанович

## **РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК**

Методические указания  
для организации самостоятельной работы  
студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное  
и гражданское строительство»,  
1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью»

Редактор *О.Ю. Тарасевич*

---

Подписано к использованию 03.06.2021.  
Объем издания: 0,35 Мб. Заказ 396.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:  
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

Свидетельство о государственной регистрации  
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/305 от 22.04.2014.

ЛП № 02330/278 от 08.05.2014.

211440, ул. Блохина, 29,  
г. Новополоцк,  
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44  
<http://www.psu.by>

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
1.РЕКОМЕНДАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ.....	7
2. УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ МОДУЛЯ .....	11
3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ.....	16
3.1 Тестовые задания первого уровня .....	17
3.2 Тестовые задания второго уровня.....	20
3.3 Ответы на тестовые задания первого и второго уровней .....	22
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	23
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	25
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	29
ПРИЛОЖЕНИЕ 3 .....	31
ПРИЛОЖЕНИЕ 4 .....	33
ГЛОССАРИЙ МОДУЛЯ .....	36

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемые студенты! Данное пособие является очередным в ряду работ, содержащих материалы для эффективной организации Вашей внеаудиторной самостоятельной работы при изучении курса строительной механики. Предлагаемые материалы включают в себя:

- рекомендации по осуществлению самостоятельной познавательной деятельности с целью формирования системы знаний, связанных с базовыми теоретическими положениями и понятиями изучаемого модуля курса и соответствующих дисциплин естественнонаучного и общепрофессионального циклов;

- указания по приобретению устойчивых умений и навыков, связанных с практическим применением сформированной системы знаний для решения задач модуля курса согласно стандартным алгоритмам;

- материалы для самоконтроля знаний, умений и навыков, связанных с изучаемым курсом.

При написании пособия использовались материалы, изложенные в соответствующих образовательных стандартах, учебных программах, учебниках, учебных пособиях, интернет-источниках по строительной механике и связанных с ней соответствующих дисциплин естественнонаучного и общепрофессионального циклов учебного плана. Список использованных источников приводится в конце пособия.

## ВВЕДЕНИЕ

Среди конструкций, применяемых для перекрытия пролетов в сооружениях различного назначения, важное место занимают балочные конструкции. К их числу относятся простые балки, многопролетные шарнирные балки и неразрезные балки. Но если первые два типа балочных конструкций относятся к статически определимым конструкциям, то неразрезная балка является внешне статически неопределимой конструкцией.

Неразрезные балки могут быть железобетонными, металлическими и деревянными. По сравнению с аналогичными простыми и многопролетными шарнирными балками они имеют определенные преимущества и поэтому широко применяются при возведении различных сооружений.

Примерами применения неразрезных балок в реальной строительной практике являются мостовые конструкции, подкрановые балки, ребристые железобетонные перекрытия, металлические балочные клетки, деревянные и металлические прогоны покрытий.

В настоящем пособии рассматривается расчет неразрезных балок методом сил при действии нагрузки и осадки опор.

## 1.РЕКОМЕНДАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ

Изучение теоретического материала модуля следует начинать с повторения рекомендаций по изучению курса в целом согласно [13]. Содержание изучаемого модуля связано с общими положениями и понятиями расчета неразрезных балок при действии нагрузки и осадки опор. Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов рассматриваемого модуля, которые подлежат пониманию и усвоению согласно [3], приведена на рисунке 1.

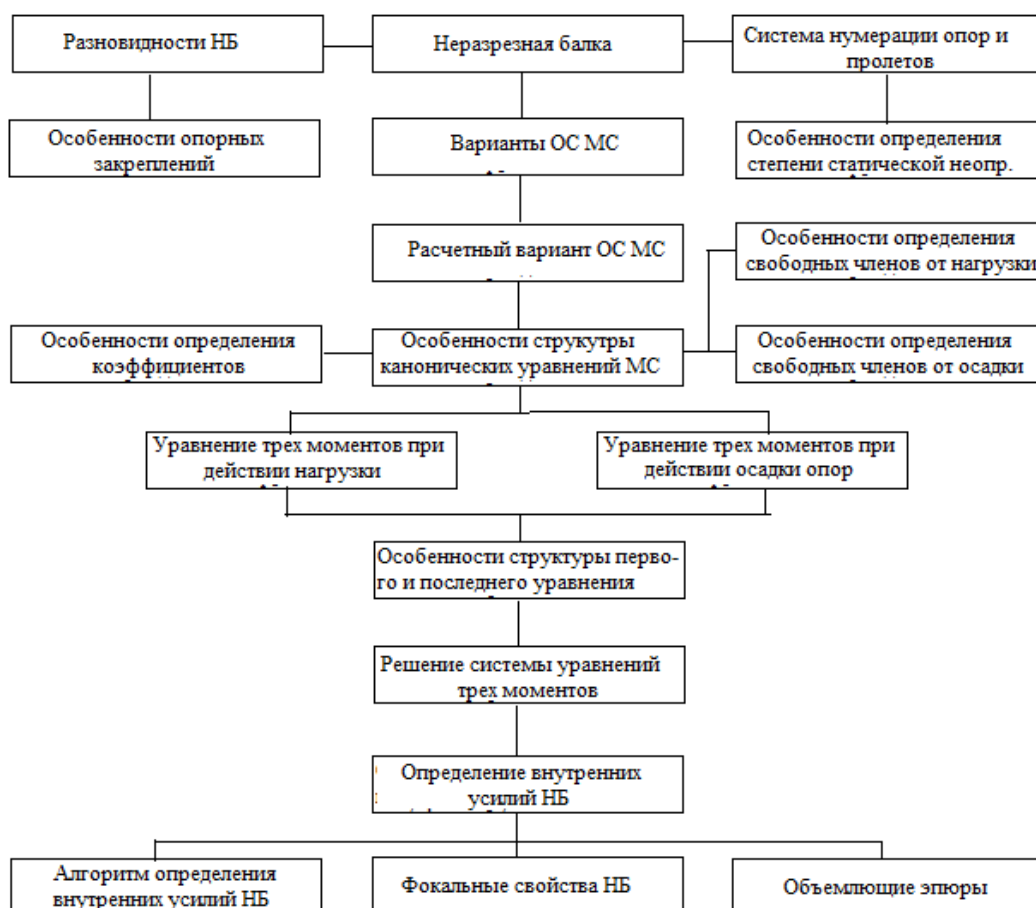


Рисунок 1. – Структурно-логическая схема ключевых понятий, принципов, терминов изучаемого модуля

Изучение материала модуля должно начинаться с ясного понимания, что собой представляет **неразрезная балка** и в чем отличие в ее работе по сравнению с простыми балками и многопролетными шарнирными балками при одинаковых пролетах и внешних воздействиях.

Важно разобраться с **разновидностями неразрезных балок, особенностями устройства их опорных закреплений, единой системой нумерации опор и пролетов**, принимаемой при расчете неразрезных балок методом сил,

и особенностями определения **степени статической неопределимости произвольной неразрезной балки**.

Далее необходимо понять, какие возможны **варианты образования основной системы метода сил** при расчете неразрезной балки, какой из них принимается для дальнейшего расчета и что происходит со структурой канонических уравнений для этого варианта. При этом важно разобраться, что собой в этом случае представляют входящие в них величины (**основные неизвестные, коэффициенты и свободные члены**) и какова их природа и смысл.

Затем для принятого варианта основной системы следует разобраться, как образуются **единичные состояния**, в чем заключаются особенности **единичных эпюр изгибающих моментов** и как это отражается на определении **коэффициентов канонических уравнений**. Здесь важно уяснить, что для их определения не нужно каждый раз строить и перемножать единичные эпюры изгибающих моментов. Для их определения достаточно в полученные конечные формулы подставить геометрические и жесткостные параметры соответствующих пролетов неразрезной балки.

После этого для принятого варианта основной системы необходимо понять, в чем заключаются особенности **грузовых эпюр изгибающих моментов** и как это влияет на определение соответствующих **свободных членов канонических уравнений**. И здесь важно уяснить, что для их определения не нужно каждый раз перемножать единичные и грузовые эпюры изгибающих моментов. Для их определения достаточно в полученные конечные формулы подставить геометрические и жесткостные параметры соответствующих пролетов неразрезной балки, а также параметры грузовой эпюры в этих пролетах.

Затем следует выяснить смысл свободных членов канонических уравнений, связанных с **осадкой опор неразрезной балки**, и разобраться с формулой, позволяющей из вычислять через заданные величины осадок опор и длины соответствующих пролетов балки.

Вслед за этим необходимо понять, как из канонических уравнений метода сил получаются **уравнения трех моментов** для расчета неразрезной балки на действие нагрузки и осадки опор, какую они имеют структуру и что собой представляют входящие в них величины – **типовая жесткость, приведенная длина пролета, приведенный статический момент грузовой эпюры**.

Далее важно разобраться, что происходит со **структурой первого и последнего уравнений трех моментов**, что собой математически представляет система уравнений трех моментов, как она решается и как используются результаты решения для нахождения внутренних усилий в неразрезных балках при действии нагрузки и осадки опор.



После этого следует выяснить, что собой представляют **фокальные свойства неразрезной балки**, когда они справедливы и как их можно применять при расчете неразрезных балок при действии неподвижной нагрузки.

И в завершение необходимо разобраться с особенностями расчета на действие временной нагрузки, связанным с этим расчетом **понятием объемлющей эпюры внутренних усилий** и способами ее построения.

При изучении материала модуля рекомендуется использование следующей литературы: [4, с.344–361]; [11, с.65–92]; [14, с.258–274].

Для осознанного понимания и усвоения материала рассматриваемого модуля курса, прежде всего, необходимо повторить:

– *изученное в математике* – понятия величины, функции, вектора, матрицы, системы линейных алгебраических уравнений. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в Приложении 1;

– *изученное в физике* – основные понятия и законы классической механики. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в Приложении 2;

– *изученное в теоретической механике* – основные понятия, аксиомы и уравнения статики. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, аксиомами и уравнениями, приведены в Приложении 3;

– *изученное в сопротивлении материалов* – порядок построения эпюр внутренних усилий при поперечном изгибе балок, правила знаков внутренних усилий при построении эпюр в балках, дифференциальные зависимости Журавского, правила контроля правильности построения эпюр в балках. Краткие справочные сведения, связанные с этими понятиями, приведены в Приложении 4.

– *изученное в модуле «Введение в строительную механику»* – разделение расчетных схем по статическим и кинематическим признакам и их взаимосвязь, цель кинематического анализа и его основные понятия, виды кинематических связей, подсчет числа степеней свободы и анализ геометрической структуры для плоских стержневых конструкций, порядок установления кинематических и статических признаков стержневой конструкции [10, с.11–41].

– *изученное в модуле «Методы определения внутренних усилий от неподвижной нагрузки в плоских статически определимых стержневых системах»* – внутренние силы и их числовые характеристики, виды статически определимых конструкций и их свойства, статический метод определения внутренних усилий [10, с.42–55].

– *изученное в модуле «Определение перемещений в стержневых конструкциях»* – деформация конструкции, жесткость и податливость конструкции, полные, частичные и единичные перемещения, закон Гука для конструкции, формулы для определения перемещений в статически определимых плоских стержневых конструкциях от нагрузки и осадки опор [10, с.137–172].

– *изученное в модуле «Метод сил»* – образование основной системы, канонические уравнения и их смысл, определение коэффициентов и свободных членов, определение окончательных внутренних усилий от действия нагрузки и осадки опор [11, с.25–55].

## 2. УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ МОДУЛЯ

После завершения изучения теоретического материала модуля, его понимания и усвоения можно переходить к применению полученных знаний для решения типовых задач модуля. Согласно утвержденной учебной программе курса [3] Вы должны уметь определять изгибающие моменты, поперечные силы и опорные реакции от действия постоянной нагрузки для неразрезных балок с помощью уравнений трех моментов.

Для приобретения умений решения задач рекомендуется сначала внимательно прочитать указания к решению задач, разобраться с приводимыми примерами их решения. После этого рекомендуется перейти к решению задач, приведенных в [9], [11], [15], [17], [18].

Уравнение трех моментов при действии нагрузки имеет вид

$$\tilde{l}_i X_{i-1} + 2(\tilde{l}_i + \tilde{l}_{i+1}) X_i + \tilde{l}_{i+1} X_{i+1} = -6 \left( \frac{\tilde{S}_i^A}{l_i} + \frac{\tilde{S}_{i+1}^B}{l_{i+1}} \right).$$
$$(i = 1, \dots, n-1)$$

Решение такой системы уравнений, осуществляемое методом прогонки, позволяет найти опорные моменты неразрезной балки  $X_i$  ( $i=1, \dots, n-1$ ).

Формула для определения изгибающих моментов в пролетах неразрезной балки имеет вид

$$M = \frac{l_i - x}{l_i} X_{i-1} + \frac{x}{l_i} X_i + M_P.$$
$$(i = 1, \dots, n)$$

Поперечные силы в пролетах неразрезной балки определяются по формуле

$$Q = \frac{X_i - X_{i-1}}{l_i} + Q_P.$$

Формула для определения опорных реакций имеет вид

$$R_i = Q_{i+1}^{лев} + Q_i^{прав}.$$
$$(i = 0, 1, \dots, n)$$

**Пример.** Для неразрезной балки, показанной на рисунке 2, определить изгибающие моменты, поперечные силы и опорные реакции и построить эпюры внутренних усилий.

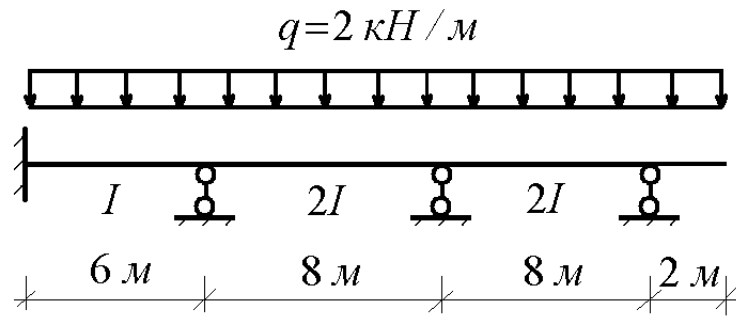


Рисунок 2. – Нерезренная балка

Введем эквивалентное стержневое изображение для защемляющей опоры и произведем нумерацию опор и пролетов (рисунок 3).

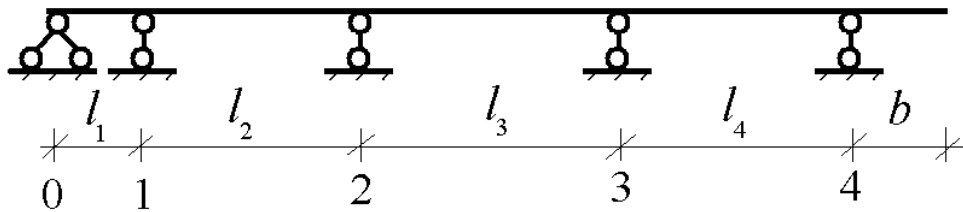


Рисунок 3. – Нумерация опор и пролетов

Тогда параметры эквивалентной нерезренной балки принимают значения

$$l_1 = 0 \quad l_2 = 6\text{ м} \quad l_3 = 8\text{ м} \quad l_4 = 8\text{ м} \quad b = 2\text{ м};$$

$$I_0 = I \quad I_2 = I \quad I_3 = 2I \quad I_4 = 2I;$$

Составляем систему уравнений трех моментов

$$2\tilde{l}_2 X_1 + \tilde{l}_2 X_2 = -6 \frac{\tilde{S}_2^B}{l_2};$$

$$\tilde{l}_2 X_1 + 2(\tilde{l}_2 + \tilde{l}_3) X_2 + \tilde{l}_3 X_3 = -6 \left( \frac{\tilde{S}_2^A}{l_2} + \frac{\tilde{S}_3^B}{l_3} \right);$$

$$\tilde{l}_3 X_2 + 2(\tilde{l}_3 + \tilde{l}_4) X_3 = -6 \left( \frac{\tilde{S}_3^A}{l_3} + \frac{\tilde{S}_4^B}{l_4} \right) - \tilde{l}_4 X_4$$

и определяем величины, входящие в коэффициенты уравнений трех моментов,

$$\tilde{l}_2 = l_2 \frac{I_0}{I_2} = 6 \quad \tilde{l}_3 = l_3 \frac{I_0}{I_3} = 4 \quad \tilde{l}_4 = l_4 \frac{I_0}{I_4} = 4.$$

Строим грузовую эпюру моментов (рисунок 4).

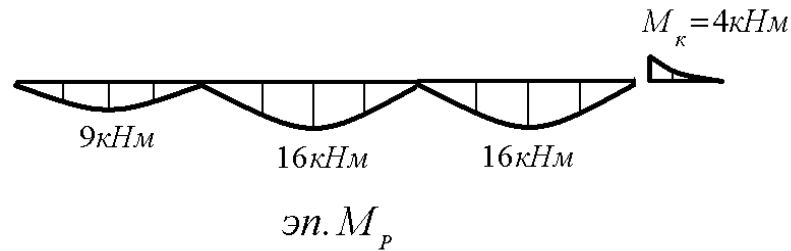


Рисунок 4. – Грузовая эпюра моментов

Формулы для определения приведенных статических моментов участков грузовых эпюр имеют вид

$$\begin{aligned}\tilde{S}_2^A &= S_2^A \frac{I_0}{I_2} = S_2^A & \tilde{S}_2^B &= S_2^B \frac{I_0}{I_2} = S_2^B; \\ \tilde{S}_3^A &= S_3^A \frac{I_0}{I_3} = 0.5 S_3^A & \tilde{S}_3^B &= S_3^B \frac{I_0}{I_3} = 0.5 S_3^B; \\ \tilde{S}_4^A &= S_4^A \frac{I_0}{I_4} = 0.5 S_4^A & \tilde{S}_4^B &= S_4^B \frac{I_0}{I_4} = 0.5 S_4^B; \\ S_i^A &= S_i^B = \frac{ql_i^4}{24} \quad (i=2,3,4).\end{aligned}$$

Численные значения величин, входящих в свободные члены уравнений трех моментов, равны

$$\begin{aligned}\tilde{S}_2^A &= \tilde{S}_2^B = 108 \text{ кНм}^3; \\ \tilde{S}_3^A &= \tilde{S}_3^B = 341.3 \text{ кНм}^3; \\ \tilde{S}_4^A &= \tilde{S}_4^B = 341.3 \text{ кНм}^3\end{aligned}$$

и

$$X_4 = M_\kappa = -4 \text{ кНм}.$$

Тогда система уравнений трех моментов в численном виде имеет вид

$$\begin{aligned}2X_1 + X_2 &= -18; \\ 3X_1 + 10X_2 + 2X_3 &= -118; \\ X_2 + 4X_3 &= -60.\end{aligned}$$

В результате решения этих уравнений получим следующие значения опорных моментов неразрезной балки

$$X_1 = -5.2 \text{ кНм};$$

$$X_2 = -7.63 \text{ кНм};$$

$$X_3 = -13.1 \text{ кНм}.$$

Тогда эпюра опорных моментов имеет вид, показанный на рисунке 5.

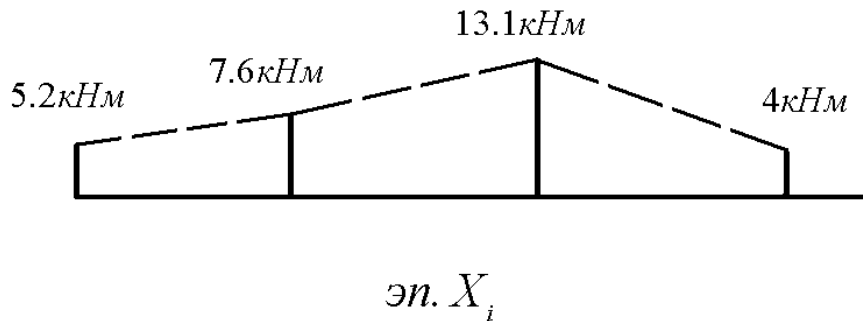


Рисунок 5. – Эпюра опорных моментов

Окончательная эпюра моментов, полученная сложением грузовой эпюры и эпюры опорных моментов, имеет вид, показанный на рисунке 6.

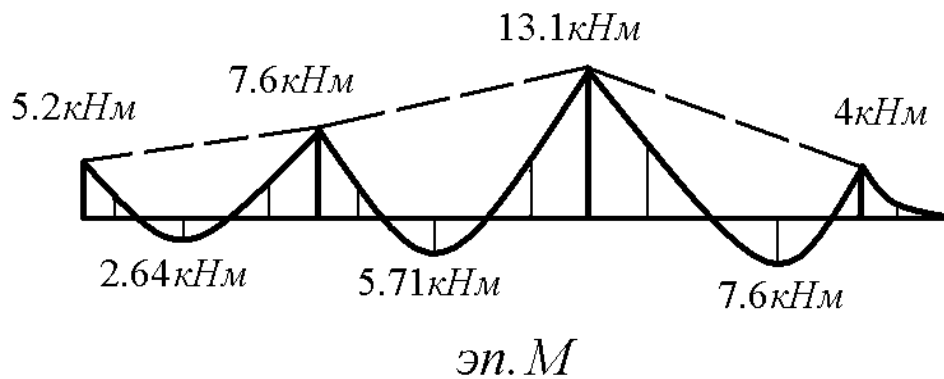


Рисунок 6. – Окончательная эпюра моментов

Тогда окончательная эпюра поперечных сил имеет вид, показанный на рисунке 7.

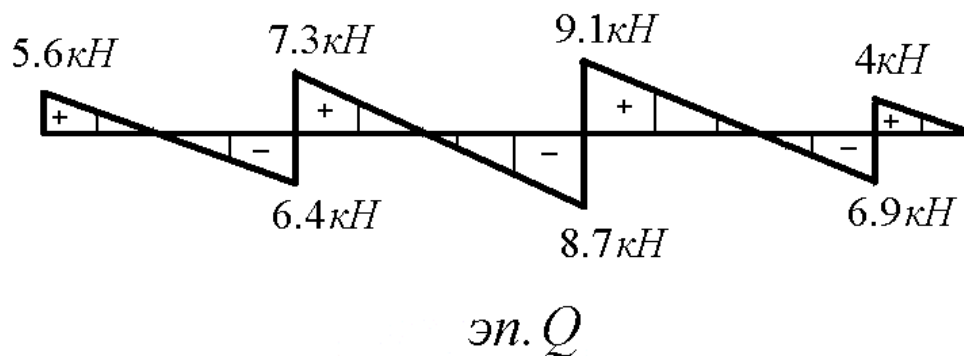


Рисунок 7. – Окончательная эпюра поперечных сил

С помощью эпюры  $Q$  определяем опорные реакции:

$$R_1 = 5.6 \text{ кН};$$

$$R_2 = 13.7 \text{ кН};$$

$$R_3 = 17.8 \text{ кН};$$

$$R_4 = 10.9 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения опорных реакций в соответствии со схемой балки, показанной на рисунке 8, составим уравнение проекций на ось  $y$

$$\sum y = 0; \quad 5.6 + 13.7 + 17.8 + 10.9 - 2 \cdot 24 = 48 - 48 = 0$$

и уравнение моментов относительно заделки

$$\sum M_1 = 0; \quad -5.2 - 13.7 \cdot 6 - 17.8 \cdot 14 - 10.9 \cdot 22 + 2 \cdot 24 \cdot 12 = -576.4 + 576 = -0.4.$$

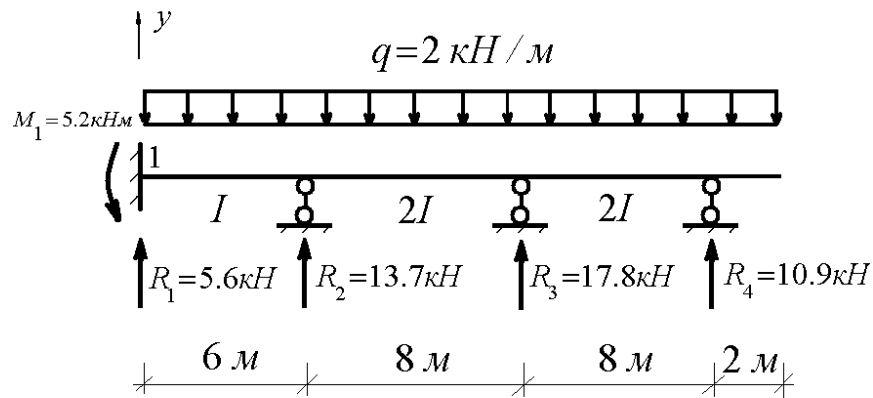


Рисунок 8. – Схема балки с опорными реакциями

Полученная погрешность

$$\frac{0.4}{576} 100\% = 0.07\%$$

существенно меньше допустимой погрешности инженерных расчетов.

### 3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

При изучении строительной механики важную роль играет адекватная самостоятельная оценка приобретенных знаний и умений. Наиболее рационально это можно осуществлять с помощью самотестирования. Для его проведения в пособии содержатся:

- тестовые задания первого уровня, позволяющие проверить понимание и усвоение основных понятий, принципов, терминов изученного модуля;
- тестовые задания второго уровня, позволяющие проверить умение решать типовые задачи модуля.

В представленных тестовых заданиях первого уровня использованы следующие их виды:

- задания закрытой формы;
- задания на установление соответствия;
- задания на установление правильной последовательности;
- задания открытой формы.

В тестовых заданиях закрытой формы необходимо выбрать правильный ответ из представленных вариантов ответов. Возможны две разновидности таких заданий: с выбором одного правильного ответа, с выбором нескольких правильных ответов.

В тестовых заданиях на установление соответствия нужно указать связь между элементами двух столбцов – задающего столбца и столбца выбора. Элементы задающего столбца располагаются слева, а элементы столбца выбора – справа. Правый столбец содержит элементов больше, чем левый, и все его элементы являются истинными высказываниями.

В тестовых заданиях на установление последовательности нужно восстановить правильную последовательность некоторых действий, приведенных произвольным образом.

В тестовых заданиях открытой формы требуется дописать правильный ответ, связанный с определенным понятием, принципом или термином.

В тестовых заданиях второго уровня необходимо показать умение решать стандартные задачи, связанные с определением степени статической неопределимости плоских стержневых конструкций.



### **3.1 Тестовые задания первого уровня**

#### **1.1. Что такое левый моментный фокус?**

1. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.
2. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева.
3. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки с двух сторон от него.
4. Нулевая точка на эпюре моментов в первом загруженном пролете неразрезной балки.
5. Нулевая точка на эпюре моментов в последнем загруженном пролете неразрезной балки.

#### **1.2. Что такое правый моментный фокус?**

1. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.
2. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева.
3. Нулевая точка на эпюре моментов в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки с двух сторон от него.
4. Нулевая точка на эпюре моментов в первом загруженном пролете неразрезной балки.
5. Нулевая точка на эпюре моментов в последнем загруженном пролете неразрезной балки.

#### **1.3 Что такое левое моментное фокусное отношение?**

1. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.
2. Абсолютная величина отношения меньшего опорного момента к большему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.
3. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева от него.
4. Абсолютная величина отношения меньшего опорного момента к большему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева от него.
5. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки с двух сторон от него.

#### **1.4 Что такое правое моментное фокусное отношение?**

1. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.

2. Абсолютная величина отношения меньшего опорного момента к большему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки справа от него.

3. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева от него.

4. Абсолютная величина отношения меньшего опорного момента к большему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки слева от него.

5. Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему в незагруженном пролете неразрезной балки при расположении нагрузки с двух сторон от него.

#### **1.5 В каком диапазоне изменяются значения левого моментного фокусного отношения?**

1.  $2 \leq k \leq \infty$ .

2.  $2 < k \leq \infty$ .

3.  $2 \leq k < \infty$ .

4.  $2 < k < \infty$ .

5.  $1 \leq k \leq \infty$ .

#### **1.6 В каком диапазоне изменяются значения правого моментного фокусного отношения?**

1.  $2 \leq k \leq \infty$ .

2.  $2 < k \leq \infty$ .

3.  $2 \leq k < \infty$ .

4.  $2 < k < \infty$ .

5.  $1 \leq k \leq \infty$ .

#### **1.7 Сколько фокальных свойств у опорных моментов в незагруженном пролете?**

1. 1.

2. 2.

3. 3.

4. 4.

5. 5.

**1.8 Уравнения трех моментов при расчете на действие нагрузки – это:**

1. Система линейных неоднородных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
2. Система линейных неоднородных алгебраических уравнений.
3. Система линейных однородных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
4. Система линейных однородных алгебраических уравнений.
5. Система нелинейных алгебраических уравнений.

**1.9 Уравнения трех моментов при расчете на действие осадки опор – это:**

1. Система линейных неоднородных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
2. Система линейных неоднородных алгебраических уравнений.
3. Система линейных однородных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
4. Система линейных однородных алгебраических уравнений.
5. Система нелинейных алгебраических уравнений.

**1.10 Каким методом решаются уравнения трех моментов при расчете на действие нагрузки?**

1. Методом прогонки.
2. Методом Гаусса.
3. Методом итерации.
4. Методом обратной матрицы.
5. Методом Крамера.

**1.11 Каким методом решаются уравнения трех моментов при расчете на действие осадки опор?**

1. Методом прогонки.
2. Методом Гаусса.
3. Методом итерации.
4. Методом обратной матрицы.
5. Методом Крамера.

**1.12 Что описывает объемлющая эпюра изгибающих моментов неразрезной балки?**

1. Распределение экстремальных значений изгибающих моментов от действия временной нагрузки по длине балки.

2. Распределение максимальных значений изгибающих моментов от действия временной нагрузки по длине балки.

3. Распределение минимальных значений изгибающих моментов от действия временной нагрузки по длине балки.

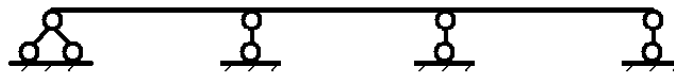
4. Распределение максимальных значений изгибающих моментов от действия постоянной нагрузки по длине балки.

5. Распределение минимальных значений изгибающих моментов от действия постоянной нагрузки по длине балки.

### 3.2 Тестовые задания второго уровня

**2.1. Определите степень полной, внешней и внутренней статической для следующих стержневых конструкций и сделайте заключение о ее разновидности**

2.1.1



1 –  $I = ?$

2 –  $I_1 = ?$

3 –  $I_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

2.1.2



1 –  $I = ?$

2 –  $I_1 = ?$

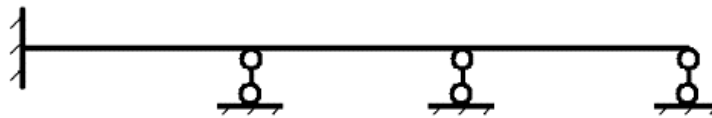
3 –  $I_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

2.1.3



1 –  $I = ?$

2 –  $I_1 = ?$

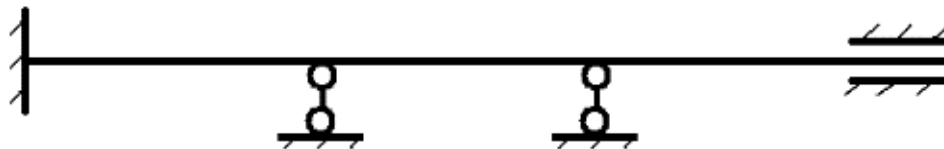
3 –  $I_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

2.1.4



1 –  $I = ?$

2 –  $I_1 = ?$

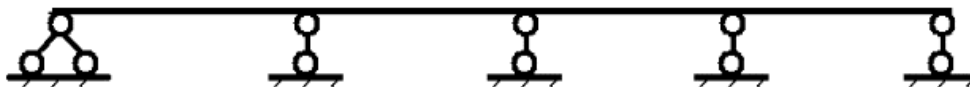
3 –  $I_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

2.1.5



1 –  $I = ?$

2 –  $I_1 = ?$

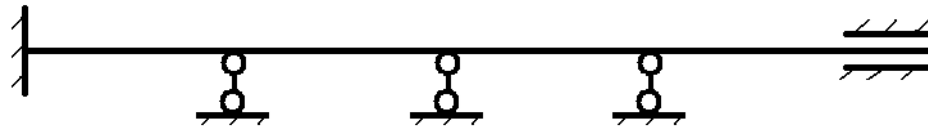
3 –  $I_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

## 2.1.6



1 –  $L = ?$

2 –  $L_1 = ?$

3 –  $L_2 = ?$

4 – статически неопределимая система общего вида;

5 – внешне статически неопределимая система;

6 – внутренне статически неопределимая система.

## 3.3 Ответы на тестовые задания первого и второго уровней<sup>1</sup>

1.1 – **1;**

1.2 – **2;**

1.3 – **1;**

1.4 – **3;**

1.5 – **5;**

1.6 – **5;**

1.7 – **4;**

1.8 – **1;**

1.9 – **1;**

1.10 – **1;**

1.11 – **1;**

1.12 – **1.**

2.1.1 –  $L = 2$   $L_1 = 2$   $L_2 = 0$ , **5;**

2.1.2 –  $L = 2$   $L_1 = 2$   $L_2 = 0$ , **5;**

2.1.3 –  $L = 3$   $L_1 = 3$   $L_2 = 0$ , **5;**

2.1.4 –  $L = 4$   $L_1 = 4$   $L_2 = 0$ , **5;**

2.1.5 –  $L = 3$   $L_1 = 3$   $L_2 = 0$ , **5;**

2.1.6 –  $L = 5$   $L_1 = 5$   $L_2 = 0$ , **5.**

---

<sup>1</sup> Ответы выделены полужирным шрифтом.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Учебно-нормативные документы

1. Промышленное и гражданское строительство : ОСВО 1-70 02 01-2013, утв. 30.08.2013. – Минск : БНТУ, 2013.
2. Строительная механика : тип. учеб. программа, рег. № ТД-Ј.066 / тип, утв. 30.06.2010. – Минск, 2010.
3. Строительная механика : учеб. программа, рег. №03/15/уч., утв. 01.07.2015.

### Учебная литература основная

4. Борисевич, А. А. Строительная механика: учебное пособие для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Минск : БНТУ, 2009. – 756 с.
5. Дарков, А.В. Строительная механика : учеб. для вузов. / А. В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб. : Изд. Лань, 2010. – 656 с.
6. Строительная механика. Стержневые системы : учеб. для вузов / А.Ф. Смирнов [и др.] ; под ред. А.Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1981. – 512 с.
7. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений : учеб. для вузов / А.Ф. Смирнов [и др.] ; под ред. А.Ф. Смирнова. – М. : Стройиздат, 1984. – 416 с.
8. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат. – М. : Высшая школа, 1972. – 320 с.
9. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Статика стержневых систем / Под ред. Г. К. Клейна. – М. : Высшая школа, 1980. – 384 с.
10. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – 224 с. – Ч. 1: Статически определимые системы.
11. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2009. – 200 с. – Ч. 2: Статически неопределимые системы.
12. Турищев, Л. С. Строительная механика : учеб.-метод. комплекс : в 3 ч. / Л. С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2010. – 136 с. – Ч. 3: Основы динамики и устойчивости сооружений.
13. Турищев Л.С. Введение в строительную механику : электронное пособие для организации самостоятельной работы студентов / Л.С. Турищев. – Новополоцк : ПГУ, 2016. – 56 с.

### Учебная литература дополнительная

14. Рабинович, И.М. Основы строительной механики стержневых систем / И. М. Рабинович. – М. : Госстройиздат, 1960. – 520 с.

15. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учеб. для вузов / А. Е. Саргсян, А. Т. Демченко, Н. В. Дворянчиков, Г. А. Джинчвелашвили ; под ред. А. Е. Саргсяна. – М. : Высш. шк., 2000. – 416 с.

16. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н.И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М. : Высшая школа, 1987. – 264 с.

17. Кузьмин, В.А. Сборник задач по курсу строительной механики / В. А. Кузьмин, В. Г. Рекач, Г. И. Розенблат ; под ред. И.М. Рабиновича. – М. : Госстройиздат, 1963. – 331 с.

18. Строительная механика в примерах и задачах / Под ред. В. А. Киселева. – М. : Стройиздат, 1986. – 387с.

### Интернет-ресурсы

19. Учебные курсы для студентов по сопротивлению материалов и строительной механики [Электронный ресурс] – Режим доступа : [http://mysopromat.ru/uchebnye\\_kursy/](http://mysopromat.ru/uchebnye_kursy/). – Дата доступа : 14.03.2021.

20. Сайт кафедры строительной механики БелГУТ с учебными материалами по строительной механике [Электронный ресурс] – Режим доступа : <http://mechanika.bsut.by/>. – Дата доступа : 02.02.2021.



Краткие справочные сведения по математике,  
связанные с содержанием изучаемого модуля<sup>2</sup>

**Величина** – характеристика объекта (предмета или процесса), которую можно численно измерить. Величина может быть скалярной и векторной.

**Скалярная величина (скаляр)**<sup>3</sup> – величина, результат измерения которой характеризуется одним числом.

**Абсолютная величина (модуль)** – само числовое значение величины, если оно положительное, или числовое значение величины, взятое со знаком «плюс», если оно отрицательное.

**Единица измерения** – скалярная величина, результат измерения которой есть число 1.

**Размерность величины** – единица измерения, через которую эта величина выражена.

**Безразмерная величина** – отношение двух величин одинаковой размерности.

**Постоянная величина (константа)** – величина, принимающая одно определенное числовое значение.

**Переменная величина** – величина, принимающая различные числовые значения.

**Параметр** – постоянная величина, характеризующая некоторый объект, процесс или явление, которая может изменяться в зависимости от рассматриваемых условий.

**Непрерывная переменная величина** – величина, принимающая все значения, заключенные между некоторыми границами.

**Дискретная переменная величина** – величина, принимающая отдельные значения, заключенные между некоторыми границами.

**Область изменения переменной величины** – совокупность значений, которые может принимать величина.

**Числовая ось** – прямолинейная ось с выбранным положительным направлением, началом отсчета, шкалой (равномерной или неравномерной) и единицей масштаба для наглядного изображения числового значения величины в виде точки на оси.

<sup>2</sup> Составлены с использованием учебного пособия для студентов технических вузов: Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике / А.Д. Мышкис. – СПб. : Издательство «Лань», 2007.

<sup>3</sup> Далее скалярная величина называется просто величиной.

**Функция** – закон (правило), по которому значениям одних переменных величин (независимая переменная  $x$ ) соответствуют значения других переменных величин (зависимая переменная  $y$ ). Независимая переменная называется аргументом функции, а зависимая переменная – значением функции.

**Область определения функции** – совокупность значений независимой переменной  $x$ , при которых эта функция определена.

**Способы задания функции** – аналитический, табличный, графический, компьютерной программой.

**Плоская декартова система координат** – две взаимно перпендикулярные числовые оси с началом отсчета в точке их пересечения. Горизонтальная числовая ось, направленная слева направо, называется осью абсцисс и, обычно, это ось независимой переменной  $x$ . Вертикальная числовая ось, направленная снизу вверх, называется осью ординат и, обычно, это ось зависимой переменной  $y$ .

**Векторная величина (вектор)** – величина, результат измерения которой характеризуется не только числом, но и направлением в пространстве.

**Модуль вектора** – положительная скалярная величина, характеризующая длину вектора.

**Проекция вектора на ось** – направленный отрезок оси между основаниями перпендикуляров, опущенных из начала и конца вектора на ось

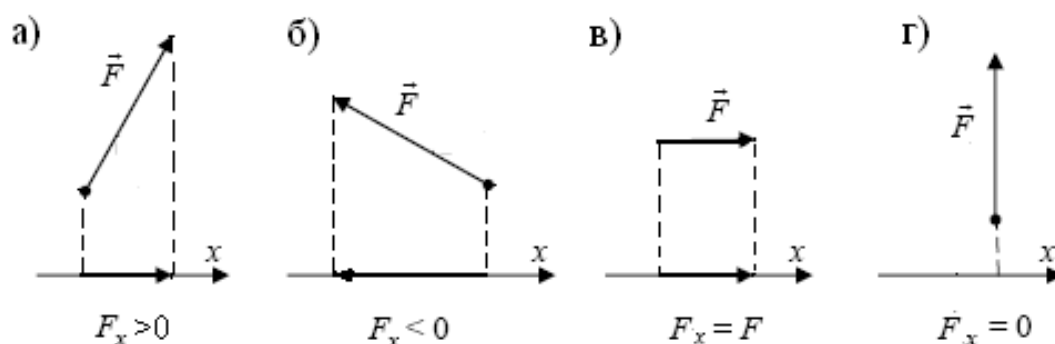


Рисунок 9. – К понятию проекции вектора на ось

Величина проекции вектора есть скаляр, равна длине отрезка, и может быть положительной или отрицательной. Она берется со знаком «+», если направление отрезка совпадает с положительным направлением оси (рисунок 9, а), в противном случае она берется со знаком «-» (рисунок 9, б).

Если вектор параллелен оси, то он проецируется на эту ось в натуральную величину (рисунок 9, в). Если вектор перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю (рисунок 9, г).

**Матрица** – прямоугольная таблица, составленная из вещественных чисел и имеющая в общем случае вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Размеры матрицы характеризуются количеством строк и столбцов и записываются в виде  $m \times n$ .

**Квадратная матрица** – матрица, у которой число строк  $m$  равняется числу столбцов  $n$ .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{nn} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Вместо термина «размеры» для такой матрицы применяется термин «порядок» и для матрицы  $\mathbf{A}$  он равен  $n$ .

**Нулевая матрица** – матрица, у которой все элементы равны нулю.

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

**Диагональная матрица** – квадратная матрица, у которой равны нулю все элементы, стоящие вне главной (левой) диагонали.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

**Единичная матрица** – диагональная матрица, у которой все диагональные элементы равны единице. Обычно обозначается буквой  $\mathbf{E}$ .

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

**Матрица-столбец (вектор)** – матрица, у которой число столбцов  $n=1$ .

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$$

Второй индекс у элементов в этом случае опускается.

**Матрица-строка** – матрица, у которой число строк  $m=1$ .

$$\mathbf{a} = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)$$

В этом случае у элементов опускается первый индекс.

**Система линейных алгебраических уравнений**

– скалярная форма записи

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1;$$

.....

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n;$$

– матричная форма записи

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix};$$

или

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}.$$

Краткие справочные сведения по физике,  
связанные с содержанием изучаемого модуля<sup>4</sup>

**Механическое движение** – процесс изменения взаимного расположения материальных тел или их частей в пространстве с течением времени.

**Механическое воздействие** – воздействие одного тела на другое, вызывающее деформацию тела или его ускорение при механическом движении или одновременно и то и другое.

**Сила (внешняя сила)** – векторная величина, которая является мерой механического воздействия на тело со стороны другого тела.

**Деформация тела** – изменение размеров и формы материального тела под действием внешних сил.

**Упругая деформация** – деформация тела, исчезающая после снятия внешних сил.

**Пластическая (остаточная) деформация** – деформация, сохраняющаяся в теле, после прекращения действия внешних сил.

**Внутренние силы** – силы взаимодействия между атомами тела, возникающие при его деформации вследствие смещения атомов из равновесных положений в узлах кристаллической решетки. Эти силы носят дискретный характер (являются дискретными переменными величинами) и имеют электромагнитную природу.

**Силы упругости** – внутренние силы, возникающие в теле при его упругой деформации.

**Тело отсчета** – тело, по отношению к которому рассматривается механическое движение прочих тел.

**Система отсчета** – тело отсчета вместе со связанной с ним системой координат.

**Инерциальная система отсчета** – система отсчета, которая может покоиться или двигаться только равномерно и прямолинейно.

**Первый закон Ньютона (закон инерции<sup>5</sup>)** – существуют системы отсчета, в которых всякое материальное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока при воздействии со стороны других тел это состояние не изменится.

<sup>4</sup> Составлены с использованием учебного пособия для студентов технических вузов: Макаренко Г. М. Курс общей физики / Г.М. Макаренко. – Минск : Издательство «Дизайн ПРО», 2003.

<sup>5</sup>Впервые был сформулирован Галилеем.

**Инертность** – свойство материальных тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

**Второй закон Ньютона** – ускорение, которое материальное тело приобретает в инерциальной системе отсчета, пропорционально действующей на тело силе, обратно пропорционально массе тела и по направлению совпадает с силой.

**Масса** – физическая величина, характеризующая инерционные и гравитационные свойства материальных тел.

**Третий закон Ньютона** – всякое действие материальных тел друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные тела, всегда равны по модулю, противоположно направлены, действуют вдоль прямой, соединяющей точки их приложения, и приложены к разным телам.

**Сила тяжести** – сила, с которой материальное тело притягивается к Земле.

**Вес тела** – сила, с которой тело, притягиваясь к Земле, действует на горизонтальную опору или натягивает нить вертикального подвеса. Вес тела равен силе тяжести, когда ускорение тела относительно Земли равно нулю.

**Ускорение свободного падения** – ускорение, с которым все тела падают в определенном месте под действием силы притяжения к Земле. Оно не зависит от массы тела, но зависит от высоты тела над поверхностью Земли. Вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения примерно одинаково и равно  $9.81 \text{ м/с}^2$ .

**Краткие справочные сведения по теоретической механике,  
связанные с содержанием изучаемого модуля**

**Абсолютно твердое тело**<sup>6</sup> – материальное тело, у которого под действием приложенных к нему сил не возникают деформации.

**Материальная точка** – частный случай тела, размеры которого малы или ими можно пренебречь по сравнению с размерами других тел или расстояниями между ними.

**Кинематические состояния тела** – два состояния тела – равновесие или движение определенного характера.

**Равновесие тела** – неподвижность (покой) тела относительно Земли.

**Свободное тело** – тело, которое может перемещаться в пространстве в любом направлении.

**Связи тела** – другие тела, с которыми соприкасается или на которые опирается рассматриваемое тело и которые ограничивают свободу его движения. Принято говорить, что связи наложены на тело.

**Несвободное тело** – тело, движение которого ограничено наложенными связями.

**Активные силы (внешние силы)** – все приложенные к телу силы, кроме сил, действующих со стороны связей.

**Реактивные силы (реакции связей)** – силы, с которыми связи действуют на тело. Направлены реакции всегда в сторону, противоположную той, куда связь не даёт телу перемещаться.

**Принцип освобожденности тел от связей** – несвободное тело можно рассматривать как свободное, на которое, кроме задаваемых внешних сил, действуют реакции связей.

**Динамика** – раздел теоретической механики, в котором изучаются законы движения материальных тел в зависимости от действующих на них сил.

**Дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых осях координат** – система обыкновенных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка. В декартовой системе координат такие уравнения имеют вид

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum F_{ix}; \\ m\ddot{y} = \sum F_{iy}; \\ m\ddot{z} = \sum F_{iz}. \end{cases}$$

<sup>6</sup> В дальнейшем для краткости называемое просто тело.

**Первая задача динамики материальной точки** – зная массу материальной точки и уравнения её движения, например, в декартовой системе координат, найти модуль и направление равнодействующей сил, приложенных к точке.

$$\begin{cases} x = f_1(t), \\ y = f_2(t), \\ z = f_3(t), \end{cases}$$

**Вторая задача динамики материальной точки** – зная силы, действующие на материальную точку, её массу, а также начальное положение точки и её начальную скорость, найти уравнения движения точки.

**Свободные колебания материальной точки** – колебания материальной точки, совершающиеся под действием восстанавливающей силы с учетом или без учета сил сопротивления движению.

**Вынужденные колебания материальной точки** – колебания материальной точки, совершающиеся под действием восстанавливающей силы и возмущающей силы с учетом или без учета сил сопротивления движению.

**Гармонические колебания материальной точки** – свободные колебания материальной точки, совершающиеся под действием линейной восстанавливающей силы.

**Механическая система материальных точек (тел)** – совокупность точек (тел), в которой положение или движение каждой точки (тела) зависят от положения и движения всех остальных.

**Свободная механическая система материальных точек (тел)** – система, в которой движение точек (тел) не ограничено никакими связями, а определяется лишь действующими на эти точки (тела) силами.

**Момент инерции механической системы относительно оси** – скалярная величина, равная сумме произведений масс всех точек системы на квадраты их расстояний до этой оси.



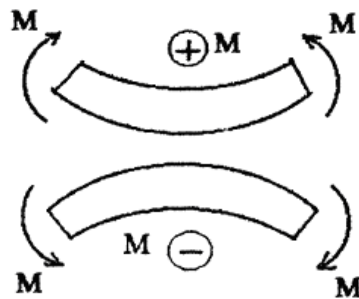
**Краткие справочные сведения по сопротивлению материалов,  
связанные с содержанием изучаемого модуля<sup>7</sup>**

**Порядок построения эпюр внутренних усилий при поперечном изгибе балок:**

1. Определить опорные реакции балки.
2. Получить аналитические выражения для  $M$  и  $Q$  на каждом участке балки.
3. Определить значения  $M$  и  $Q$  в характерных точках каждого участка – начало и конец участка, точках экстремума.
4. Отложить в некотором масштабе на двух осях эпюр найденные характерные значения  $M$  и  $Q$  перпендикулярно оси балки и соединить концы полученных ординат в соответствии с законом изменения  $M$  или  $Q$  на каждом участке.

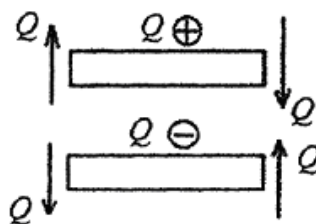
**Правила знаков внутренних усилий при построении эпюр в балках:**

*Изгибающий момент* считается положительным, если он в соответствующем сечении растягивает нижние волокна, в противном случае он считается отрицательным



Эпюра изгибающих моментов строится на каждом участке со стороны растянутого волокна и знаки на эпюре  $M$  не ставятся.

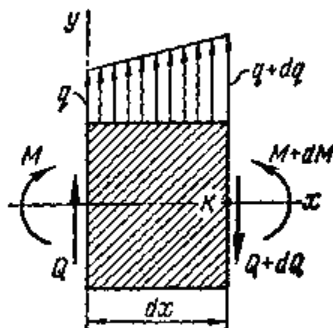
*Поперечная сила* считается положительной, если она вращает прилегающую часть по часовой стрелке, в противном случае она считается отрицательной



<sup>7</sup> Составлены с использованием учебно-методического комплекса для студентов строительных специальностей: Родионов, В.К. Сопротивление материалов / В.К. Родионов, Л.С. Турищев. – Новополюцк : ПГУ, 2010.

Положительные ординаты поперечной силы откладываются на оси вверх, отрицательные – вниз. Знаки на эпюре  $Q$  ставятся обязательно.

**Дифференциальные зависимости Журавского** – зависимости вытекают из условий равновесия элементарного участка балки при поперечном изгибе



и связывают между собой интенсивность распределенной нагрузки  $q$ , поперечную силу  $Q$  и изгибающий момент  $M$  следующими двумя функциональными соотношениями:

1. Первая производная от поперечной силы по абсциссе сечения равна интенсивности распределенной нагрузки

$$\frac{dQ}{dx} = q$$

2. Первая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения равна поперечной силе

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

Отсюда следует, что тангенс угла  $\alpha_M$  между касательной к линии, ограничивающей эпюру  $M$ , и осью эпюры равен поперечной силе

$$\operatorname{tg} \alpha_M = Q$$

**Правила контроля правильности построения эпюр  $M$  и  $Q$  в балках** – из полученных дифференциальных зависимостей вытекают следующие правила, позволяющие осуществлять контроль над правильностью построения эпюр  $M$  и  $Q$  в балках:

– если на некотором участке действует распределенная нагрузка с интенсивностью  $q = \text{const}$ , то на этом участке эпюра  $Q$  ограничена наклонной прямой линией, а эпюра  $M$  ограничена параболой, выпуклость которой направлена в сторону действия нагрузки (правило паруса);

– если на некотором участке распределенная нагрузка отсутствует, то на этом участке эпюра  $Q$  ограничена прямой линией параллельной оси эпюры, а эпюра  $M$  ограничена наклонной прямой линией;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила положительная, то ординаты эпюры изгибающего момента на этом участке возрастают слева направо;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила отрицательная, то ординаты эпюры изгибающего момента на этом участке убывают слева направо;

– если на некотором участке эпюры поперечная сила имеет постоянное значение, то эпюра моментов на этом участке ограничена прямой линией. При  $Q \neq 0$  эта линия наклонена к оси эпюры  $M$  под некоторым углом, а при  $Q = 0$  она параллельна оси эпюры;

– если в некотором сечении поперечная сила равняется нулю, то ордината на эпюре изгибающего момента в этом сечении принимает экстремальное значение (максимальное или минимальное), а касательная к линии, ограничивающей эпюру  $M$ , в этом сечении параллельна оси эпюры;

– если в некотором сечении приложена сосредоточенная сила, то на эпюре  $Q$  в этом месте имеется скачок (разрыв 1-го рода), а линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются с переломом (не имеют в точке сопряжения общей касательной), который направлен в сторону действия нагрузки (правило паруса);

– если на границе соседних участков эпюра  $Q$  не имеет скачка, то линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются без перелома, т. е. имеют в точке сопряжения общую касательную;

– если в некотором сечении приложена сосредоточенная пара с моментом  $M$ , то на эпюре  $M$  в этом месте имеется скачок (разрыв 1-го рода). Направление скачка зависит от направления пары сил. Если она в сечении растягивает нижние волокна, то скачок направлен вниз, в противном случае – вверх. На очертание эпюры  $Q$  наличие пары сил в сечении никак не влияет.

## ГЛОССАРИЙ МОДУЛЯ

<b><i>Статически неопределимая система</i></b>	Стержневая конструкция, у которой уравнений статики недостаточно для однозначного определения опорных реакций и внутренних усилий, возникающих в конструкции при произвольной статической нагрузке
<b><i>Степень статической неопределимости</i></b>	Количество лишних связей в конструкции, которые можно удалить, сохраняя ее геометрическую неизменяемость
<b><i>Степень внешней статической неопределимости</i></b>	Число лишних связей в опорных закреплениях конструкции
<b><i>Степень внутренней статической неопределимости</i></b>	Число лишних связей внутри конструкции
<b><i>Неразрезная балка</i></b>	Статически неопределимая балка, имеющая более двух опор
<b><i>Типовая жесткость</i></b>	Изгибная жесткость любого пролета неразрезной балки, принятая за базовую для сравнения с изгибными жесткостями остальных пролетов
<b><i>Приведенная длина пролета</i></b>	Длина пролета неразрезной балки, умноженная на соотношение типовой жесткости к изгибной жесткости пролета
<b><i>Фокальные свойства</i></b>	Свойства, описывающие закономерности в распределении изгибающих моментов в незагруженных пролетах неразрезной балки при расположении нагрузки с одной стороны по отношению к незагруженным пролетам

***Левый моментный фокус***

Инвариантная нулевая точка на эпюре моментов незагруженного пролета при расположении нагрузки справа от этого пролета

***Правый моментный фокус***

Инвариантная нулевая точка на эпюре моментов незагруженного пролета при расположении нагрузки слева от этого пролета

***Моментное фокусное отношение***

Абсолютная величина отношения большего опорного момента к меньшему опорному моменту этого пролета при расположении нагрузки с одной стороны

***Объемлющая эпюра***

График, описывающий распределение экстремальных значений внутреннего усилия от действия временной нагрузки по длине неразрезной балки