

УДК 621.793.74

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «АККОМОДАЦИИ ДЕФОРМАЦИЙ»
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ПЛАЗМЕННЫХ ПОКРЫТИЙ**

д-р техн. наук, проф. С.П. КУНДАС

*(Международный государственный экологический университет им. А.Д. Сахарова, Минск),
Д.В. МАРКОВНИК*

(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

Рассмотрены математические модели формирования напряжений и деформаций в плазменных покрытиях. Для аналитического описания напряжений и деформаций и повышения эффективности конечно-элементного моделирования предложено использовать метод аккомодации деформаций.

Введение. Для повышения износостойкости деталей машин и механизмов широкое применение находят покрытия, наносимые плазменными методами [1]. Плазменное напыление покрытий, по сравнению с другими газотермическими методами, обладает следующими достоинствами: универсальностью, легкостью управления процессом получения покрытия, сохранением особенностей структуры и свойств материала основы. Однако возникающие в процессе нанесения покрытий и эксплуатации деталей напряжения (за счет термоциклирования, различия упругих и пластических свойств, коэффициентов термического расширения и теплопроводности покрытия и основания) могут привести к возникновению трещин и отслоениям. Поэтому задача моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) и прогнозирования возможных мест возникновения трещин является актуальной для технологии плазменного напыления.

Анализ напряженно-деформированного состояния системы «покрытие - основание» при воздействии дополнительных нагрузок или при их отсутствии аналитическими методами может быть проведен только для деталей простейшей формы. Для деталей сложной формы и в случае, если характер последующего нагружения является сложным, эффективно использование численных методов, в частности метода конечных элементов (МКЭ). В свою очередь применение МКЭ для предсказания возникновения, развития и распространения конечного числа трещин во всем покрытии требует большого количества повторяющихся вычислений. Поэтому некоторыми исследователями были сделаны попытки применения в вычислениях метода Монте-Карло, хотя полученные таким образом зависимости не могут использоваться как количественные характеристики процесса трещинообразования в реальных деталях [2-4]. Причина такого вывода заключена в том, что свойства материалов и параметры механики разрушения покрытия, основания и интерфейсного слоя не рассматриваются прямо при применении метода Монте-Карло.

В нашей работе рассмотрена возможность применения комбинированного метода анализа НДС, который включает в себя как аналитический способ расчета деформаций, возникающих в плазменных покрытиях, так и метод конечных элементов.

Анализ напряженно-деформированного состояния системы «покрытие – основание». Модель, на основе которой проводится анализ напряжений и деформаций, возникающих в покрытии, интерфейсном слое и основании, схематично представлена на рис. 1. Пространство, в котором могут возникать трещины, представлено в виде прямоугольника со сторонами $2L_x$ и $2L_y$, причем начало системы координат находится в центре указанного прямоугольника.

В общем случае предположим, что на исследуемую систему действуют двухосное нагружение и температурный градиент. Исходя из этого можно записать выражения для расчета деформации в направлениях x и y в следующем виде:

$$\varepsilon_{x1} = (\sigma_{x1} - \nu_1 \sigma_{y1}) / E_1 + \alpha_1 \Delta T; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{y1} = (\sigma_{y1} - \nu_1 \sigma_{x1}) / E_1 + \alpha_1 \Delta T, \quad (2)$$

где E_1, ν_1 и α_1 – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и коэффициент термического расширения покрытия соответственно.

В правой части уравнений первая составляющая учитывает деформации основания под действием прилагаемого двухосного напряжения, вторая – термическую деформацию.

Для нахождения напряжений в направлениях x и y используются следующие дифференциальные уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{x1}(x, y)}{\partial x^2} - \omega^2 \sigma_{x1}(x, y) + \omega^2 \{ \nu_1 \sigma_{y1}(x, y) + E_1 (\varepsilon_{x2} - \alpha_1 \Delta T) \} = 0; \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_{y1}(x, y)}{\partial y^2} - \omega^2 \sigma_{y1}(x, y) + \omega^2 \{ \nu_1 \sigma_{x1}(x, y) + E_1 (\varepsilon_{y2} - \alpha_1 \Delta T) \} = 0; \tag{4}$$

$$\omega^2 \equiv 2G_2 / E_1 B_1 z_0, \tag{5}$$

где ε_{x2} и ε_{y2} – деформации в основании в направлениях x и y ; B_1 – толщина покрытия; z_0 – расстояние от границы «покрытие – основание» до некоторой точки в основании, ниже которой влияние приходящих ламелей пренебрежимо мало; G_2 – модуль сдвига основания, который зависит от модуля Юнга E_e и коэффициента Пуассона ν_2 покрытия и может быть записан в следующем виде:

$$G_2 = E_e / 2(1 + \nu_2). \tag{6}$$

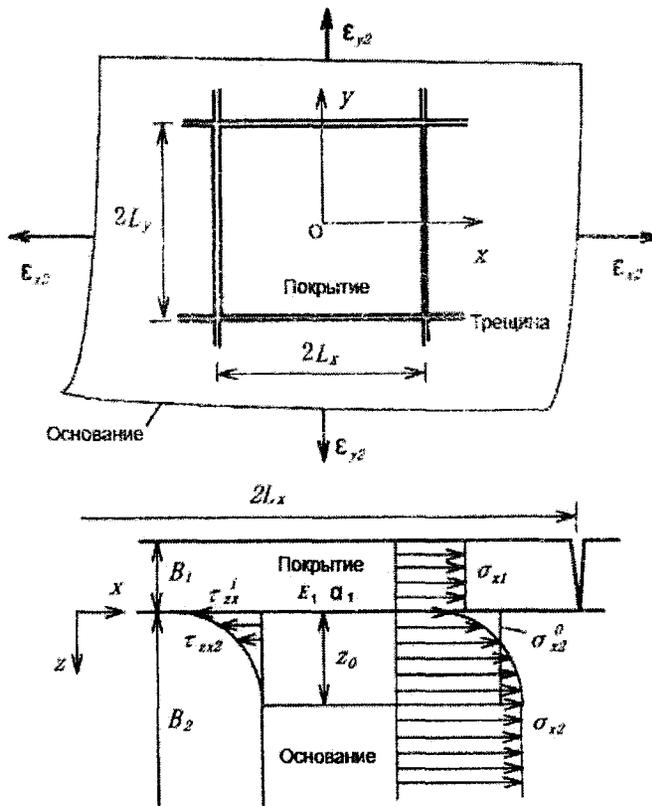


Рис. 1. Аналитическая модель НДС системы «покрытие – основание» с учетом трещинообразования

Решая уравнения (3) и (4), получаем выражения в следующем виде:

$$\sigma_{x1}(x, y) = \frac{E_1 C_x}{1 - \nu_1^2} \left\{ \begin{aligned} & 1 + \frac{C_y \nu_1 \cosh(k_x a x) \cosh(k_y a y)}{C_x \cosh(k_x \omega L_x) \cosh(k_y \omega L_y)} - \frac{\cosh(\sqrt{1 - \nu_1^2} a x)}{\cosh(\sqrt{1 - \nu_1^2} \omega L_x)} \\ & - \frac{C_y \nu_1 \cosh(\sqrt{1 - \nu_1^2} a y)}{C_x \cosh(\sqrt{1 - \nu_1^2} \omega L_y)} \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

$$\sigma_{y1}(x, y) = \sigma_{x1}(x \rightarrow y, y \rightarrow x);$$

$$\omega \equiv \sqrt{2G_2/E_1 B_1 z_0}; \quad C_x \equiv (\varepsilon_{x2} + \nu_1 \varepsilon_{y2}) - (1 + \nu_1) \alpha_1 \Delta T; \quad C_y = C_x(x \rightarrow y, y \rightarrow x); \quad (8)$$

$$k_x = \sqrt{(1 - \nu_1^2)(\varepsilon_{y2} - \alpha_1 \Delta T)/C_y}; \quad k_y = k_x(x \rightarrow y, y \rightarrow x).$$

Анализ выражений (7) показывает, что в момент времени, когда образование трещины еще не произошло, величины L_x и L_y стремятся к бесконечности ($L_x \rightarrow \infty, L_y \rightarrow \infty$), и указанные зависимости можно переписать в следующем виде:

$$\sigma_{x1}(x, y) = \frac{E_1 C_x}{1 - \nu_1^2}; \quad \sigma_{y1}(x, y) = \frac{E_1 C_y}{1 - \nu_1^2}. \quad (9)$$

Уравнения (9) показывают, что величины σ_{x1} и σ_{y1} линейно зависят от величин C_x и C_y , которые в свою очередь включают в себя деформации основания в направлениях x и y (ε_{x2} и ε_{y2}) и параметр ΔT .

Таким образом, величины C_x и C_y представляют собой «преобразованную термическую деформацию».

Аналогичным образом можно записать касательные напряжения в направлениях x и y вдоль границы раздела между покрытием и основанием τ_{zx}^i и τ_{zy}^i , используя следующие уравнения [5]:

$$\tau_{zx}^i = \frac{\omega B_1 E_1 C_x}{1 - \nu_1^2} \left\{ \frac{C_y \nu_1 k_x \sinh(k_x \omega x) \cosh(k_y \omega y)}{C_x \sinh(k_x \omega L_x) \cosh(k_y \omega L_y)} - \frac{\sqrt{1 - \nu_1^2} \sinh(\sqrt{1 - \nu_1^2} \omega x)}{\cosh(\sqrt{1 - \nu_1^2} \omega L_x)} \right\}; \quad (10)$$

$$\tau_{zy}^i \equiv \tau_{zx}^i(x \rightarrow y, y \rightarrow x).$$

Условия возникновения трещин и отслоения покрытий. Вопрос определения условий, при которых начинают проявляться процессы трещинообразования и отслоения в пламенных покрытиях, нашел свое отражение в работах различных авторов [6 – 8]. В свете предложенных выше математических моделей расчета напряжений и деформаций можно сформулировать следующие положения.

1. Исходя из уравнений (7) и (8) максимальное растягивающее напряжение находится в центре рассматриваемой площади покрытия ($x = 0$ и $y = 0$), таким образом, размер трещины L_x или L_y может быть рассчитан, используя полученные значения деформаций в основании ε_{x2} , ε_{y2} и температурного инкремента ΔT при следующем условии:

$$\sigma_{x1}(0, 0) = \sigma_{c1} \quad \text{или} \quad \sigma_{y1}(0, 0) = \sigma_{c1}, \quad (11)$$

где σ_{c1} – предел прочности на разрыв покрытия.

2. Аналогичным образом, исходя из выражений (10), максимальное касательное напряжение присутствует на границе ($x = L_x$ и $y = L_y$), размер трещины L_x или L_y может быть получен из следующего условия:

$$\tau_{zx}^i(L_x, L_y) = \tau_c^i \quad \text{или} \quad \tau_{zy}^i(L_x, L_y) = \tau_c^i, \quad (12)$$

где τ_c^i – предел прочности при сдвиге интерфейсного слоя между покрытием и основанием.

При рассмотрении механизмов распространения трещин основными параметрами являются коэффициенты интенсивности напряжений (K_I, K_{II}, K_{III}) и скорость высвобождения энергии (G).

Метод аккомодации деформаций. Растягивающие напряжения в покрытии и касательные напряжения вдоль границы между напыляемым покрытием и основанием при различных внешних воздействиях могут быть приблизительно рассчитаны с использованием выражений, описанных выше.

Однако для деталей сложной формы, как упоминалось выше, получить аналитическое решение задачи оценки напряжений и деформаций практически не представляется возможным, т.е. необходимо такие задачи решать с применением численных методов. Объединение возможностей численных и аналитических методов для анализа НДС плазменных покрытий возможно осуществить с помощью метода аккомодации деформаций [9] (рис. 2).

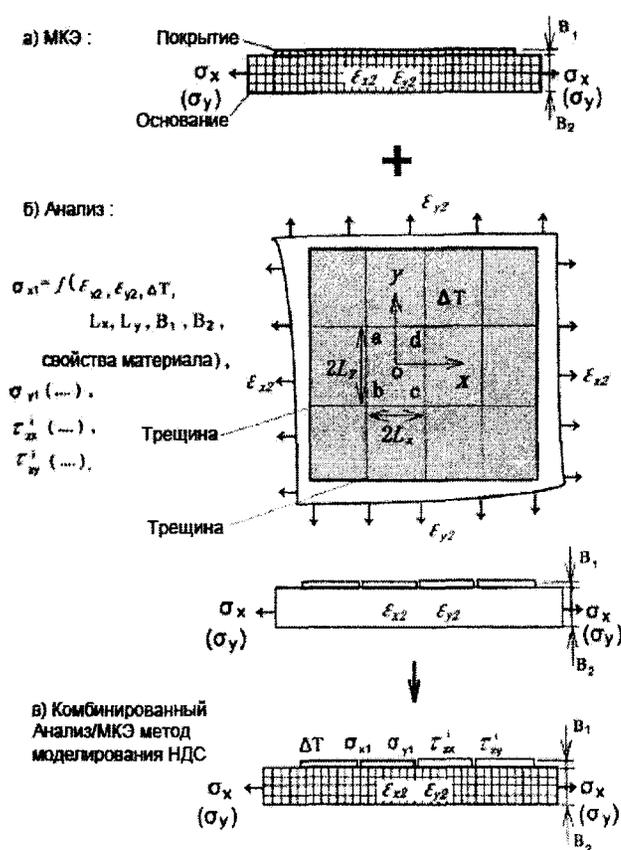


Рис. 2. Схема применения метода аккомодации деформаций при моделировании НДС плазменных покрытий, подвергаемых внешним воздействиям

Алгоритм использования метода аккомодации деформаций выглядит следующим образом: на первом этапе с применением МКЭ рассчитываются деформации в основании в каждом из направлений с учетом покрытия, но без учета трещинообразования [10]; на втором этапе используются выражения (7), (8), (10) для вычисления распределения напряжений в покрытии с учетом образования трещин и отслоений. Таким образом, комплексное распределение напряжений в области покрытия, в которой произошло трещинообразование, получается путем аккомодации деформаций, рассчитанных аналитически, с результатами конечно-элементного моделирования.

Заключение. Результаты предварительной апробации описанного выше метода показывают, что его применение возможно в случае, если толщина покрытия намного меньше толщины основания, на которое происходит напыление. Только при этом условии процессы трещинообразования в покрытии не оказывают существенного влияния на распределение деформаций в основании. При этом размер области, в которой происходит зарождение и распространение трещины, должен быть намного меньше радиуса кривизны основания при приложении к нему внешних воздействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Процессы плазменного нанесения покрытий: теория и практика / А.Ф. Ильющенко, С.П. Кундас, А.П. Достанко Lugscheider, U. Eritt.: Под общ. ред. А.П. Достанко, П.А. Витязя. - Мн.: Научный центр исследований политики и бизнеса «Армита», 1999. - 544 с.
2. Disorder and fracture / P. Meakin, G. Li, L.M. Sandar et al. - New York: Plenum Press, 1990.
3. Meakin P. Statistical models for the fracture of disordered media - Elsevier Science Publisher, 1990.
4. Sotoike Y., Kuriyama K., Shimamura S. Monte-Carlo simulation for evaluating crack patterns // I. Soc. Mater. Sci. Jpn. - 1991. - V. 40 (457). - P. 1264 - 1269.
5. Gao S., Nakasa K., Kato M. An analysis of repeating-division type cracking pattern in brittle coating under equi-biaxial tension // Mater. Sci. Res. Int. 2000. - № 6(2). - P. 136 - 143.
6. He M.Y., Hutchinson J.W., Evans A.G. Simulation of stresses and delamination in a plasma-sprayed thermal barrier system upon thermal cycling // Materials Science and Engineering, A345, 2003. - P. 172 - 178.
7. Zhu D., Miller R.A. Influence of high cycle thermal loads on thermal fatigue behavior of thick thermal barrier coatings // NASA technical report, 1998, 3 - 10, NASA TP-3676.
8. Rice J.R., Sih G.C. Plane problems of cracks in dissimilar media // Journal of Applied Mechanics. - 1965. - V. 32. - P.418-423.
9. Gao S., Nakasa K., Kato M. Analysis of cracking and delamination processes in sprayed cermet and ceramic coatings under biaxial tension // J. Soc. Mater. Sci. Jpn. - 2000. - V. 49(3). - P. 296 - 303.
10. Кундас С.П., Марковник Д.В., Кашко Т.А. Применение математических методов и программных средств для моделирования напряженно-деформированного состояния плазменных покрытий // Известия Белорусской инженерной академии. - 2004. - № 1(17)/1 - С. 85 - 87.