

УДК 621.792

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАПЛАВКИ ПОКРЫТИЙ МЕТОДОМ ОПЛАВЛЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ ШИХТЫ ЗАГОТОВКОЙ, РАЗОГРЕВАЕМОЙ ЭЛЕКТРОКОНТАКТНЫМ СПОСОБОМ

канд. техн. наук, доц. **А.В. СОСНОВСКИЙ, И.В. ШИРОКИЙ**
(Институт механики и надёжности машин НАН Беларуси, Минск),
И.В. БАБУШКИН
(Институт физики НАН Беларуси, Минск),
канд. техн. наук, доц. **Ю.Н. ГАФО**
(Научно-исследовательский и конструкторско-технологический институт сварки
и защитных покрытий с ОП НАН Беларуси, Минск)

Представлена математическая модель процесса наплавки износостойкого покрытия методом оплавления порошковой шихты заготовкой, разогреваемой электроконтактным способом. Модель основана на общем уравнении Фурье и позволяет рассчитать технологические параметры, необходимые для получения покрытия заданной толщины.

Введение. Одним из перспективных методов нанесения покрытий является метод наплавки износостойких покрытий, предложенный и запатентованный в ИМИНМАШ НАН Беларуси. Суть его состоит в том, что порошковый материал оплавляется на поверхности заготовки, погружённой в ёмкость с порошком, при этом заготовка разогревается путём пропускания через неё электрического тока (рис. 1). Основной сложностью в процессе наплавки является расчёт технологических режимов, особенно времени пропускания электрического тока через наплавляемую заготовку, необходимого для получения покрытия заданной толщины. В связи с этим возникает необходимость разработки математической модели процесса наплавки основанного на анализе тепловыделения и теплообмена в системе заготовка - порошковый материал.

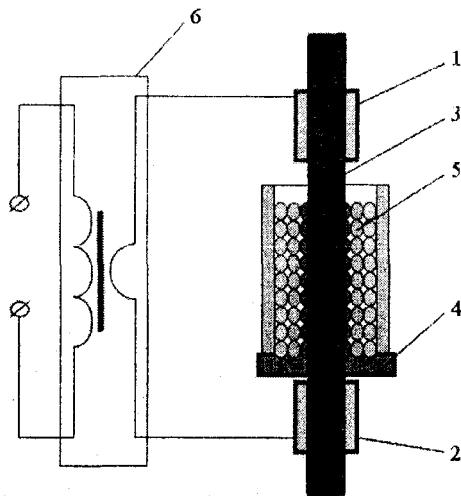


Рис. 1. Схема нанесения износостойких покрытий:
1, 2 - электроды; 3 - заготовка; 4 - ёмкость; 5 - металлический порошок;
6 - источник электрического тока

Постановка задачи и её решение. Для выбора подхода к разработке математической модели оплавления порошковых слоёв за счёт теплообмена с деталью, нагреваемой электрическим током рассмотрим систему, состоящую из монолитного металлического стержня, на внешней поверхности которого сформирован слой металлического порошка, разделённый с окружающей средой стенкой, имеющей определённую теплопроводность.

Тепловыделение при электроконтактном нагреве представляет собой сложный процесс. В связи с этим для упрощения применения полученного решения на практике необходимо принять ряд допущений:

- стержень, на который происходит наплавка покрытия, является бесконечно длинным;
- тепловыделение в теле стержня происходит равномерно по всей его длине.

В данной работе поставленная задача решается в 2 этапа: нагрев порошка и его плавление.

Нагрев порошка до его плавления. Уравнения теплопроводности для стержня и порошка:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_0}{\partial r} \right) + \frac{q_{v1}}{c_{\gamma 1}}, \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) \end{cases}, \quad (1)$$

где q_v – объёмная плотность внутренних источников тепла; $c_{\gamma 1}$ – удельная теплоёмкость материала стержня, Дж/кг·К; a_1 – температуропроводность стержня, м²/с; a_2 – температуропроводность порошка, м²/с; T_0 – начальная температура, К; T_1 – температура стержня, К; T_2 – температура порошка, К; t – температура в любой точке стержня и порошка, К; r – текущий радиус нагреваемой среды, м.

Граничные условия при $r = r_a$ на границе стержня с порошком – условие сопряжения (условие 4-го рода) [2, 3]:

$$T_1(r_a) = T_2(r_a); \quad (2)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_a}, \quad (3)$$

где λ_1 – теплопроводность материала стержня, Вт/(м·К); λ_2 – теплопроводность материала порошка, Вт/(м·К).

Так как на границе $r = r_a$ находится стенка ёмкости с порошковой шихтой, то при исследовании теплопроводности необходимо рассматривать 3 области. Однако в начале решения, для упрощения расчётов, будем считать, что стенка является достаточно тонкой и не влияет на процесс теплообмена с окружающей средой. В дальнейшем введём поправочный коэффициент в условие на границе $r = r_a$, соответствующий параметрам теплопроводности стенок ёмкости. Таким образом, на границе $r = r_a$ задаются условия 3-го рода:

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = \lambda(T_2 - T_0) \Big|_{r=r_a}, \quad (4)$$

где $\alpha = \alpha_{изл} + \alpha_{конв}$ – средний на интервале коэффициент теплоотдачи с поверхности заготовки излучением и конвекцией; $\alpha_{изл}$ – средний на интервале коэффициент теплоотдачи излучением рассчитывается по формуле [1, 2]:

$$\alpha_{изл} = \frac{C_{np} \left[\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right]}{T - T_0}, \quad (5)$$

где C_{np} – приведенный коэффициент лучеиспускания; $\alpha_{конв}$ – средний на интервале коэффициент теплоотдачи конвекцией, Вт/м²·с·К.

Пусть $\Theta_i = T_i - T_0$, где $i = 1, 2$. Тогда вид уравнений (1) – (3) сохранится с заменой $T_i \rightarrow \Theta_i$, а (4) будет выглядеть следующим образом:

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = \lambda_2 \Theta_2 \Big|_{r=r_a}. \quad (6)$$

Таким образом, нам необходимо решить задачу (1) – (6) (при $T_i \rightarrow \Theta_i$). При этом объёмная плотность внутренних источников тепла q_v при пропускании тока через цилиндрическую заготовку распределяется вдоль радиуса заготовки по закону:

$$q_v = \frac{AI^2 \omega \mu_{нос} \mu_0 \alpha_{\phi}^2}{4\pi^2 r_0^2 \left| J_1(\xi_{нос} \alpha_{\phi} r_0) \right|^2} \Big| J_0(\xi_{нос} \alpha_{\phi} r) \Big|^2, \quad (7)$$

где $\omega = 2\pi f$; (8)

$$\xi_{нос} = \sqrt{-j\omega \mu_{нос} \mu_0 \sigma}; \quad (9)$$

f – частота тока, с^{-1} ; $\mu_{\text{пов}}$ – значение относительной магнитной проницаемости на поверхности заготовки; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, мкГн/мм ; r_0 – радиус заготовки; $j = -1$; J_1 – функция Бесселя первого порядка; σ – удельная электропроводность материала, $\text{Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$; α_ϕ – коэффициент, учитывающий гистерезис и нелинейность магнитных свойств ферромагнитных материалов [1].

Решение будем искать в виде

$$\left\{ \begin{aligned} \Theta_1 &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k^{(1)}(t) J(\mu_k r); \\ \Theta_2 &= \sum_{k_1=0}^{\infty} C_{k_1}^{(2)}(t) J(\mu_{k_1} r) + C_{k_2}^{(2)}(t) N_0(\mu_{k_2} r), \end{aligned} \right. \quad (10)$$

(11)

где $J_0(r)$ – функция Бесселя 0-го порядка; $N_0(r)$ – функция Неймана 0-го порядка [4, 5].

Так как $\frac{\partial^2 z(\mu_k r)}{\partial r^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial z(\mu_k r)}{\partial r} = \mu_k z(\mu_k r)$, где $z = J_0$ или N_0 , то с учетом соотношения

$\int J_0(\mu_j r) J_0(\mu_i r) dr = 0$ при $j \neq i$, подставляя (10) и (11) в (1) и затем интегрируя с весом $J_0(\mu_k r)$ или $N_0(\mu_k r)$ по r от 0 до r_b , получим уравнение

$$\frac{dC_k^{(1)}}{dt} = a_1 \mu_k C_k^{(1)} + Q_{\text{VII}k}, \quad (12)$$

где

$$Q_{\text{VII}k} = \int_0^{r_a} \frac{q_{\text{VII}}}{C_\gamma} J_0(\mu_k r) dr, \quad (13)$$

и аналогично для второй области:

$$\frac{dC_{k_1}^{(2)}}{dt} = a_2 \mu_k C_{k_1}^{(2)} + a_2 \mu_k b_k C_{k_2}^{(2)}, \quad (14)$$

$$\frac{dC_{k_2}^{(2)}}{dt} = a_2 \mu_k C_{k_2}^{(2)} + a_2 \mu_k b_k C_{k_1}^{(2)}, \quad (15)$$

где

$$b_k = \int_{r_a}^{r_b} N_0(\mu_k r) J_0(\mu_k r) dr. \quad (16)$$

Коэффициенты μ_k (где $k = 0, 1, \dots, \infty$) определяются из граничных условий. Уравнение для них получается, если остаток вставить в выражения (10), (11) единственный коэффициент, соответствующий k -тому слагаемому, и подставить в (2) – (4). Из (2) тогда получим

$$C_1 J_0(\mu_k r_a) + C_{21} J_0(\mu_k r_a) + C_{22} N_1(\mu_k r_a) = 0, \quad (17)$$

где $C_k^{(1)} \rightarrow C_1$, $C_{k_1}^{(2)} \rightarrow C_{21}$, $C_{k_2}^{(2)} \rightarrow C_{22}$.

Далее, учитывая, что $N'_0 = -N_1$, $J'_0 = -J_1$, где (') означает производную, получим из (3):

$$-C_1 J_0(\mu_k r_a) + C_{21} J_0(\mu_k r_a) + C_{22} N_1(\mu_k r_a) = 0. \quad (18)$$

После этого из (6) получим:

$$C_{21} [\lambda_2 J_1(\mu_k r_b) \mu_k - \lambda_2 J_0(\mu_k r_b) \mu_k] + C_{22} [\lambda_2 N_1(\mu_k r_b) \mu_k - \lambda N_0(\mu_k r_b)] = 0. \quad (19)$$

Система уравнений (17) – (19) имеет нулевое решение, если только её детерминант равен нулю:

$$\det A = 0, \quad (20)$$

где матрица A записывается следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} -J_0(\mu_k r_a) & J_0(\mu_k r_a) & N_0(\mu_k r_a) \\ -J_0(\mu_k r_a) & J_1(\mu_k r_a) & N_1(\mu_k r_a) \\ 0 & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

с коэффициентами:

$$a_{23} = \mu_k \lambda_2 J_1(\mu_k r_b) - \lambda_2 J_0(\mu_k r_b);$$

$$a_{33} = \mu_k \lambda_2 N_1(\mu_k r_b) - \lambda_2 N_0(\mu_k r_b).$$

Уравнение (20) является трансцендентным уравнением, корни которого (μ_k) можно найти только численно.

Запишем начальные условия для $C_{k_1}^{(2)}, C_{k_2}^{(2)}, C_k^{(2)}$ при $t = 0$:

$$C_k^{(1)} \Big|_{t=0} = C_{k_1}^{(2)} \Big|_{t=0} = C_{k_2}^{(2)} \Big|_{t=0} = 0. \quad (22)$$

Таким образом, мы получаем алгоритм решения задачи:

- 1) находим $\mu_k, k = 0, 1, 2 \dots, \infty$ по формулам (19), (20) численными методами;
- 2) для каждого k вычисляем интегрально (13) и (16);
- 3) решаем систему уравнений (12), (14), (15).

Существует несколько способов реализации алгоритма решения данной задачи. Пункт 1 может быть вычислен только численно; пункты 2 и 3 - аналитически, но только при условии, что все параметры системы не зависят от температуры. Однако, как показано в работах [1, 6], это предположение не реализуется при электроконтактном нагреве. Более того, зависимость некоторых параметров от температуры не задается аналитическими формулами и обычно определяется из эксперимента. Один из способов численного решения 2,3 представлен в [1]. Весь температурный интервал разбивается на несколько (обычно 2-3) подинтервалов, на каждом из которых коэффициенты считаются не зависящими от температуры. Он применим только в том случае, если коэффициенты зависят от температуры не значительно. Кроме того, на каждом шаге необходимо проводить большое количество вычислений для согласования двух соседних шагов. Более экономичным способом при современном развитии компьютерной техники представляется прямое решение системы (12), (14), (15). При этом, как показывают вычисления, можно ограничиться лишь немногими первыми слагаемыми в сумме (10), (11).

Распределение температуры при оплавлении порошковой шихты. Как показано в работе [5], распределение температурного поля при расплавлении порошка является очень сложным по своей природе, особенно если источником тепла является деталь, разогреваемая электроконтактным способом. В связи с этим невозможно учесть все факторы, влияющие на данный процесс, описывая их аналитическими формулами. Однако эти особенности можно учитывать, вводя поправочные коэффициенты в уравнение, описывающее распределение температурного поля.

В данной работе мы будем рассматривать движение «фронта плавления» в зависимости от времени (Задача Стефана).

В общем случае скорость фронта определяется из условий задачи. Однако соответствующие уравнения получаются очень сложными [6], и решения их могут быть очень приближенными. Кроме того, расчёты показывают, что скорость движения фронта расплава описывается близкими законами для разных граничных условий и геометрий системы [7, 8]. В связи с этим мы будем считать, что закон движения фронта расплава определяется по формуле:

$$y = \beta \sqrt{t}, \quad (23)$$

β определяется из трансцендентного уравнения:

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\beta^2/4a_3}}{\frac{\beta}{2\sqrt{a_3}} \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_3}}\right)} = \frac{\xi_2 a_2}{T_{nl} - T_n}, \quad (24)$$

где a_3 – температуропроводность расплава, $\text{м}^2/\text{с}$; T_{nl} – температура плавления порошка, К; T_n – начальная температура порошка, К; $\xi_2 = \frac{Q_2 \rho_2}{\lambda_2}$ (Q_2 – удельная теплота плавления порошка, Дж/кг; ρ – плотность порошка, $\text{кг}/\text{м}^3$).

Вычисления по вышеприведенной модели производили на ПЭВМ в среде Mathcad 2000. Исследования показали удовлетворительное совпадение расчётных и экспериментальных данных при наплавке металлических стержней порошком на железной основе (рис. 2, 3).

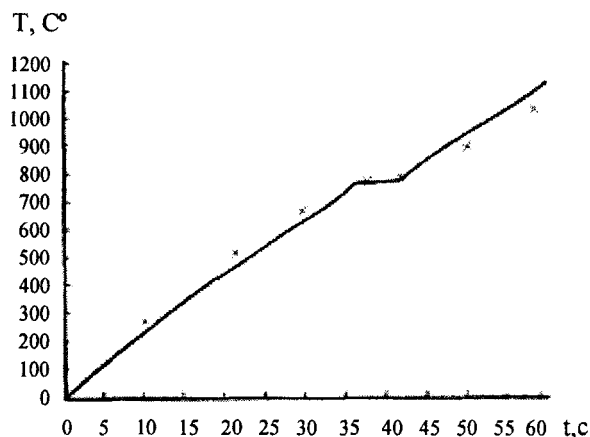


Рис. 2. Зависимость температуры порошка (T) от времени нагрева (t) до плавления порошка. Значения параметров системы следующие: в качестве присадочного материала использовался порошок на основе железа; ток – 20 кА; диаметр стального стержня – 20 мм

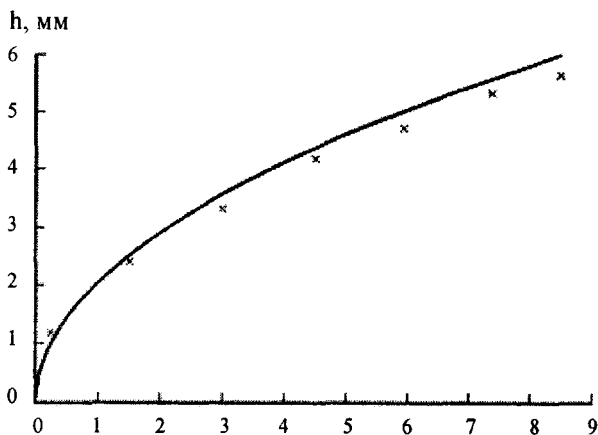


Рис. 3. Зависимость толщины жидкой фазы порошка (h) от времени нагрева (t)

Заключение

В результате исследований получена модель, позволяющая определить зависимость между временем пропускания электрического тока, необходимого для получения покрытия заданной толщины, и теплофизическими свойствами заготовки и порошковой шихты, а также параметрами работы электроконтактной установки. Данная модель позволяет рассчитывать время, необходимое для наплавки покрытия методом оплавления порошковой шихты заготовкой, разогреваемой электроконтактным способом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Валеев А.Х., Беляев А.М. Электроконтактный нагрев стальных заготовок. - М., 1968. - 36 с.
2. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твёрдых тел. - М.: Наука, 1985.-487 с.
3. Боли Б., Уэйнер Д. Теория температурных напряжений. - М.: ИИЛ, 1964.
4. Carslow H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids. Second edition. - Oxford, 1959. - 488 p.
5. Дорожкин Н.Н. Абрамович Т.М., Ярошевич В.К. Импульсные методы нанесения порошковых покрытий. - Мн.: Наука и техника, 1985. - 279 с.
6. Капусткин В.К. Математическая модель электроконтактного нагрева // Инженерно-физический журнал. - 1982. - Т. 43.
7. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твёрдых тел. - М., 1985. - 487 с.
8. Гринберг Г.А. Об одном возможном методе подхода к рассмотрению задач теории теплопроводности, диффузии, волновых и им подобных при наличии движущихся границ и о некоторых иных его приложениях // Прикладная математика и механика. - 1967. - Т. 31. - С. 193 - 203.